

Tema 8 Límites de funciones. Continuidade e ramas infinitas

1. Calcula os seguintes límites

a) $\lim_{x \rightarrow 3} x^2$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x}{x-5}$ c) $\lim_{x \rightarrow 7} \sqrt{3x+4}$ d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{sen} x +$

3)

e) $\lim_{x \rightarrow 0,1} \log_{10} x$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 + 4x + 7$ g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -2x^2 - 4x + 7$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^2 - 4x + 7$ i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 + 4x + 7$ j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + x^3 - 3$

k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + x^3 - 3$ l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3x}$ m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2}$ n)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-1}{-5}$

ñ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3-1}{-5}$

2. Calcula os seguintes límites $\left(\frac{k}{0}\right)$

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x-2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2}{x-2}$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{x-2}$ d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3}{x-2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x}{(x-2)^2}$

3. Calcular os seguintes límites $\left(\frac{0}{0}\right)$

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2+3x-10}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-5x^2+6x}{x^3-7x^2+16x-12}$ c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-5x^2+6x}{x^3-7x^2+16x-12}$ d)

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$

4. Calcular os seguintes límites $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-5x+3}{3x-5}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3}{x^3}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-5x+1}{2x^2-5}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3}{-x^3}$

5. Calcula os seguintes límites $(\infty - \infty)$

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{2x}{x^2+1}\right)$

6. Calcula os seguintes límites 1^∞

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3-x+1}{2x^3+3x}\right)^{x^2-1}$

7. Calcula o seguinte límite $(0^0, \infty^0, 0^\infty)$

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{x^2+2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x)^{x^2}$

8. Calcula os seguintes limites

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+1}{(2-x)^3} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x^3}{x^2-1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5+3x} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5+3x} \\
 \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3} & & & \\
 \text{f) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2-x} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-2x+1} & \text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4-x^2} \\
 \text{j) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{2x-6} & & & \\
 \text{k) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2+1} & \text{l) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+5}{x+3} & \text{ll) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{x^2-1} & \text{m) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + 3x^3) \\
 \text{n) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+3x}{x^2-1} & \text{ñ) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{2} - x^2 \right) & \text{o) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{1+x^2} & \text{p) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}} \\
 \text{q) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x^2-4} & & & \\
 \text{r) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4-3x}{x^4+1} & & &
 \end{array}$$

9. Calcula os seguintes limites

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-3x} - x) & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2+2x+1}}{2x+7} & \text{d) } \\
 \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{\frac{2}{x-4}} & & & \\
 \text{e) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x^2-1} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+1} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2}{2x} \right)^{\frac{1}{x-2}} & \text{h) } \\
 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+2x^2-4x-8}{x^3+x^2-4x-4} & & & \\
 \text{i) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-x^2-x+1} & \text{j) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-2} & \text{k) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+4}{(x+1)^2} & \text{l) } \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2-3x+7} - 2x & & &
 \end{array}$$

10. Calcula os seguintes limites

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2-24x+48}{x-4} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3-14x^2+12x}{x^3-10x^2+27x-18} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x+b} \right)^{x+c} & \text{d) } \\
 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-x-12} & & & \\
 \text{e) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-4x}{x^2-3x+2} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+5x-1}{x^3+x} & \text{h) } \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+1}{x+3} & & & \\
 \text{i) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{x^3-1} & \text{j) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-5}{\sqrt{x+4}-3} & \text{k) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{2x+3} \right)^{2x} & \text{l) } \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)^{\frac{x}{2}} & & & \\
 \text{m) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+x} - x & \text{n) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-3x^2+9x-27}{x^2-9} & &
 \end{array}$$

11. Calcula os seguintes límites

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2}{\sqrt{x^4 + 1}}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 - 1}{x + 2} - \frac{2x^3 + x + 1}{x} \right)$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2 - 3}{4x^2 + 3} \right)^{2x^2 - 1}$
d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + 1}}$
e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^3 - 8}}{x^2 - 4}$ f) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 4x - 1})$ g) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x + 31} - 3x)$
h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x + 1}{\sqrt{x + 4} - \sqrt{5}}$ i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 - 1}}{x^2 + 3}$ j) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 6} - 3}{x - 3}$

12.1. Calcula os seguintes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{2x}}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(x + 1))^{\frac{1}{\ln x}}$ d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

12. Estuda a continuidade da función $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 2 \\ 2x - 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

13. Estuda a continuidade da función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x - 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

14. Estuda a continuidade da función $f(x) = \frac{x - 7}{x^3 - x^2 - 11x + 3}$

15. Estuda, no intervalo (0,3), a continuidade da función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ x - 1 & \text{si } 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

16. Estuda a continuidade da función: $f(x) = \frac{x + 1}{|x|}$

17. Calcula o valor de a para que a función seguinte sexa continúa:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 3 - ax^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

18. Cada unha das seguintes funcións teñen un ou máis puntos onde non é continua. Indica cales son os puntos e que tipo de discontinuidade presentan:

a) $y = \frac{x + 2}{x - 3}$ b) $y = \frac{x^2 - 3x}{x}$ c) $y = \frac{x^2 - 3}{x}$ d) $y = \begin{cases} 3 & \text{se } x \neq 4 \\ 2 & \text{se } x = 4 \end{cases}$

19. Calcula k para que a función $y=f(x)$ sexa continua en $\mathbb{R} : f(x)=\begin{cases} x^2 - 2x + k & \text{se } x \neq 3 \\ 7 & \text{se } x = 3 \end{cases}$

20. Acha as asíntotas e sitúa a curva respecto delas:

a) $y = \frac{x}{1+x^2}$

b) $y = \frac{x^3}{1+x^2}$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+3} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{2x^2}{x^2-4} & \text{se } x > 1 \end{cases}$