

Boletín tema 2

1. Simplifica as seguintes fraccións alxébricas

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \frac{x+3}{x^2-1} \cdot \frac{x-1}{x+2} & \text{b)} \frac{x^2+4x+4}{x^2-1} : \frac{x+2}{x+1} & \text{c)} \frac{x^3-3x+2}{x^3+x^2-2x} & \text{d)} \frac{x^2+2x-3}{x^3+2x^2-x-2} \\
 \text{e)} \frac{x^3-3x^2+4}{x^3+5x^2+8x+4} & \text{f)} \frac{x^3-7x^2+15x-9}{x^3-5x^2+3x+9} & \text{g)} \frac{x^2+6x+9}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x+3} & \\
 \text{h)} \frac{x^2+10x+25}{x^2-4} \cdot \frac{x+2}{x+5} & \text{i)} \frac{x^2-4}{x+6} : \frac{x^2-5x+6}{x^2-36} & \text{j)} \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} \right) : \left(\frac{x^2+2}{x^2} + \frac{3}{x} \right) &
 \end{array}$$

2. Calcula e simplifica

$$\begin{array}{lll}
 \text{a)} \frac{x}{x^2-4x+3} - \frac{3}{x^2-5x+6} & \text{b)} \frac{x}{x+1} + \frac{1+x}{x^2+2x+1} & \text{c)} \frac{x-1}{x^2-5x+6} + \frac{x-2}{x^2-4x+3} \\
 \text{d)} \frac{x-3}{x^2+x+1} - \frac{3x^2}{x^3-1} & \text{e)} \frac{2}{x^2-2x+1} + \frac{x+1}{x^2-1} & \text{f)} \frac{1}{x^2-9x+20} - \frac{11}{x^2-11x+30} \\
 \text{g)} \frac{1-x}{x^2-4x+3} - \frac{1+2x}{x^2-6x+9} - \frac{x+1}{x^2-9} & \text{h)} \frac{1+2x}{x^2+3x+2} - \frac{1-x}{x^2+5x+6} - \frac{1+x}{x^2+4x+3} &
 \end{array}$$

3. Resolve as seguintes ecuacións

$$\begin{array}{lll}
 \text{a)} x^4 - 4x^2 + 3 = 0 & \text{b)} \frac{2x+1}{x+3} + \frac{x-3}{x} = \frac{1}{2} & \text{c)} x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \\
 \text{d)} } \sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = 6 & \text{e)} -x(x-1)(x^2-2) = 0 & \text{f)} \frac{2x^3-x^2-2x+25}{x^2-1} = 2x \\
 \text{g)} 2x^4 + 4x^3 - 18x^2 - 36x = 0 & \text{h)} } \sqrt{3x-3} + x = 7 & \text{i)} \frac{2}{x-1} + \frac{x-2}{x+1} = \frac{5}{4} \\
 \text{j)} } \sqrt{x^2+3x} = \sqrt{2x} & \text{k)} \frac{x+1}{x-1} - 1 = \frac{1}{x} & \\
 \text{l)} 3^{x+2} + 3^x = 90 & \text{m)} 4^x - 7 \cdot 2^x - 8 = 0 & \text{n)} 7^{x-1} - 2^x = 0 \\
 \text{ñ)} 4^x - 2^{x-1} - 14 = 0 & \text{o)} \log(2x) - \log(x+1) = \log 4 & \\
 \text{p)} 3^x + \frac{1}{3^x} - \frac{1}{3} = \frac{79}{9} & \text{q)} \log(3x-1) = \log 2 + \log(4x-6) & \text{r)} \frac{2^{4x-1}}{2^{3x+2}} = 16 \\
 \text{s)} 2 \log x + \log 4 = -2 & \text{t)} 2^{2x} - 2^{x+1} + \frac{3}{4} = 0 & \\
 \text{u)} \log(x-2) + \log(x-3) = \log 6 & \text{v)} \log(2x+3) - \log x = 1 &
 \end{array}$$

4. Resolve as seguintes ecuacións exponenciais

a) $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}}$ b) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$ c) $3^{2(x+1)} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$
d) $5^x - 97 \cdot 5^{\frac{x}{2}} + 6^4 = 0$ e) $10^{3-x} = 1$
f) $2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2(x-1)} + 2^{2x-3} + 2^{2(x-2)} = 1984$

