

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



SI TE GUSTAN LOS VÍDEOS PARA PREPARAR LOS EXÁMENES, COMPÁRTELOS CON TUS COMPAÑEROS Y AMIGOS.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

CINEMÁTICA.

M.R.U. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME. M.R.U.A. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO. TIRO VERTICAL. CAÍDA LIBRE. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS PERPENDICULARES. TIRO PARABÓLICO. M.C.U. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. M.C.U.A. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO. MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE.

1. M.R.U. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME.

MAGNITUDES	UNIDADES	FÓRMULAS
s: espacio recorrido	Metro (m.)	$s = s_0 + v \cdot (t - t_0)$ $s = s_0 + v \cdot t$ $s = v \cdot t$
s_0 = espacio inicial	Metro (m.)	
t: tiempo	Segundos (s.)	
t_0 : tiempo inicial	Segundos (s.)	
v: velocidad	m/s.	

1. De dos puntos distintos A y B, separados 250 m., salen dos móviles, uno al encuentro del otro. El primero va a 3 m./s. y el segundo a 2 m./s. Calcular
- Ecuación del movimiento de cada móvil.
 - Tiempo que tardan en encontrarse.
 - Punto de encuentro.
 - En que instantes se encuentran, los móviles, separados 15 m.

2

e.- Repetir el problema suponiendo que el primer móvil sale 10 segundos más tarde.

VER VÍDEO <https://youtu.be/cSIFxErojI>

Repite el ejercicio suponiendo que ambos móviles viajan en el mismo sentido.

VER VÍDEO <https://youtu.be/9LcZAHYzuz4>

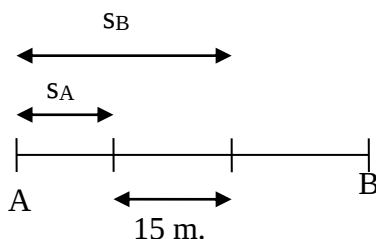
a.- $s_A = 3 \cdot t$; $s_B = 250 - 2 \cdot t$

b.- Al encontrarse, $s_A = s_B \rightarrow 3t = 250 - 2t \rightarrow t = 50$ s.

c.- Sustituyendo en s_A , $s_A = 3 \cdot 50 = 150$ m. Se encuentran a 150 m. de A y 100 m. de B (250 - 150).

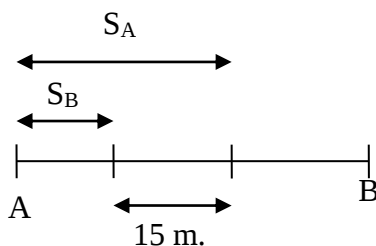
d.- Antes de cruzarse.

$s_B = s_A + 15 \rightarrow 250 - 2t = 3t + 15 \rightarrow t = 47$ s.



Después de cruzarse.

$s_A = s_B + 15 \rightarrow 3t = 250 - 2t + 15 \rightarrow t = 53$ s.



e.- Basta tomar como ecuación del móvil A $s_A = 3 \cdot (t - 10) = 3t - 30$ y hacer los apartados de la misma forma.

2. 2 trenes parten simultáneamente uno de P y otro de M. Si la distancia de separación entre ambos puntos es de 51 Km. y ambos trenes deben encontrarse en I, que se encuentra a 28 Km. de P. La velocidad del que parte de M es de 72 Km/h.

a. Tiempo que tardan en encontrarse

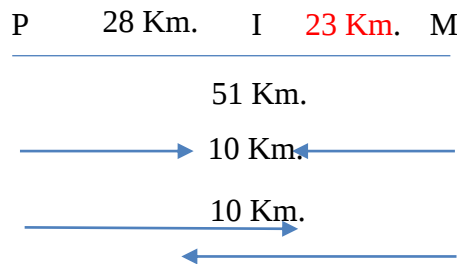
b. Velocidad del tren que parte de P.

c. Tiempo que tardan en encontrarse a 10 Km. de distancia uno de otro.

VER VIDEO <https://youtu.be/VSunqfG90J8>

De M a I es m.r.u. $x = v \cdot t$; $23 = 72 \cdot t$; $t = 0,32$ s.

De P a I es m.r.u. $x = v \cdot t$; $28 = v \cdot 0,32$; $v = 87,5$ m/s.



$$51 = 87,5 \cdot t + 10 + 72 \cdot t; t = 0,26 \text{ m/s.}$$

$$51 + 10 = 87,5 \cdot t + 72 \cdot t; t = 0,38 \text{ m/s.}$$

3. Una partícula que viaja con velocidad constante y con trayectoria rectilínea, tiene por posiciones en los instantes 0,5 segundos y 1,5 segundos, 3,5 metros y 43,5 metros. Calcular:

a. La velocidad de desplazamiento de la partícula.

b. La posición de la partícula en el instante $t = 3$ segundos.

VER VIDEO https://youtu.be/Z_M5P2lBBO0

$$\begin{cases} 0,5 \text{ s.} \rightarrow 3,5 \text{ m.} \\ 1,5 \text{ s.} \rightarrow 43,5 \text{ m.} \end{cases} \rightarrow v = \frac{43,5 - 3,5}{1,5 - 0,5} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\begin{cases} 0,5 \text{ s.} \rightarrow 3,5 \text{ m.} \\ 3 \text{ s.} \rightarrow x \text{ m.} \end{cases} \rightarrow 40 = \frac{x - 3,5}{3 - 0,5} \rightarrow x = 103,5 \text{ m.}$$

4. Deducir las velocidades, supuestas constantes, de dos móviles, A y B, separados por una distancia de 30 Km, sabiendo que si se mueven en la misma dirección y sentido, se encuentran a 10 km de B, pero que si se mueven en sentidos opuestos, tardan 40 minutos en encontrarse.

VER VÍDEO <https://youtu.be/v58KVqdBTEM>

$$\text{Si viajan en el mismo sentido } s_A = s_B = 40000 \rightarrow \begin{cases} s_A = v_A \cdot t = 40000 \\ s_B = 30000 + v_B \cdot t = 40000 \end{cases}$$

$$\text{Si viajan en sentido contrario } s_A = s_B \rightarrow v_A \cdot t = 30000 - v_B \cdot t; \text{ como } t = 40 \text{ min} = 2400 \text{ s.}$$

$$v_A \cdot 2400 = 30000 - v_B \cdot 2400$$

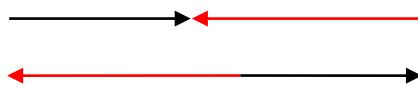
$$\text{Resolviendo el sistema tenemos } \begin{cases} v_A = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_B = 2'5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

5. Un tren de 150 m. de largo que viaja a 15 m/s. se cruza con un 2º tren de 200 m. de largo que viaja 10 m/s. Calcula el tiempo que tardan en cruzarse.

a. Si viajan en sentidos opuestos.

b. Si viajan en el mismo sentido.

VER VÍDEO <https://youtu.be/d9QwH3z0hXs>

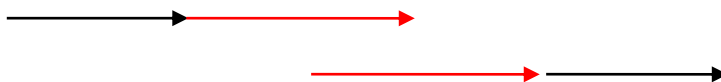


Las locomotoras que inicialmente se encuentran en el mismo punto una vez que se han cruzado se encontrarán una de otra a $200 + 150$ metros de distancia eso significa que el espacio recorrido por la 1ª locomotora más el espacio recorrido por la 2ª es igual a 350 metros

CARLOS ALCOVER GARAU. LICENCIADO EN CIENCIAS QUÍMICAS (U.L.B.) Y DIPLOMADO EN TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS (I.A.T.A.).

4

$$x_a + x_b = 350; 15t + 10t = 350; t = 14 \text{ s.}$$



Observa que el último vagón del primer tren recorre la longitud del primer tren más la longitud del 2º tren más lo que avanza el 2º tren en el mismo tiempo.

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = 150 + 200 + s_2 \\ s_1 = 15 \cdot t \\ s_2 = 10 \cdot t \end{array} \right\} \rightarrow 15 \cdot t = 150 + 200 + 10 \cdot t \rightarrow 5 \cdot t = 350 \rightarrow t = 70 \text{ s.}$$

6. Un tren que viaja a 20 m/s. cruza un puente en 17 s. Si el puente tiene 250 m de largo, calcula la longitud del tren.

VER VÍDEO <https://youtu.be/9yfDtuuEBpE>

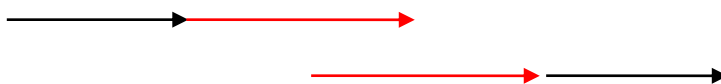


Observa que el último vagón recorre la longitud del tren más la longitud del puente. Recorre por tanto $L + 250$ en 17 s. a 20 m/s.

$$S = v \cdot t \rightarrow L + 250 = 20 \cdot 17 \rightarrow L = 90 \text{ m.}$$

7. Un tren que viaja a 25 m/s. adelanta a un 2º tren de 200 m. de largo que viaja a 15 m/s. Si tarda 30 s. en adelantarlo, calcular la longitud del primer tren.

VER VÍDEO <https://youtu.be/hjVcRIcCmDU>



Observa que el último vagón del primer tren recorre la longitud del primer tren más la longitud del 2º tren más lo que avanza el 2º tren en el mismo tiempo.

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = L + 200 + s_2 \\ s_1 = 25 \cdot t \\ s_2 = 15 \cdot t \end{array} \right\} \rightarrow 25 \cdot 30 = L + 200 + 15 \cdot 30 \rightarrow L = 100 \text{ m.}$$

- 8.**
- a. Un móvil tiene un movimiento rectilíneo y uniforme de 90 km/h. Calcular en unidades S.I.
 - i.- Espacio que recorre en 1 min.
 - ii.- Tiempo que tarda en recorrer 1 km.
 - b. Un atleta en 1500 metros lisos tardó 3 min. 20,23 s. Hallar la velocidad media en unidades del S.I. y luego en km/h.
 - c. Las naves espaciales que van hacia otros planetas han de alcanzar, al salir de la Tierra, una velocidad de 11200 m/s. Expresar dicha velocidad en km/h.
 - d. Ordenar de menor a mayor las siguientes velocidades: 12 Km/h, 3,5 m/s. y 0,19 Km/min.

a.

$$\begin{array}{l} v = 90 \text{ Km/h.} = 25 \text{ m/s.} \\ t = 1 \text{ min.} = 60 \text{ s.} \end{array}$$

$$s = v \cdot t$$

$$s = 25 \cdot 60 = 1500 \text{ m.}$$

5

$$v = 90 \text{ Km/h.} = 25 \text{ m/s.}$$

$$x = 1 \text{ Km.} = 1000 \text{ m.}$$

$$t = x/v$$

$$t = 1000/25 = 40 \text{ s.}$$

b.