5. Resolve os seguintes sistemas

a) $\begin{cases} 3 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^{y+1} = 807 \\ 15 \cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \lg x + \lg y = 3 \\ 2 \lg x - 2 \lg y = -1 \end{cases}$
c) $\begin{cases} \lg x - \lg y = \lg 56 - \lg 20 \\ \lg x + \lg y = 1 + \lg 20 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \log_y(9-x) = 1/2 \\ \log_x(y+9) = 2 \end{cases}$

6. Resolve as seguintes ecuacións logarítmicas

a) $(x^2 - 5x + 9) \lg 2 + \lg 125 = 3$ b) $\lg(2^{2-x})^{2+x} + \lg 1250 = 4$
c) $\frac{\lg 2 + \lg(11-x^2)}{\lg(5-x)} = 2$ d) $(x^2 - 4x + 7) \lg 5 + \lg 16 = 4$
e) $\lg(x + \sqrt{x^2 - 1}) - \lg(x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0; x \geq 1$

7. Resolve os seguintes sistemas de ecuacións polo método de Gauss

a) $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + 2z = 5 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 2x + 5y + z = -3 \\ 4x + 9y + 3z = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 5 \\ 2x - 3y + z = 3 \\ 4x + y - 5z = 13 \end{cases}$
d) $\begin{cases} x + z = 4 \\ y + z = 3 \\ x + y = 5 \\ x - 2y - z = -2 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y = 2 \\ y + z = 3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ 2x + y + 5z = 10 \\ x + y - 4z = -9 \end{cases}$
g) $\begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 6x - 6y + 2z = -16 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 2x - y + z = 3 \\ x - y + 3z = 6 \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases}$

8. Resolve as seguintes inecuacións

a) $-2x + 4 \leq -2$ b) $x^2 + x - 6 \leq 0$ c) $2x + 1 > -5$ d) $-3x + 1 > -5$
e) $x^2 - 4 \leq 0$ f) $2x - 3 < 5$ g) $x^2 - 3x > -2$ j) $-x^2 + 4x - 4 \leq 0$
k) $\frac{x-2}{3-x} > 0$ l) $\frac{x+3}{x^2-x} > 0$ m) $\frac{x^2+2}{x-2} \leq 0$ n) $\frac{x^2+x-6}{x^2-2x+1} \geq 0$
ñ) $x^3 - 4x \geq 0$ o) $x^3 + 3x^2 - x - 3 < 0$ p) $3x^2 - 6x > 0$

9. Resolve os seguintes sistemas de inecuacións

a) $\begin{cases} 3x + 8 \leq x + 14 \\ 2x > \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 > 0 \\ 2x - 3 < 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 3\left(\frac{x}{2} + 1\right) \geq x - 8 \\ x + \frac{x}{3} - \frac{1}{2} + 2 > 2x - \frac{5}{6} \end{cases}$

d) $\begin{cases} 10 - 3x - x^2 < 0 \\ 3x + 5 > -16 \end{cases}$

10. Resolve as seguintes ecuacións con valor absoluto

a) $|x - 1| \leq 3$

b) $|2x + 4| \geq 6$

c) $|x^2 + 3| \geq 5$

d) $\left|\frac{x}{2} + 7\right| \geq 2$

e) $|x - 1| + |4 - 2x| = 4$

f) $|x - 1| < 2|x - 3|$

g) $\left|\frac{x+2}{x-6}\right| - \left|\frac{x-1}{x-3}\right| < 0$

h) $\left|\frac{3x+12}{x+2}\right| > 1$

i) $4 - |x| \leq ||2x| - 6|$

j) $\frac{|x-1| - |2x+3|}{3x-4} \geq 0$

11. Se aumentamos en 2 dm cada aresta dun recipiente cúbico, a súa capacidade aumenta en 98 litros. Calcula a capacidade inicial do depósito.

12. Nunha aula estudan 28 alumnos. Deles, hai tantos alumnos con ollos verdes como alumnos con ollos azuis, e o resto teñen ollos castaños. Se o número de alumnos con ollos castaños é igual que os alumnos que teñen ollos verdes e azuis xuntos. Cantos alumnos hai con cada cor de ollos?

13. Un grupo de persoas reúnese para ir de excursión, sendo un total de 20 persoas entre homes, mulleres e nenos. Contando aos homes e as mulleres xuntos, o seu número é o triplo que o número de nenos. Ademais, se tivera ido unha muller mais, o seu número igualaríase ao dos homes. Calcula cantos homes, mulleres e nenos foron de excursión.

14. Os lados dun rectángulo diferéncianse en 2 m. Se aumentáramos 2 m cada lado, a área incrementaríase en $40 m^2$. Acha as dimensións do polígono.