$$s = 1500 \text{ m.}$$

$$t = 3 \text{ min. } 20,23 \text{ s.} = 200,23 \text{ s.}$$

$$s = v \cdot t \rightarrow v = \frac{s}{t}$$

$$s = \frac{1500}{200,23} = 7,49 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ Km.}}{1000 \text{ m.}} \cdot \frac{3600 \text{ s.}}{1 \text{ h.}} = 26,97 \frac{\text{Km.}}{\text{h.}}$$

c.

$$11200 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ Km.}}{1000 \text{ m.}} \cdot \frac{3600 \text{ s.}}{1 \text{ h.}} = 40320 \frac{\text{Km.}}{\text{h.}}$$

d.

$$12 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m.}}{1 \text{ Km.}} \cdot \frac{1 \text{ h.}}{3600 \text{ s.}} = 3,33 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$$

$$0,19 \frac{\text{Km}}{\text{min}} \cdot \frac{1000 \text{ m.}}{1 \text{ Km.}} \cdot \frac{1 \text{ min.}}{60 \text{ s.}} = 3,17 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$$

$$3,5 \text{ m/s} > 12 \text{ Km/h.} > 0,19 \text{ Km/min.}$$

9. a. La luz que nos llega del sol tarda en llegar a nosotros 8 min. 20s., sabiendo que la luz se propaga con M.R.U. a 300.000km/s. Calcular la distancia a que está el sol.

b. Un móvil parte de un espacio inicial de 4m. en el instante t cero y se desplaza con movimiento rectilíneo y uniforme en sentido positivo. Su velocidad es de 15m/s. Escribir la expresión del espacio en función del tiempo (ecuación del movimiento) y dibujar la gráfica correspondiente.

$$v = 300000 \text{ Km/s.} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

$$t = 8 \text{ min. } 20 \text{ s.} = 500 \text{ s.}$$

$$s = v \cdot t$$

$$s = 3 \cdot 10^8 \cdot 500 = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m.}$$

Ecuación del movimiento en un M.R.U. $s = s_0 + v \cdot t \rightarrow s = 4 + 15 \cdot t$

2. M.R.U.A. MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO

MAGNITUDES	UNIDADES	FÓRMULAS
Además de las del M.R.U. v ₀ : velocidad inicial a: aceleración	m/s. m/s ²	$s = s_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2 \rightarrow s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ $v = v_0 + a \cdot (t - t_0) \rightarrow v = v_0 + a \cdot t$ $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

10. Un vehículo que viaja a velocidad constante aplica los frenos durante 25 s. y recorre una distancia de 400 m. antes de detenerse. Determina:

- La velocidad inicial del movimiento.
- Aceleración de frenado.

VER VIDEO <https://youtu.be/9ukRGLh6wW4>

$$\begin{cases} t = 25 \text{ s.} \\ s = 400 \text{ m.} \\ v = 0 \\ v_0 = ? \\ a = ? \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v = v_0 + a \cdot t \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = v_0 + 25 \cdot a \\ 400 = v_0 \cdot 25 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 25^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = -1,28 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_0 = 32 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

11. Un hombre se encuentra a 40 m. de un taxi, corre con una velocidad constante de 3,5 m/s. intentando cogerlo. Cuando pasan 2,5 segundos otro hombre, que se encuentra a 25 m. del taxi, se pone en marcha con una aceleración de 0,5 m/s².

- ¿Quién llegará 1º al taxi?
- Realizar una propuesta para que los dos lleguen al mismo tiempo, manteniendo las mismas distancias y las mismas diferencias de tiempo entre ellos.

VER VIDEO <https://youtu.be/x1Hudw7jvLI>

$$\begin{cases} s = 40 \text{ m.} \\ v = 3,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \rightarrow s = v \cdot t; t = 11,43 \text{ s}$$

$$\begin{cases} s = 25 \text{ m.} \\ a = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_0 = 0 \end{cases} \rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2; 25 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot (t - 2,5)^2; t = 12,5 \text{ s.}$$

El primer hombre llega primero.

b. Cambiaremos la aceleración del 2º hombre para que tarde lo mismo en llegar al taxi que ha tardado el 1º.

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2; 25 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (11,43 - 2,5)^2 \rightarrow a = 0,63 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

12. Una moto va a 180 km/h., frena durante 8 s, con una aceleración de 6 m/s². ¿Se parará?, en caso negativo ¿Qué tiempo le faltará para pararse si continuase con la misma desaceleración?

VER VIDEO <https://youtu.be/gP4cIEM3xLI>

$$\begin{aligned} v_0 &= 180 \text{ Km/h} = 50 \text{ m/s} \\ t &= 8 \text{ s.} \\ a &= -6 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 50 - 6 \cdot 8 = 2 \text{ m/s.}$$

No se para.

$$\begin{aligned} v_0 &= 180 \text{ Km/h} = 50 \text{ m/s} \\ v &= 0 \text{ m/s.} \\ a &= -6 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$0 = 50 - 6 \cdot t \rightarrow t = 8,33 \text{ s.}$$

Le faltan 0,33 s.

13. Un móvil va a 20 m/s. y acelera con 3 m/s² que mantiene durante un cierto tiempo. Calcular:

a.- Velocidad y espacio a los 2 segundos.

b.- Velocidad que tendrá cuando haya recorrido 100 m.

VER VÍDEO https://youtu.be/LUC_MJqVgg

$$\begin{aligned} v_0 &= 20 \text{ m/s} \\ t &= 2 \text{ s.} \\ a &= 3 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a \cdot t \\ s &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= 20 + 3 \cdot 2 = 26 \text{ m/s.} \\ s &= 20 \cdot 2 + \frac{1}{2} 3 \cdot 2^2 = 46 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_0 &= 20 \text{ m/s} \\ s &= 100 \text{ m.} \\ a &= 3 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$$

$$\begin{aligned} v^2 &= 20^2 + 2 \cdot 3 \cdot 100 = 1000. \\ v &= 31,62 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

14. Un coche va a 40 m/s. frena con una $a = 8 \text{ m/s}^2$.

a. Calcular el tiempo que tardará en pararse y la distancia que recorre hasta que se para.

b. ¿Qué distancia recorre en el último segundo de movimiento?

VER VÍDEO <https://youtu.be/t5NQojaCG-c>

$$\begin{aligned} v_0 &= 40 \text{ m/s} \\ v &= 0 \\ a &= -8 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a \cdot t \\ v^2 &= v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 40 - 8 \cdot t \rightarrow t = 5 \text{ s.} \\ 0^2 &= 40^2 - 2 \cdot 8 \cdot s \rightarrow s = 100 \text{ m.} \end{aligned}$$

Calculamos el espacio recorrido durante los 4 (5 - 1) primeros segundos: $S = 40 \cdot 4 - \frac{1}{2} 8 \cdot 4^2 = 96 \text{ m.}$

En el último segundo recorre $100 - 96 = 4 \text{ m.}$

15. a. ¿Qué velocidad alcanzará una nave espacial al cabo de 4 minutos y 10 segundos de ser lanzada si, durante ese tiempo, se mantiene con una aceleración constante de 32 m/s². Expresar el resultado en km/h. ¿Qué distancia recorrerá en el tiempo citado?

b. Un cuerpo, partiendo del reposo, se mueve con una aceleración constante de 8 m/s².

i. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 10 m.?

ii. ¿Cuál será su velocidad en el instante en que alcance dicha distancia?

a.

$$\begin{aligned} v_0 &= 0 \text{ m/s} \\ t &= 250 \text{ s.} \\ a &= 32 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a \cdot t \\ s &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= 0 + 32 \cdot 250 = 8000 \text{ m/s.} \\ &= 28800 \text{ Km/h.} \\ s &= \frac{1}{2} 32 \cdot 250^2 = 1000000 \text{ m.} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} v_0 &= 0 \text{ m/s} \\ s &= 10 \text{ m.} \\ a &= 8 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v &= v_0 + a \cdot t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot t^2 \rightarrow t = 1,58 \text{ s.} \\ V &= 8 \cdot 1,58 = 12,64 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

16. De dos puntos A y B que distan entre sí 200 m. salen simultáneamente dos móviles. El que sale de A tiene una velocidad de 5 m/s. y va hacia B con una aceleración constante de 1 m/s². El que sale de B va hacia A con movimiento uniforme a 12 m/s. ¿En qué punto se cruzarán?

VER VÍDEO <https://youtu.be/h62KaKiNeT4>

$$s_A = 5 \cdot t + \frac{1}{2} 1 \cdot t^2$$

$$s_B = 200 - 12 \cdot t$$

$$s_A = s_B \rightarrow 5 \cdot t + \frac{1}{2} t^2 = 200 - 12 \cdot t \rightarrow t = 9'25 \text{ s.}$$

$$s_B = 200 - 12 \cdot 9'25 = 89 \text{ m.}$$

17. A la entrada de un pueblo pasa un motorista con una velocidad de 60 km/h., el límite de velocidad en este tramo es de 50 km/h. En el mismo instante en que el motorista pasa por este tramo un policía que está escondido sale en su persecución con una $a = 2,5 \text{ m/s}^2$. ¿Qué tiempo tardará el policía en alcanzar al motorista? ¿A qué distancia de la entrada al pueblo lo alcanzará?

VER VÍDEO <https://youtu.be/YzXhLeuc4lo>

$$v_M = 60 \text{ Km/h} = 16'67 \text{ m/s.}$$

$$s_M = 16'67 \cdot t$$

$$s_P = \frac{1}{2} 2'5 \cdot t^2$$

$$s_M = s_P \rightarrow 16'67 \cdot t = 1'25 \cdot t^2 \rightarrow t = 13'34 \text{ s.} \rightarrow s_M = 16'67 \cdot 13'34 = 222'38 \text{ m.}$$

18. Un móvil parte del reposo con una $a = 2 \text{ m/s}^2$, hasta alcanzar una velocidad de 100 km/h. Mantiene esta velocidad durante 5 s., posteriormente frena y se detiene al cabo de 8 s. Calcular:

a.- El tiempo total invertido en el recorrido.

b.- El espacio total recorrido.

VER VÍDEO https://youtu.be/e8NVKW9_Md4

$$\text{Tramo I: } \begin{cases} v_0 = 0 \\ a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ v = 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = 27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 27,78 = 2 \cdot t \rightarrow t = 13,89 \text{ s.} \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 192,93 \text{ m.} \end{cases}$$

$$\text{Tramo II: } \begin{cases} v = 27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow s = v \cdot t = 138,9 \text{ m.} \\ t = 5 \text{ s.} \end{cases}$$

$$\text{Tramo III: } \begin{cases} v_0 = 27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t = 8 \text{ s.} \\ v = 0. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 27,78 + a \cdot 8 \rightarrow a = -3,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 111,2 \text{ m.} \end{cases}$$

$$t_{\text{total}} = 13,89 + 5 + 8 = 26,89 \text{ s.}$$

$$s_{\text{total}} = 192,93 + 138,9 + 111,2 = 443,03 \text{ m.}$$

19. Un conductor que viaja de noche en un automóvil a 100 km/h., ve de repente las luces de señalización de una valla que se encuentra a 40 m. en medio de la calzada. Si tarda 0,75 s en pisar el pedal de los frenos y la deceleración máxima del automóvil es de 10 m/s^2 . ¿Chocará con la valla? Si es así, ¿a qué velocidad?

VER VÍDEO <https://youtu.be/btHTd3WC05k>

$$V_0 = 100 \text{ Km/h} = 27'78 \text{ m/s.}$$

Antes de pisar el freno recorre: $s = v \cdot t = 20'84$ s.

Pisa el freno cuando se encuentra a $40 - 20'84 = 19'16$ m. de la valla.

Después de pisar el freno, la velocidad con que llega a la valla es de: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s$

$\rightarrow v = \sqrt{388'53} = 19'71$ m/s. choca con la valla a esta velocidad. Si hubiera dado raíz de un número negativo diríamos que no choca con la valla.

20. Un avión que parte del reposo acelera uniformemente hasta alcanzar la velocidad de despegue de 75 m/s en 5 s. Calcular:

- La longitud de pista recorrida hasta despegar.
- Distancia recorrida en el último segundo antes de despegar.
- Tiempo que tarda en recorrer los últimos 100 m.

$$a) \begin{cases} v_0 = 0 \\ v = 75 \text{ m/s} \rightarrow v = v_0 + a \cdot t \rightarrow a = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow s = 187'5 \text{ m.} \\ t = 5 \text{ s.} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \text{tiempo total} = 5 \text{ s.} \\ \text{espacio total} = 187'5 \text{ m.} \end{cases} \rightarrow s \text{ recorrido en los 4 primeros s.} = 120 \text{ m.}$$

Por tanto en el último segundo recorre $187'5 - 120 = 67'5$ m.

$$c) \begin{cases} \text{tiempo total} = 5 \text{ s.} \\ \text{espacio total} = 187'5 \text{ m.} \end{cases} \rightarrow s \text{ recorrido en los 4 primeros s.} = 120 \text{ m.}$$

Si recorre 187,5 m antes de los últimos 100 recorre 87,5 m.

Recorre los primeros 87,5 m en $87.5 = 0,5 \cdot 15 \cdot t^2$, $t = 3,42$ s; $5 - 3,42 = 1,58$ s

21. Dos ciclistas salen del mismo lugar al mismo tiempo. Deben recorrer 90 km. La velocidad del 1º es 1 km/h mayor que la del 2º. Si el primero llega una hora antes hallar la velocidad de ambos.

$$\text{Primer corredor} \begin{cases} v_1 = v_2 + 1 \\ t_1 = t_2 - 1 \end{cases} \rightarrow s_1 = (v_2 + 1) \cdot (t_2 - 1) = 90$$

$$\text{Segundo corredor} \begin{cases} v_2 \\ t_2 \end{cases} \rightarrow s_2 = v_2 \cdot t_2 = 90$$

$$\begin{cases} (v_2 + 1) \cdot (t_2 - 1) = 90 \\ v_2 \cdot t_2 = 90 \end{cases} \xrightarrow[\text{el sistema}]{\text{resolviendo}} \begin{cases} v_2 = 9 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \\ t_2 = 10 \text{ h} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_1 = 10 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \\ t_1 = 9 \text{ h} \end{cases}$$

22. Un galgo ve pasar un conejo a 100 m de distancia. El conejo se mueve a 6 m/s. alejándose del galgo en dirección a su madriguera, que se encuentra a 70 m de él. Transcurridos 1,2 s. el galgo reacciona y, partiendo del reposo, acelera a 0,4 m/s² en persecución del conejo.

- ¿Logra atraparlo antes de que llegue a la madriguera?
- En caso negativo, ¿cuál debe ser la aceleración mínima del galgo para poder atrapar al conejo?

Antes de que el galgo reaccione, el conejo recorre: $s = v \cdot t = 6 \cdot 1,2 = 7,2$ m.

Cuando el galgo inicia su movimiento está a $7,2 + 100 = 107,2$ m. del conejo y el conejo a $70 - 7,2 = 62,8$ m. de su madriguera.

$\{ s_c = 6 \cdot t \rightarrow 62,8 = 6 \cdot t \rightarrow t = 10,47$ s. tarda en llegar el conejo a la madriguera.

{En ese tiempo el galgo recorre $s_g = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 10,47^2 = 21,92$ m. No atrapa al conejo.

Para que el galgo atrape al conejo: $107,2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 10,47^2 \rightarrow a = 1,96 \text{ m/s}^2$

23. Un móvil partiendo del reposo acelera a 2 m/s^2 . hasta alcanzar los 60 m/s . a continuación mantiene dicha velocidad durante 500 m . y finalmente frena y se detiene recorridos 200 m . Calcular el tiempo total y el espacio recorrido durante todo el movimiento.

$$\text{Tramo I: } \begin{cases} v_0 = 0 \\ a = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ v = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 60 = 2 \cdot t \rightarrow t = 30 \text{ s.} \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 900 \text{ m.} \end{cases}$$

$$\text{Tramo II: } \begin{cases} v = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ s = 500 \text{ m.} \end{cases} \rightarrow t = \frac{s}{v} = 8,33 \text{ s.}$$

$$\text{Tramo III: } \begin{cases} v_0 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ s = 200 \text{ m.} \\ v = 0. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow 0 = 3600 + 2 \cdot a \cdot 200 \rightarrow a = -9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 60 - 9 \cdot t \rightarrow t = 6,67 \text{ s.} \end{cases}$$

$$t_{\text{total}} = 30 + 8,33 + 6,67 = 45 \text{ s.}$$

$$s_{\text{total}} = 900 + 500 + 200 = 1600 \text{ m.}$$

3. TIRO VERTICAL. CAÍDA LIBRE.

FÓRMULAS

$$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$v = \pm v_0 - 10 \cdot t$$

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

24. Lanzamos verticalmente desde 25 m . de altura, hacia arriba, un objeto a 20 m/s . Calcular:

a) Tiempo que está subiendo.

b) Altura máxima.

c) Tiempo total y tiempo que está bajando.

d) Velocidad al llegar al suelo.

e) Velocidad a 10 m . de altura.

f) Altura a la que está cuando lleva una velocidad de 22 m/s .

VER VIDEO <https://youtu.be/IvONeIcGyU>

$$\text{Ecuaciones } \begin{cases} y = 25 + 20t - 5t^2 \\ v = 20 - 10t \end{cases}$$

- a) Sube hasta que se detiene, por tanto, $v = 0 \rightarrow 0 = 20 - 10 \cdot t \rightarrow t = 2 \text{ s.}$
 b) Sustituyo el tiempo subiendo en la y. $y = 25 + 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 45 \text{ m.}$
 c) Tiempo total es hasta que llega al suelo, $y = 0. \rightarrow 0 = 25 + 20t - 5t^2 \rightarrow$
 $\rightarrow t = 5 \text{ s.} \rightarrow t_{\text{bajando}} = t_{\text{total}} - t_{\text{subiendo}} = 3 \text{ s.}$
 d) Sustituyo el tiempo total en v. $v = 20 - 10 \cdot 5 = -30 \text{ m/s.}$
 e) Sustituyo $y = 10 \rightarrow 10 = 25 + 20t - 5t^2 \rightarrow t = 3 \text{ s.} \rightarrow v = 20 - 10 \cdot 3 = -10$
 m/s.
 f) Esta velocidad es mayor que la inicial, significa que el cuerpo está bajando. Sustituyo $v = -22 \rightarrow -22 = 20 - 10 \cdot t \rightarrow t = 4'4 \text{ s.} \rightarrow$ Sustituyo en y,
 $y = 16'2 \text{ m.}$

25. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo un objeto pesado que se deja caer, sin velocidad inicial, desde una altura de 10 m.? Suponer nula la resistencia del aire.

VER VIDEO <https://youtu.be/1Ua10Vo1ZBM>

$y_0 = 10 \text{ m.}$		$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$		$0 = 10 - 5 \cdot t^2 \rightarrow t = 1,41 \text{ s.}$
Suelo $\rightarrow y = 0$				

26. ¿Con qué velocidad entra en el agua un nadador que se deja caer sobre ella desde una altura de 5 m., si es despreciable el rozamiento con el aire?

VER VIDEO <https://youtu.be/ZCi-Glfv9h0>

$y_0 = 5 \text{ m.}$		$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$		$0 = 5 - 5 \cdot t^2 \rightarrow t = 1 \text{ s.}$
Suelo $\rightarrow y = 0$		$v = \pm v_0 - 10 \cdot t$		$v = -10 \cdot 1 = -10 \text{ m/s}$

27. ¿Con qué velocidad se ha de lanzar una piedra verticalmente hacia abajo, desde la boca de un pozo de 50 m. de profundidad, para que llegue al fondo en 2 segundos? ¿Con qué velocidad llegará al fondo? Se supone nula la resistencia del aire.

VER VIDEO <https://youtu.be/JTPfNVIx8Nw>

$y_0 = 50 \text{ m.}$		$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$		$0 = 50 - v_0 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 \rightarrow v_0 =$
Suelo $\rightarrow y = 0$		$v = \pm v_0 - 10 \cdot t$		15 m/s.
$t = 2 \text{ s.}$				$v = -15 - 10 \cdot 2 = -35 \text{ m/s}$

28. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 90 km/h. Despreciando la resistencia del aire, calcular qué altura alcanzará y cuánto tiempo tardará en llegar de nuevo al punto de partida.

$v_0 = 90 \text{ Km/h} = 25 \text{ m/s.}$		$v = \pm v_0 - 10 \cdot t$		Calculamos tiempo subiendo.
$v = 0$		$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$		$0 = 25 - 10 \cdot t \rightarrow t = 2,5 \text{ s.}$
				Sustituimos en y.
				$y = 25 \cdot 2,5 - 5 \cdot 2,5^2 = 31,25 \text{ m}$
$v_0 = 90 \text{ Km/h} = 25 \text{ m/s.}$		$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$		$0 = 25 \cdot t - 5 \cdot t^2 \rightarrow t = 5 \text{ s.}$
Suelo $y = 0$				

29. La aceleración de la gravedad en la superficie de la luna es de $1,6 \text{ m/s}^2$. ¿Con qué velocidad llegaría al suelo lunar un cuerpo dejado caer sin velocidad inicial desde 5m. de altura? Expresar el resultado en km/h.

VER VIDEO <https://youtu.be/KkXAJ6JlkeM>

$$y_0 = 5 \text{ m.}$$

$$\text{Suelo} \rightarrow y = 0$$

$$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 0,8 \cdot t^2$$

$$v = \pm v_0 - 1,6 \cdot t$$

$$0 = 5 - 0,8 \cdot t^2 \rightarrow t = 2,5 \text{ s.}$$

$$v = -1,6 \cdot 2,5 = -4 \text{ m/s}$$

$$v = 14,4 \text{ Km./h.}$$

30. Desde una altura de 10 m. lanzamos verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad inicial de 15 m/s. Calcular:

a.- La altura máxima con respecto al suelo que alcanza.

b.- El tiempo que tarda en llegar al suelo.

VER VIDEO <https://youtu.be/V0-eN0kTylk>

a) Sube hasta que se detiene, por tanto, $v = 0 \rightarrow 0 = 15 - 10 \cdot t \rightarrow t = 1,5 \text{ s.}$
sustituimos en $y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$; $y = 10 + 15 \cdot 1,5 - 5 \cdot 1,5^2 = 21,5 \text{ m.}$

b) Tiempo total es hasta que llega al suelo, $y = 0. \rightarrow 0 = 10 + 15t - 5t^2 \rightarrow t = 3,62 \text{ s.}$

31. Un globo sube con una velocidad constante de 2 m/s., cuando se encuentra a 15 m. de altura respecto del suelo soltamos una piedra. Calcular el tiempo que tardará en llegar al suelo.

VER VIDEO <https://youtu.be/NxYNRSfq83E>

$$y_0 = 15 \text{ m.}$$

$$v_0 = 2 \text{ m/s.}$$

$$\text{Suelo} \rightarrow y = 0$$

$$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$0 = 15 + 2t - 5 \cdot t^2$$

$$t = 1,97 \text{ s.}$$

32. Desde lo alto del palo mayor de un velero que navega a 6 m/s, a una altura de 19,6 m se suelta una piedra. Calcula:

a) El tiempo que tarda la piedra en llegar a la cubierta del barco.

b) El punto de la cubierta donde cae la piedra.

VER VIDEO <https://youtu.be/t9ecS2gwUA4>

Una persona que viaja en el velero observa como la piedra caerá en la base del palo. Se trata de un problema de caída libre.

$$y = h \pm v_0 t - 4 \cdot 9 \cdot t^2 \rightarrow y = 19,6 - 4 \cdot 9 t^2 \rightarrow (\text{haciendo } y = 0 \text{ (suelo)}) 0 = 19,6 - 4 \cdot 9 t^2 \rightarrow t = 2 \text{ s.}$$

33. Una piedra de un kilogramo se deja caer desde una torre de 10 m de altura. En el mismo instante se lanza hacia arriba desde la base de la torre otra piedra con la misma masa y con una velocidad inicial de 15 m/s. Calcular:

a) El tiempo transcurrido para que ambas piedras se encuentren.

b) Altura donde se encuentran ambas piedras.

VER VIDEO https://youtu.be/Ouk0vSLy_YU

$$a) \begin{cases} y_1 = 10 - 5 \cdot t^2 \\ y_2 = 15 \cdot t - 5 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow 10 - 5 \cdot t^2 = 15 \cdot t - 5 \cdot t^2 \rightarrow t = 0,67 \text{ s.}$$

$$b) y_1 = 10 - 5 \cdot t^2 \rightarrow y_1 = 7,76 \text{ m.}$$

34. Desde lo alto de una torre de 50 m de altura, lanzamos verticalmente hacia abajo un objeto con una velocidad inicial de 10 m/s. Calcular:

a) Tiempo que tarda el objeto en llegar al suelo.

b) Velocidad del objeto cuando haya recorrido 10 m. de distancia.

VER VIDEO <https://youtu.be/O1HGcBnrA0M>

$$y_0 = 50 \text{ m.}$$

$$v_0 = -10 \text{ m/s.}$$

$$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2$$

$$0 = 50 - 10 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow t = 2,33 \text{ s.}$$

$$y_0 = 50 \text{ m.}$$

$$v_0 = -10 \text{ m/s.}$$

$$y = 40 \text{ m.}$$

$$y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2$$

$$40 = 50 - 10 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow t = 0,74 \text{ s.}$$

$$v = v_0 - 9,8 \cdot t \rightarrow v = -10 - 9,8 \cdot 0,74;$$

$$v = -17,252 \text{ m/s.}$$

35. Desde una altura de 80 m se deja caer un objeto. Dos segundos más tarde se lanza otro desde el suelo hacia arriba en la misma vertical con una velocidad de 20 m/s. ¿A qué altura se cruzan?

VER VIDEO <https://youtu.be/z76vySvkX0U>

$$\begin{cases} y_1 = 80 - 5 \cdot t^2 \\ y_2 = 20 \cdot (t - 2) - 5 \cdot (t - 2)^2 \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow 80 - 5 \cdot t^2 = 20 \cdot (t - 2) - 5 \cdot (t - 2)^2$$

$$t = 3,53 \text{ s.}$$

$$y_1 = 80 - 4,9 \cdot 3,53^2 = 18,94 \text{ m.}$$

36. ¿Desde qué altura dejaremos caer un objeto para que en el último segundo recorra la mitad de esta?

VER VIDEO <https://youtu.be/FBYKXcj49QM>

Ecuación del movimiento: $y = h - 5 \cdot t^2$

En el suelo $y = 0 \rightarrow$ la ecuación es $0 = h - 5 \cdot t^2$

Un segundo antes y a $h/2$ de altura la ecuación es: $h/2 = h - 5 \cdot (t-1)^2$

Resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones anteriores tenemos:

$t = 3'41 \text{ s.}$ y $h = 58'28 \text{ m.}$

37. Un malabarista lanza en la misma vertical y hacia arriba dos pelotas con velocidades de 30 m/s y con un intervalo de tiempo de dos segundos. Calcular:

a. Instante de tiempo en el cual se cruzan ambas pelotas.

b. Velocidad de una de las pelotas un segundo antes de regresar a la mano del malabarista.

VER VIDEO <https://youtu.be/VQN8820-jyk>

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = y_0 \pm v_0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \\ v = \pm v_0 - 9,8 \cdot t \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y_1 = 30 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \\ y_2 = 30 \cdot (t - 2) - 4,9 \cdot (t - 2)^2 \end{cases} \\ y_1 = y_2; 30 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 &= 30 \cdot (t - 2) - 4,9 \cdot (t - 2)^2; 0 = -60 + 19,6 \cdot t - 19,6 \\ t &= 4,06 \text{ s.} \\ y_1 = 30 \cdot t - 4,9 \cdot t^2; 0 &= 30 \cdot t - 4,9 \cdot t^2; t = 6,12 \text{ s;} \\ v_{5,12 \text{ s}} &= \pm v_0 - 9,8 \cdot t = -20,18 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

38. Un paracaidista partiendo del reposo cae 50 m. en caída libre. Cuando se abre el paracaídas aparece una aceleración de frenado de 2 m/s^2 . Llega al suelo con una velocidad de 3 m/s .

a. ¿Cuánto tiempo dura el paracaidista en el aire

b. ¿Desde qué altura saltó?

VER VIDEO <https://youtu.be/yXOddeP16XE>

$$1^\circ \text{ tramo} \begin{cases} v_0 = 0 \\ s = 50 \text{ m.} \\ a = 9,8 \text{ m/s}^2 \end{cases} \begin{cases} v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow v^2 = 2 \cdot 9,8 \cdot 50 \rightarrow v = 31,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \\ v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 31,3 = 0 + 9,8 \cdot t \rightarrow t = 3,19 \text{ s.} \end{cases}$$

$$2^\circ \text{ tramo} \begin{cases} v_0 = 31,3 \text{ m/s} \\ v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \\ a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases} \begin{cases} v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \rightarrow 3^2 = 31,3^2 + 2 \cdot (-2) \cdot s \rightarrow s = 242,67 \text{ m.} \\ v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 3 = 31,3 - 2 \cdot t \rightarrow t = 14,15 \text{ s.} \end{cases}$$

$$t_{\text{total}} = 3,19 + 14,15 = 17,34 \text{ s.}$$

$$s_{\text{total}} = 50 + 242,67 = 294,67 \text{ m.}$$

39. ¿Desde qué altura debemos dejar caer un objeto para que en el último segundo antes de llegar al suelo recorra una distancia de 10 m.?

VER VÍDEO <https://youtu.be/SExb0LCmhUE>

$$\begin{aligned} \begin{cases} \text{En el suelo: } 0 = h - 5 \cdot t^2 \\ \text{A 10 m. de altura: } 10 = h - 5 \cdot (t - 1)^2 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} h = 5 \cdot t^2 \\ 10 = h - 5 \cdot t^2 + 10 \cdot t - 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = 1,5 \text{ s.} \\ h = 11,25 \text{ m.} \end{cases} \end{aligned}$$

40. Un globo asciende con velocidad constante de 5 m/s . Cuando se encuentra a 200 m de altura, se deja caer un lastre. Despreciando los rozamientos, determinar:

a) El tiempo que emplea el lastre en llegar al suelo.

b) Distancia que recorre el lastre desde que deja el globo hasta que llega al suelo.

c) altura del globo cuando el lastre llega al suelo.

$$\text{Ecuaciones del movimiento: } \begin{cases} y_{\text{globo}} = 200 + 5 \cdot t \\ y_{\text{lastre}} = 200 + 5 \cdot t - 5t^2 \rightarrow v_{\text{lastre}} = 5 - 10 \cdot t \end{cases}$$

a) Llegar al suelo: $y_{\text{lastre}} = 0 \rightarrow 0 = 200 + 5 \cdot t - 5t^2 \rightarrow t = 6'84 \text{ s.}$

b) El lastre sube hasta detenerse y luego baja.

Hallamos la altura máxima: $v_{\text{lastre}} = 0 \rightarrow t = 0'5 \text{ s. } y_{\text{máx}} = 201'25 \text{ m.}$ En total el lastre recorre $1'25 \text{ m.}$ subiendo y $201'25 \text{ m.}$ bajando. $202'5 \text{ m.}$

c) $y_{\text{globo}} = 200 + 5 \cdot 6'84 = 243'2 \text{ m.}$

41. A una altura de h metros del suelo se lanzan simultáneamente dos bolas con la misma velocidad, una verticalmente hacia arriba y la otra verticalmente hacia abajo. La primera llega al suelo 5s. más tarde que la segunda. Calcular:

a.- ¿Con qué velocidad fueron lanzadas las bolas?

b.- ¿Tiempo que está ascendiendo la primera bola?

VER VÍDEO https://youtu.be/G39coVc_mH4

Si se lanzan con la misma velocidad, los 5 s. de diferencia son los que la primera bola ha tardado en subir y volver al punto de lanzamiento.

Está 2'5 s. subiendo. $v = v_0 - 9'8 \cdot t \rightarrow 0 = v_0 - 9'8 \cdot 2'5 \rightarrow v_0 = 24'5 \text{ m/s}$.

42. Un grifo gotea cada segundo 4 gotas, ¿la distancia entre gotas es constante?

VER VÍDEO <https://youtu.be/Org8gfhiowE>

Cae una gota cada $1/3$ de segundo.

Ecuaciones del movimiento:
$$\begin{cases} y_{1^a \text{ gota}} = h - 5 \cdot t^2 \\ y_{2^a \text{ gota}} = h - 5 \cdot \left(t - \frac{1}{3}\right)^2 \end{cases}$$

Distancia entre gotas $y_{2^a \text{ gota}} - y_{1^a \text{ gota}} = \frac{10}{3} \cdot t - \frac{5}{9}$;

no es constante pues depende del tiempo.

43. Se lanza un cuerpo hacia arriba verticalmente desde un punto O situado a 28 m del suelo. El cuerpo llega al suelo 3 s después de haber sido lanzado. Calcular:

a.- Velocidad con que llega al suelo.

b.- Altura a que sube.

VER VÍDEO <https://youtu.be/N4-LutAtrSM>

Ecuación del movimiento $y = 28 + v_0 \cdot t - 4'9 \cdot t^2$

Llega al suelo, $y = 0$, 3 s. después del lanzamiento. $0 = 28 + 3 \cdot v_0 - 4'9 \cdot 3^2 \rightarrow v_0 = 5'37 \text{ m/s}$.

a) $v = v_0 - 9'8 \cdot t \rightarrow v = 5'37 - 9'8 \cdot 3 = -24'03 \text{ m/s}$.

b) $t_{\text{subiendo}} \rightarrow v = 0 \rightarrow 0 = 5'37 - 9'8 \cdot t \rightarrow t = 0'55 \text{ s.} \rightarrow$

$\rightarrow h_{\text{máx.}} = 28 + 5'37 \cdot 0'55 - 4'9 \cdot 0'55^2 = 29'47 \text{ m}$.

4. COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS PERPENDICULARES. TIRO PARABÓLICO.

Dos movimientos rectilíneos uniformes.

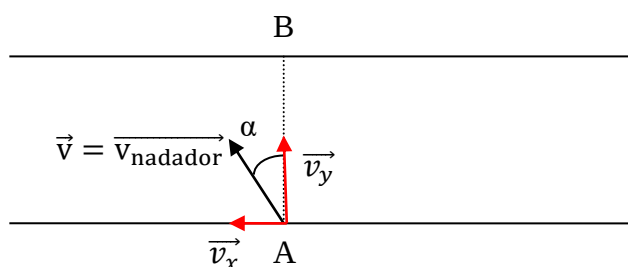
Ecuaciones del movimiento $\begin{cases} x = v_x \cdot t \\ y = v_y \cdot t \end{cases} \rightarrow \text{Ec. de la trayectoria } y = \frac{v_y}{v_x} \cdot x$

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

44. Un nadador quiere cruzar un río de 300 m. de ancho. Si el río baja a 3 m/s. y el nadador nada perpendicular a la orilla a 4 m/s. ¿Qué distancia se desviará sobre la perpendicular? ¿Qué ángulo se habrá desviado? ¿Cómo debe cruzar el río para no desviarse y llegar a la otra orilla en el punto perpendicular al de salida?

VER VIDEO <https://youtu.be/7Ov4EvSHZrQ>

$$\begin{cases} x = 3 \cdot t \\ y = 4 \cdot t \end{cases} \rightarrow 300 = 4 \cdot t \rightarrow t = 75 \text{ s.} \rightarrow \\ \rightarrow x = 3 \cdot 75 = 225 \text{ m.} \\ \alpha = \arctan 225/300 = 36,87^\circ$$



Se debe cumplir que $\vec{v}_x = \vec{v} \sin \alpha$ se anule con la velocidad del río. $4 \cdot \sin \alpha = 3 \rightarrow \alpha = 48,6^\circ$

45. Un nadador tiene que atravesar un río de 100 m de ancho. Si la velocidad del nadador es de 1 m/s y la de arrastre de la corriente 0,4 m/s, calcular:

- el tiempo que tardará el nadador en atravesar el río;
- el punto, río abajo, donde aparecerá el nadador respecto al punto de salida.

$$\begin{cases} x = 0,4 \cdot t \\ y = 1 \cdot t \end{cases} \rightarrow 100 = t \rightarrow x = 0,4 \cdot 100 = 40 \text{ m.}$$

Dos movimientos, uno horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical uniformemente acelerado. TIRO PARABÓLICO.

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

MAGNITUDES	UNIDADES	FÓRMULAS
x: distancia horizontal.	m.	$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$
y: altura.	m.	$y = h_0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - 4'9 \cdot t^2$
h_0 : altura inicial.	m.	$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$
Tiempo en llegar al suelo: hacemos $y = 0$ y despejamos t.		$v_y = + v_0 \cdot \sin \alpha - 9'8 \cdot t$
Alcance ($x_{\text{máx}}$): sustituimos el tiempo total en x.		$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$
Tiempo subiendo: hacemos $v_y = 0$ y despejamos t.		$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$
Altura máxima ($y_{\text{máx}}$): sustituimos el tiempo subiendo en la y.		$\alpha > 0 \text{ si } \nearrow$
Velocidad al llegar al suelo: sustituimos el tiempo		$\alpha = 0 \text{ si } \rightarrow$

17

total en la fórmula de v_y y escribimos:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

Ángulo de inclinación de la trayectoria: $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$

 $\alpha < 0$ si $\searrow$

La ecuación de la trayectoria del tiro parabólico es:

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = h + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \\ y = h + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} - 4,9 \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 \end{cases}$$

$$y = h + \tan \alpha \cdot x - \frac{4,9}{(v_0)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot x^2 \rightarrow y = h + \tan \alpha \cdot x - \frac{4,9}{v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha) \cdot x^2$$

es la fórmula adecuada para el cálculo del ángulo de lanzamiento.

46. Desde 45 m. de altura lanzamos bajo un ángulo de 30° un móvil a 35 m/s. Calcular

- Tiempo que está subiendo.
- Altura máxima.
- Tiempo total y tiempo que está bajando.
- Alcance
- Velocidad al llegar al suelo.
- Velocidad a 10 m. de altura.
- Si a 150 m. hay un árbol de 10 m. de altura, ¿Chocara el móvil contra él?

VER VÍDEO <https://youtu.be/UCaaxyQIN7o>VER VÍDEO <https://youtu.be/W8QsY3Lbe-0>

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} x = 35 \cdot \cos 30 \cdot t \\ y = 45 + 35 \cdot \sin 30 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 35 \cdot \cos \alpha \\ v_y = 35 \cdot \sin \alpha - 10 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30,31 \cdot t \\ y = 45 + 17,5 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 30,31 \\ v_y = 17,5 - 10 \cdot t \end{cases}$$

a) Sube hasta que $v_y = 0 \rightarrow 0 = 17,5 - 10 \cdot t \rightarrow t = 1,75$ s.b) Sustituyo el tiempo subiendo en la y. $y = 45 + 17,5 \cdot 1,75 - 5 \cdot 1,75^2 = 60,31$ m.c) Tiempo total es hasta que llega al suelo, $y = 0$. $\rightarrow 0 = 45 + 17,5 \cdot t - 5 \cdot t^2$
 $\rightarrow t_{\text{total}} = 5,22$ s. $\rightarrow t_{\text{bajando}} = t_{\text{total}} - t_{\text{subiendo}} = 5,22 - 1,75 = 3,47$ s.d) El alcance es la x cuando la y es cero. $x = 30,31 \cdot 5,22 = 158,22$ m.

e) Sustituyo el tiempo total en v.

$$\begin{cases} v_x = 30,31 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_y = 17,5 - 10 \cdot 5,22 = -34,7 \text{ m/s} \end{cases} \rightarrow \vec{v} = 30,31 \cdot \vec{i} - 34,7 \cdot \vec{j}$$

f) Sustituyo $y = 10 \rightarrow 10 = 45 + 17,5t - 5t^2 \rightarrow t = 4,92$ s.

$$\begin{cases} v_x = 30,31 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_y = 17,5 - 10 \cdot 4,65 = -31,7 \text{ m/s} \end{cases} \rightarrow \vec{v} = 30,31 \cdot \vec{i} - 31,7 \cdot \vec{j} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

g) Hacemos $x = 150 \rightarrow 150 = 30,31 \cdot t \rightarrow t = 4,95$ s. $\rightarrow y = 9,11$ m. $< 10 \rightarrow$

chocará el móvil con el árbol.

47. Desde una torre de 50 m de altura lanzamos horizontalmente un objeto con una velocidad inicial de 25 m/s. Calcular:

- Celeridad en el momento de llegar al suelo.
- Tiempo necesario para que el objeto se encuentre a 10 m del suelo.
- Si a 60 m. se encuentra una pared de 14 m. de altura. ¿El objeto impacta con la pared?

VER VIDEO https://youtu.be/JWJcKq_tCHU

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} x = 25 \cdot \cos 0 \cdot t \\ y = 50 + 25 \cdot \sin 0 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 25 \cdot \cos 0 \\ v_y = 25 \cdot \sin 0 - 10 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 25 \cdot t \\ y = 50 - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 25 \\ v_y = -10 \cdot t \end{cases}$$

a) Llegar al suelo $\rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = 50 - 5 \cdot t^2 \rightarrow t = 3'16 \text{ s.}$

$$\begin{cases} v_x = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_y = -10 \cdot 3'16 = -31'6 \text{ m/s.} \end{cases} \rightarrow \vec{v} = 25 \text{ i} - 31'6 \text{ j} \rightarrow \vec{v} = \sqrt{25^2 + 31'6^2} = 40'29 \text{ m/s}$$

b) Basta sustituir la $y = 10 \rightarrow 10 = 50 - 5 \cdot t^2 \rightarrow t = 2'83 \text{ s.}$

c) Sustituyo $x = 60 \rightarrow 60 = 25 \cdot t \rightarrow t = 2'4 \text{ s.} \rightarrow y = 50 - 5 \cdot 2'4^2 = 21'2 \text{ m.} > 14 \text{ m.}$
por tanto, pasará por encima del árbol.

48. Un jugador de golf lanza una pelota desde el suelo con un ángulo de 60° con respecto a la horizontal y con una velocidad de 60 m/s. Calcular:

- La posición de la partícula cuando la componente vertical de la velocidad es nula.
- Alcance del disparo.

VER VIDEO <https://youtu.be/FOgh0joiVGA>

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} x = 60 \cdot \cos 60 \cdot t \\ y = 0 + 60 \cdot \sin 60 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 60 \cdot \cos 60 \\ v_y = 60 \cdot \sin 60 - 10 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30 \cdot t \\ y = 51,96 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 30 \\ v_y = 51,96 - 10 \cdot t \end{cases}$$

$$v_y = 0 \rightarrow 0 = 51,96 - 10 \cdot t \rightarrow t = 5,2 \text{ s.}$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = 51,96 \cdot t - 5 \cdot t^2 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10,39 \text{ s.} \end{cases} \rightarrow x_{\text{máx}} = 30 \cdot 10,39 = 311,7 \text{ m}$$

49. Desde una torre de 50 m de altura lanzamos horizontalmente un objeto con una velocidad inicial de 20 m/s. Calcular el tiempo que tarda el objeto en llegar al suelo.

$$y = 50 + 20 \cdot \sin 0 - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow 0 = 50 - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow t = 3,19 \text{ s.}$$

50. Un móvil situado inicialmente en el origen de coordenadas tiene una velocidad inicial de 5 m/s en el sentido positivo del eje "x", simultáneamente se le comunican dos aceleraciones constantes de módulo 2 m/s^2 , una dirigida en el sentido del eje "x" negativo y otra en el sentido positivo del eje "y". Calcular:

- Aceleración tangencial en cualquier instante de tiempo.
- Posición de la partícula para la cual la velocidad es mínima.

VER VIDEO <https://youtu.be/BHINmiCBocc>

a) Ecuaciones del movimiento:
$$\begin{cases} x = 5 \cdot t - t^2 \\ y = 5 \cdot t^2 \end{cases}$$

Vector de posición: $\vec{r} = (5 \cdot t - t^2)\vec{i} + 5 \cdot t^2\vec{j}$

Vector velocidad y celeridad: $\vec{v} = (5 - 2 \cdot t)\vec{i} + 10 \cdot t\vec{j}$; $|\vec{v}| = \sqrt{(5 - 2 \cdot t)^2 + 100 \cdot t^2}$

$|\vec{a}_{\text{tangencial}}| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{104 \cdot t - 20}{2 \cdot \sqrt{104t^2 - 20t + 25}}$

b) La velocidad es mínima en el instante inicial. Posición (0, 0)

51. Se dispara un proyectil con una velocidad de 600 m/s formando un ángulo de 60° con la horizontal.

- ¿Qué altura máxima alcanzará?
- ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzarla?
- ¿Qué velocidad tendrá en dicho punto?
- ¿Cuál será el alcance máximo?
- ¿Con qué velocidad llegará al suelo?

VER VIDEO <https://youtu.be/8FzQRdNw2Dk>

Ecuaciones
$$\begin{cases} x = 600 \cdot \cos 60 \cdot t \\ y = 0 + 600 \cdot \sin 60 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 600 \cdot \cos 60 \\ v_y = 600 \cdot \sin 60 - 10 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 300 \cdot t \\ y = 519,6 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 300 \\ v_y = 519,6 - 10 \cdot t \end{cases}$$

a. $0 = 519,6 - 10 \cdot t \rightarrow t = 51,96 \text{ s.} \rightarrow y = 519,6 \cdot 51,96 - 5 \cdot 51,96^2 = 13500 \text{ m.}$

b. $t = 51,96 \text{ s.}$

c. $v_x = 300 \text{ m/s. y } v_y = 0$, por tanto, $v = 300 \text{ m/s.}$

d. $y = 519,6 \cdot t - 5 \cdot t^2 \rightarrow 0 = 519,6 \cdot t - 5 \cdot t^2 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 103,92 \text{ s.} \end{cases} \rightarrow 300$
 $x = 300 \cdot 103,92 = 31176 \text{ m.}$

e. $\begin{cases} v_x = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_y = 519,6 - 10 \cdot 103,92 = -519,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{v} = 300\vec{i} - 519,6\vec{j} \\ |\vec{v}| = 600 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$

52. Un helicóptero que vuela a 40 m/s. y a 25 m. de altura, lleva provisiones a un barco que se encuentra a una distancia horizontal 'd' de un barco que navega a 4 m/s.

- Calcular el valor de 'd' para que, si el helicóptero lanza un paquete, éste caiga sobre el barco.
- ¿Qué distancia horizontal hay entre el barco y el helicóptero cuando el paquete cae sobre el barco?

VER VIDEO <https://youtu.be/lfrVkqj5Teg>

Alcance = $d + v \cdot t$

$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = y_0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 40 \cdot t \\ y = 25 - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow$

$\begin{cases} 0 = 25 - 4,9 \cdot t^2, t = 2,26 \text{ s.} \\ x = 40 \cdot 2,26 = 90,4 \text{ m} \end{cases} \rightarrow 90,4 = d + 4 \cdot 2,26 \rightarrow d = 81,36 \text{ m.}$

El paquete y el helicóptero tienen la misma velocidad horizontal, esto hace que ambos se encuentren siempre en la misma vertical, por tanto, cuando el paquete llega al barco el helicóptero se encuentra justo en la vertical del barco.

53. Un niño de 1,5 metros de altura, y que está parado a 15 m. de una valla de 5 m. de altura, lanza una piedra con una velocidad inicial de 15 m/s. y un ángulo con la horizontal de 45°. Si el niño lanza la pelota desde 1,5 metros del suelo, determinar:

a. ¿Podrá pasar la pelota por encima de la valla?

b. ¿Qué velocidad tendrá la pelota en el momento de llegar a la vertical de la valla?

VER VIDEO <https://youtu.be/BEJ8mZCnIvs>

$$\begin{cases} y_0 = 1,5 \text{ m.} \\ x = 15 \text{ m.} \\ v_0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \\ \alpha = 45^\circ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = y_0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10,6 \cdot t \\ y = 1,5 + 10,6 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15 = 10,6 \cdot t \rightarrow t = 1,42 \text{ s.} \\ y = 1,5 + 10,6 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow y = 1,5 + 10,6 \cdot 1,42 - 4,9 \cdot 1,42^2 = 6,67 \text{ m} > 5 \end{cases}$$

A 15 metros del punto de lanzamiento la piedra se encuentra a 6,67 metros de altura, superior a la altura de la pared. Pasará por encima.

$$\begin{cases} v_x = 10,6 \\ v_y = 10,6 - 9,8 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x = 10,6 \\ v_y = 10,6 - 9,8 \cdot 1,42 = -3,32 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{v} = 10,6\vec{i} - 3,32\vec{j} \frac{\text{m}}{\text{s}}. \\ |\vec{v}| = \sqrt{10,36^2 + 3,32^2} = 11,12 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{cases}$$

54. Un centrocampista trata de sorprender desde 50 m. a un portero adelantado golpeando en la dirección correcta el balón, que sale de su bota a 80 km/h y con un ángulo de 45° del suelo. El portero se encuentra a 7 m de su portería y tarda 1 s en reaccionar y retroceder a una velocidad de 2 m/s. ¿Será gol o no?

VER VÍDEO <https://youtu.be/KY1nZ5m7Cmc>

Calculamos el tiempo que tarda la pelota en llegar a la portería y el tiempo que tarda el portero en llegar a la misma, y los comparamos.

$$80 \text{ Km./h} = 22,22 \text{ m/s.}$$

$$\text{La pelota: } x = 22,22 \cdot \cos 45 \cdot t \rightarrow 50 = 15,71 \cdot t \rightarrow t = 3,18 \text{ s}$$

$$\text{El portero: } S = v \cdot t \rightarrow t = 3,5 \text{ s. } 3,5 + 1 > 3,2 \rightarrow \text{La pelota llega antes, será gol.}$$

55. Un bombardero que vuela horizontalmente suelta 3 bombas con intervalos de 1 s. ¿Cuál es la distancia vertical entre la primera y la segunda, y entre la segunda y la tercera?:

a) En el instante en que se deja caer la tercera.

b) Después de que la primera ha descendido 200 m.

VER VÍDEO <https://youtu.be/TQAShCagHpE>

$$\begin{cases} y_1 = h - 4,9 \cdot t^2 \\ y_2 = h - 4,9 \cdot (t-1)^2 \\ y_3 = h - 4,9 \cdot (t-2)^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 = h - 4,9 \cdot 4 = h - 19,6 \\ y_2 = h - 4,9 \cdot 1 = h - 4,9 \\ y_3 = h \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_2 - y_1 = 14,7 \text{ m.} \\ y_3 - y_2 = 4,9 \text{ m.} \end{cases}$$

$$y_1 = h - 200 = h - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow t = 6,39 \text{ s}$$

$$\begin{cases} y_2 - y_1 = h - 142,36 - (h - 200) = 57,64 \text{ m.} \\ y_3 - y_2 = h - 94,43 - (h - 142,36) = 47,93 \text{ m} \end{cases}$$

56. Un jugador de golf lanza una pelota desde el suelo con un ángulo de 60° con respecto a la horizontal y con una velocidad de 60 m/s. Calcular en qué posición la celeridad es 50 m/s.

VER VÍDEO <https://youtu.be/HrM7WMQslpk>

$$\text{Ecuaciones } \begin{cases} x = 60 \cdot \cos 60 \cdot t \\ y = 0 + 60 \cdot \sin 60 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 60 \cdot \cos 60 \\ v_y = 60 \cdot \sin 60 - 10 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30 \cdot t \\ y = 51,96 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 30 \\ v_y = 51,96 - 10 \cdot t \end{cases}$$

$$\sqrt{30^2 + (51,96 - 10 \cdot t)^2} = 50 \rightarrow 900 + 2700 - 1039,2 \cdot t + 100t^2 = 2500 \rightarrow$$

$$\begin{cases} t = 9,2 \text{ s.} \rightarrow \begin{cases} x = 30 \cdot 9,2 = 276 \text{ m.} \\ y = 51,96 \cdot 9,2 - 5 \cdot 9,2^2 = 54,83 \text{ m.} \end{cases} \\ t = 1,2 \text{ s.} \rightarrow \begin{cases} x = 30 \cdot 1,2 = 36 \text{ m.} \\ y = 51,96 \cdot 1,2 - 5 \cdot 1,2^2 = 55,152 \text{ m.} \end{cases} \end{cases}$$

57. Dos aviones vuelan a distinta altura. Si uno vuela a 200 m/s. a 300 m. de altura, ¿a qué velocidad vuela el otro que se encuentra a 1000 m. de altura, para que ambos tengan el mismo alcance al lanzar un objeto?

VER VÍDEO <https://youtu.be/qb6ve7dixUQ>

$$\text{Ecuaciones } 1^{\circ} \begin{cases} x = 200 \cdot \cos 0 \cdot t \\ y = 300 + 200 \cdot \sin 0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 200 \cdot t \\ y = 300 - 4,9 \cdot t^2 \end{cases}$$

$$y = 300 - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow 0 = 300 - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow t = 7,82 \text{ s.} \rightarrow x_{\text{máx.}} = 200 \cdot 7,82 = 1564 \text{ m.}$$

El alcance del 2º avión será 1564 m.

$$\text{Ecuaciones } 1^{\circ} \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos 0 \cdot t \\ y = 1000 + v_0 \cdot \sin 0 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = v_0 \cdot t \\ y = 1000 - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 1564 = v_0 \cdot t \\ 0 = 1000 - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow t = 14,29 \text{ s.} \end{cases} \rightarrow 1564 = v_0 \cdot 14,29 \rightarrow v_0 = 109,42 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

58. Calcular con qué ángulo debemos lanzar un objeto, desde el suelo, para que a 50 m. del punto de lanzamiento se encuentre a 25 metros de altura si lo hemos lanzado a 40 m/s.

VER VÍDEO <https://youtu.be/a1BtMkOF3sQ>

La ecuación de la trayectoria del tiro parabólico es la fórmula adecuada para el cálculo del ángulo de lanzamiento:

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = h + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \\ y = h + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} - 4,9 \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 \end{cases}$$

$$y = h + \tan \alpha \cdot x - \frac{4,9}{(v_0)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot x^2 \rightarrow y = h + \tan \alpha \cdot x - \frac{4,9}{v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha) \cdot x^2$$

Sustituyendo:

$$25 = 0 + \operatorname{tag} \alpha \cdot 50 - \frac{4,9}{40^2} (1 + \operatorname{tag}^2 \alpha) \cdot 50^2$$

$$25 = 50 \cdot \operatorname{tag} \alpha - 7,66 \cdot (1 + \operatorname{tag}^2 \alpha) \rightarrow -7,66 \cdot \operatorname{tag}^2 \alpha + 50 \cdot \operatorname{tag} \alpha - 32,66 = 0$$

$$\begin{cases} \operatorname{tag} \alpha = 5,79 \rightarrow \alpha = 80,2^\circ \\ \operatorname{tag} \alpha = 0,72 \rightarrow \alpha = 35,75^\circ \end{cases}$$

59. Sobre una mesa de 1 m de altura rueda con velocidad constante de 2 m/s una bola, hasta que cae por uno de sus extremos:

a. ¿A qué distancia de la base de la mesa golpeará el suelo?

b. Calcula el módulo de la velocidad en el momento de chocar con el suelo.

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} x = 2 \cdot \cos 0 \cdot t \\ y = 1 + 2 \cdot \sin 0 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 2 \cdot \cos 0 \\ v_y = 2 \cdot \sin 0 - 10 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \cdot t \\ y = 1 - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 2 \\ v_y = -10 \cdot t \end{cases}$$

a.

$$y = 1 - 5 \cdot t^2 \rightarrow 0 = 1 - 5 \cdot t^2 \rightarrow t = 0,45 \text{ s.} \rightarrow x_{\text{máx.}} = 2 \cdot 0,45 = 0,9 \text{ m.}$$

b.

$$\begin{cases} v_x = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_y = -10 \cdot t = -10 \cdot 0,45 = -4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{v} = 2\vec{i} - 4,5\vec{j} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ |\vec{v}| = 9,92 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

60 Un saltador de longitud alcanza una velocidad de 10 m/s en el instante en que inicia su salto. Si la inclinación con que lo realiza es de 25° con respecto a la horizontal y se desprecian los efectos del viento y los rozamientos, determinar:

a. El tiempo que está en el aire.

b. La altura máxima alcanzada en el vuelo.

c. La longitud mínima que ha de tener el foso de arena si el salto lo inicia a 27 cm. del mismo.

$$\text{Ecuaciones} \begin{cases} x = 10 \cdot \cos 25 \cdot t \\ y = 0 + 10 \cdot \sin 25 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 10 \cdot \cos 25 \\ v_y = 10 \cdot \sin 25 - 10 \cdot t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 9,06 \cdot t \\ y = 4,23 \cdot t - 5 \cdot t^2 \\ v_x = 9,06 \\ v_y = 4,23 - 10 \cdot t \end{cases}$$

a.

$$y = 4,23 \cdot t - 5 \cdot t^2 \rightarrow 0 = 4,23 \cdot t - 5 \cdot t^2 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0,92 \text{ s.} \end{cases}$$

b. Tiempo subiendo = $0,92/2 = 0,46 \text{ s.}$

$$y = 4,23 \cdot t - 5 \cdot t^2 \rightarrow y = 4,23 \cdot 0,46 - 5 \cdot 0,46^2 = 0,89 \text{ m.}$$

c.

$$x_{\text{máx.}} = 9,06 \cdot 0,92 = 8,33 \text{ m.} \rightarrow \text{longitud del foso} = 8,33 - 0,27 = 8,07 \text{ m.}$$

61. Un avión que vuela a una altura de 2 km lleva una velocidad de 100 m/s. ¿A qué distancia del blanco debe soltar una bomba para que explote exactamente en ese punto?

Ecuaciones $\begin{cases} x = 100 \cdot \cos 0 \cdot t \\ y = 2000 + 100 \cdot \sin 0 - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 100 \cdot t \\ y = 2000 - 4,9 \cdot t^2 \end{cases}$
 $y = 2000 - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow 0 = 2000 - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow t = 20,2 \text{ s.} \rightarrow 2020 \text{ m.}$

62. El portero de un equipo de balonmano inicia un contraataque lanzando la pelota con una velocidad de 20 m/s y una inclinación de 60° sobre un compañero 25 m más adelantado. Si moviéndose con velocidad constante, éste alcanza la pelota a la misma altura a la que ha sido lanzada, determinar el valor de esta velocidad.

Alcance = 25 + espacio recorrido por el compañero. $\rightarrow x_{\text{máx.}} = 25 + v \cdot t$

Ecuaciones $\begin{cases} x = 20 \cdot \cos 60 \cdot t \\ y = 0 + 20 \cdot \sin 60 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \cdot t \\ y = 17,32 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \end{cases}$
 $y = 17,32 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow 0 = 17,32 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 3,53 \text{ s.} \end{cases} \rightarrow$
 $x_{\text{máx.}} = 10 \cdot 3,53 = 35,3 \text{ m.} \rightarrow 35,3 = 25 + v \cdot 3,53 \rightarrow v = 2,92 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$

5. M.C.U. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME.

MAGNITUDES	UNIDADES	FÓRMULAS
φ : ángulo recorrido. (nº de vueltas)	radianes	$\varphi = \omega \cdot t$
R: radio.	metros	$L = \varphi \cdot R$
ω : velocidad angular.	rad/s.	$\omega = \frac{2\pi N}{T}$
v: velocidad lineal.	m/s.	$\omega = \frac{2\pi}{T} \left\} N = \frac{1}{T}\right.$
T: periodo. Tiempo en dar una vuelta.	s.	$v = \omega \cdot R$
N o f: frecuencia. Nº de vueltas por unidad de tiempo	hercios = r.p.s.	$a_N = \frac{v^2}{R}$
a_N : aceleración normal o centrípeta.	m/s ²	$a_N = \omega^2 \cdot R$ nº de vueltas = N.t

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

63. Una rueda tiene 20 cm. de radio y tarda una centésima de segundo en dar una vuelta. Calcular:

- Periodo.
- Velocidad angular.
- Velocidad lineal de un punto de la periferia.
- Frecuencia.
- Aceleración normal.

VER VÍDEO <https://youtu.be/C9rQmBNMUiM>

- Tarda una centésima de segundo en dar una vuelta. $\rightarrow T = 0'01 \text{ s.}$
- $\omega = \frac{2\pi}{T} = 200 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s.}} = 628'32 \text{ rad/s.}$

- c) $v = \omega \cdot R = 40 \cdot \pi \text{ m/s} = 125'66 \text{ m/s}$.
 d) $f = \frac{1}{T} = 100 \text{ hz}$.
 e) $a_{\text{normal}} = \omega^2 \cdot R = 78957 \text{ m/s}^2$

64. La rueda de un carro tiene 75 cm. de radio y el carro es tirado por un caballo que va a 9 km/h. Hallar:

- a.- Velocidad angular.
 b.- Las vueltas que da la rueda cada minuto.

VER VÍDEO <https://youtu.be/ZRsMXComoaY>

$$R = 75 \text{ cm.} = 0,75 \text{ m.}$$

$$v = 9 \text{ Km./h.} = 2,5 \text{ m/s.}$$

$$v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{v}{R} = 3,33 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$\varphi = \omega \cdot t = 3,33 \cdot 60 = 199,8 \text{ rad.} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad.}} = 31,8 \text{ vueltas}$$

También se puede hacer $n^\circ = N \cdot t$ (ver video).

64. Un disco de 80 cm. de radio posee un período de dos segundos. Determinar:

- a. Velocidad lineal de un punto de la periferia del disco.
 b. Número de vueltas realizadas por el disco durante un tiempo de 10 s.

VER VIDEO <https://youtu.be/BchVy-G4Xw>

$$\left\{ \begin{array}{l} R = 80 \text{ cm.} = 0,8 \text{ m.} \\ T = 2 \text{ s.} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \\ v = \pi \cdot 0,8 = 2,51 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{array} \right.$$

$$n^\circ \text{ de vueltas} \left\{ \begin{array}{l} n^\circ \text{ de vueltas} = f \cdot t = \frac{1}{T} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ vueltas} \\ \varphi = \omega \cdot t = 10 \cdot \pi \frac{\text{Rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad.}} = 5 \text{ vueltas.} \end{array} \right.$$

66. Los puntos de la periferia de una rueda, que está girando, tienen una velocidad lineal de 54 km/h. Si la rueda tiene un radio de 40 cm.

- a. ¿Cuál es su velocidad angular en rev/min.?
 b. ¿Cuántas vueltas da en 18 s.?
 c. ¿Qué longitud recorre durante esos 18 segundos?

VER VÍDEO <https://youtu.be/4m3-JZEASA>

$$v = 54 \text{ Km./h.} = 15 \text{ m/s.}$$

$$R = 40 \text{ cm.} = 0,4 \text{ m.}$$

$$v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{v}{R} = 37,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ revolución}}{2\pi \text{ rad.}} \cdot \frac{60 \text{ s.}}{1 \text{ minuto.}} = 358,1 \frac{\text{rev}}{\text{min.}}$$

$$\varphi = \omega \cdot t = 37,5 \cdot 18 = 675 \text{ rad.} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad.}} = 107,43 \text{ vueltas}$$

$$L = \varphi \cdot t = \omega \cdot R \cdot t = 37,5 \cdot 0,4 \cdot 18 = 270 \text{ m.}$$

67. Calcular la velocidad angular en rad/s. de las agujas horaria, minuter y segundera de un reloj.
VER VÍDEO https://youtu.be/qwzwLAgp_P0

Parece que no hay datos, en realidad sabemos que la aguja horaria da una vuelta cada 12 h. Por tanto, el periodo es 12 h. = 43200 s.

$$\omega_H = \frac{2\pi}{T} = 1,45 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T} = 1,75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$\omega_S = \frac{2\pi}{T} = 0,105 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

68. Una rueda gira a razón de 30π rad/s. Calcular: ¿Cuántas vueltas da en 15 minutos?

$$\omega = 30\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 94,25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$\varphi = \omega \cdot t = 94,25 \cdot 900 = 84825 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 13500 \text{ vueltas}.$$

69. Si la Tierra da una vuelta alrededor de su eje cada 24 horas, calcular:

a. ¿Cuál es su velocidad angular en rad/h.?

b. ¿Qué velocidad lineal, en km/h, corresponde a un punto del Ecuador en este movimiento de rotación? Radio de la Tierra: 6370km.

VER VÍDEO <https://youtu.be/ZtJoAFFhnnc>

$$T = 24 \text{ h.}; \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} = 7,27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h.}} = 0,26 \frac{\text{rad}}{\text{h}}.$$

$$v = \omega \cdot R = 7,27 \cdot 10^{-5} \cdot 6370000 = 463,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ Km.}}{1000 \text{ m.}} \cdot \frac{3600 \text{ s.}}{1 \text{ h.}} = 1667 \frac{\text{Km}}{\text{h}}.$$

70. Un cigüeñal de un automóvil gira a 4000 r.p.m. Calcular su velocidad angular, período y frecuencia.

$$f = 4000 \text{ r.p.m.} = 4000 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min.}}{60 \text{ s.}} = 66,67 \text{ Hz}.$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 418,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$T = \frac{1}{f} = 0,015 \text{ s}.$$

71. Un satélite artificial describe una órbita circular a 644 km. sobre la superficie de la Tierra. Su período es de 98 min. El radio terrestre mide 6370 km. Calcular su velocidad lineal y su velocidad angular.

VER VÍDEO <https://youtu.be/7fRkGRXNMkA>

Radio de la órbita del satélite = 644 + 6370 = 7014 Km. = 7014000 m.

T = 98 min. = 98 · 60 = 5880 s.

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{5880} = 0,00107 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

$$v = \omega \cdot R = 0,00107 \cdot 7014000 = 7505 \text{ m/s}$$

72. Una rueda de radio 0'5 m. describe una vuelta completa en dos segundos. Calcula:

a.- La distancia recorrida por un punto de la periferia de la rueda en esos 2s. $\pi \text{ m}$.

b.- Velocidad lineal a la cual ha girado dicho punto. $0'5 \cdot \pi \text{ m/s}$.

c.- Frecuencia. $0'5 \text{ Hz}$.

VER VÍDEO <https://youtu.be/EYrsS8BqjAw>

$$\left\{ \begin{array}{l} R = 0,5 \text{ m.} \\ T = 2 \text{ s.} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \\ L = \varphi \cdot R = \omega \cdot t \cdot R = \pi \cdot 2 \cdot 0,5 = \pi \text{ m.} \\ v = \omega \cdot R = 0,5 \cdot \pi \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \\ f = \frac{1}{T} = 0,5 \text{ Hz.} \end{array} \right.$$

73. Un automóvil circula a una velocidad constante de 15 m/s. si las ruedas del automóvil tienen un radio de 30 cm. Calcula:

a.- Velocidad angular de las ruedas en r.p.m.

b.- Nº de vueltas que dan las ruedas en un minuto.

$$\left\{ \begin{array}{l} v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \\ R = 30 \text{ cm.} = 0,3 \text{ m.} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega = \frac{v}{R} = \frac{15}{0,3} = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ rev.}}{2 \cdot \pi \text{ rad.}} \cdot \frac{60 \text{ s.}}{1 \text{ min.}} = 477,46 \text{ r. p. m.} \\ \varphi = \omega \cdot t = 50 \cdot 60 = 3000 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2 \cdot \pi \text{ rad.}} = 477,46 \text{ vueltas} \end{array} \right.$$

74. Un móvil describe una trayectoria circular de 1 m. de radio a razón de treinta vueltas por minuto. Calcular:

a) Frecuencia y periodo del movimiento.

b) Componentes intrínsecas de la aceleración.

$$f = 30 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min.}}{60 \text{ s.}} = 0,5 \text{ Hz.} \rightarrow T = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ s.}$$

$$a_{\tau} = 0; a_n = \omega^2 \cdot R = (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot R = 9,87 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

75. Calcular la frecuencia de un movimiento circular uniforme de radio 40 cm. si sabemos que la velocidad lineal de un punto de la periferia es de 36 km/h.

$$\left\{ \begin{array}{l} R = 40 \text{ cm.} = 0,4 \text{ m.} \\ v = 36 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{array} \right. \rightarrow \omega = \frac{v}{R} = 25 \frac{\text{rad.}}{\text{s}} \rightarrow f = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 0'25 \text{ Hz.}$$

6. M.C.U.A. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACELERADO.

φ : ángulo recorrido.(nº de vueltas)	radianes	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\varphi$ $a_T = \alpha \cdot R$
R: radio.	metros	
ω : velocidad angular.	rad/s.	
v: velocidad lineal.	m/s.	
T: periodo. Tiempo en dar una vuelta.	s.	
N o f: frecuencia. Nº de vueltas por unidad de tiempo	hercios = r.p.s.	
a_N : aceleración normal o centrípeta.	m/s ²	
a_T : aceleración tangencial.	m/s ²	
α : aceleración angular.	rad/s ²	

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

76. Un móvil que gira a 15 rad/s. acelera alcanzando los 30 rad/s. tras dar 50 vueltas. Calcular:

a.- Aceleración angular.

b.- Tiempo total.

c.- Número de vueltas que da en el último segundo.

VER VÍDEO <https://youtu.be/xPGddlOnHU>

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = 15 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \omega = 30 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \varphi = 50 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ vuelta}} = 314,16 \text{ rad} \end{array} \right.$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\varphi \rightarrow \alpha = 1,07 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow t = 14,02 \text{ s.}$$

$$\varphi_{13,02} = \omega_0 t + 0,5\alpha t^2 = 286 \text{ rad.}$$

$$\text{En el último segundo } \varphi_{\text{total}} - \varphi_{13,02} = 28,16 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 4,48 \text{ vueltas.}$$

77. Un tocadiscos gira a 33 r.p.m. Se desconecta de la corriente y debido a la fuerza de rozamiento que actúa sobre el plato se produce una aceleración de parada de 3 rad/s². Calcular:

a.- Tiempo que tarda en pararse.

b.- Velocidad a los 0,5 s.

c.- Aceleración tangencial si R = 17 cm.

d.- Número de vueltas en el último segundo.

VER VÍDEO <https://youtu.be/yrgtIAh2evQ>

a)

$$\omega_0 = 33 \text{ r.p.m.} = 33 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s.}} \cdot \frac{2 \cdot \pi \text{ rad.}}{1 \text{ rev.}} = 3,46 \frac{\text{rad}}{\text{s.}}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow t = 1,15 \text{ s.}$$

b.-

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow \omega = 1,96 \frac{\text{rad}}{\text{s.}}$$

c.-

$$a_t = \alpha R = -0,51 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

d

$$\varphi_{0,15} = \omega_0 t + 0,5 \alpha t^2 = 0,49 \text{ rad.}$$

$$\varphi_{1,15} = \omega_0 t + 0,5 \alpha t^2 = 2 \text{ rad.}$$

$$\text{En el último segundo } \varphi_{\text{total}} - \varphi_{0,15} = 1,51 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 0,24 \text{ vueltas.}$$

78. Un disco de 50 cm. de radio gira a 180 r.p.m. y se detiene en 20 segundos. Calcular:**a. Componentes intrínsecas de la aceleración a los 2 s. de haber empezado a frenar.****b. Tiempo necesario para que el disco gire 5 vueltas.**VER VIDEO <https://youtu.be/tkn0l6TvETy>

$$\left\{ \begin{array}{l} r = 50 \text{ cm.} = 0,5 \text{ m.} \\ \omega_0 = 180 \text{ r.p.m.} = 180 \frac{\text{rev}}{\text{min.}} \cdot \frac{2\pi \text{ vueltas}}{1 \text{ rev.}} \cdot \frac{1 \text{ min.}}{60 \text{ s.}} = 18,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ t = 20 \text{ s.} \\ \omega = 0 \end{array} \right.$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow 0 = 18,85 + 20 \cdot \alpha \rightarrow \alpha = -0,94 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

$$\omega_{2 \text{ s.}} = 18,85 - 0,94 \cdot 2 = 16,97 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow a_n = \omega^2 \cdot R = 16,97^2 \cdot 0,5 = 144 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$a_\tau = \alpha \cdot R = -0,94 \cdot 0,5 = -0,47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$\varphi = 5 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ vuelta}} = 31,42 \text{ rad.} \left\{ \begin{array}{l} \varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \\ 31,42 = 18,85 \cdot t - 0,47 \cdot t^2 \end{array} \right. \rightarrow t = 1,74 \text{ s.}$$

79. Un disco de 40 cm. de diámetro que parte del reposo gira durante 20 s. hasta alcanzar las 60 r.p.m. Transcurrido dicho tiempo, el disco gira durante 10 s. a velocidad constante, y posteriormente, inicia un frenado que lo hace detenerse en dos vueltas. Calcular:**a. Las aceleraciones angulares al acelerar y al frenar.****b. El número de vueltas totales realizadas por el disco desde que inicia el movimiento hasta que se detiene de nuevo.**VER VIDEO https://youtu.be/qJuVjoq7_hc

Primer tramo.

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = 0 \\ t = 20 \text{ s.} \\ \omega = 60 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min.}}{60 \text{ s.}} = 6,28 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow \\ \omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow 6,28 = \alpha \cdot 20 \rightarrow \alpha = 0,314 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}. \\ \varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = 0,5 \cdot 0,314 \cdot 20^2 = 62,8 \text{ rad.} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 10 \text{ vueltas} \end{array} \right.$$

Segundo tramo.

$$\{\varphi = \omega \cdot t = 6,28 \cdot 10 = 62,8 \text{ rad} = 10 \text{ vueltas.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = 6,28 \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \\ \varphi = 2 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ vuelta}} = 12,57 \text{ rad.} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \varphi \\ 0 = 6,28^2 + 2 \cdot \alpha \cdot 12,57 \rightarrow \alpha = 1,57 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}. \end{array} \right. \\ \omega = 0. \end{array} \right.$$

$$n^\circ \text{ total de vueltas} = 10 + 10 + 2 = 22 \text{ vueltas.}$$

80. Calcular el tiempo necesario para que un disco que parte del reposo acelere uniformemente hasta alcanzar 30 r.p.m. después de recorrer 6 vueltas.

VER VÍDEO <https://youtu.be/HxzMWOG82Ag>

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 30 \text{ r.p.m.} = 30 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s.}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ rev.}} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \varphi = 6 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad.}}{1 \text{ vuelta}} = 12\pi \text{ rad} \\ \omega_0 = 0 \end{array} \right\} \omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \varphi \rightarrow$$

$$\alpha = \frac{0'13 \text{ rad}}{\text{s}} \rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow t = 24'17 \text{ s.}$$

7. MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE.

y: elongación. Separación del cuerpo de la posición de equilibrio. m.
A: amplitud o elongación máxima. m.
 ω : frecuencia angular. n° de periodos comprendidos en 2π s. rad/s.
 ϕ_0 : fase inicial. Estado de vibración inicial. rad.
 $\omega \cdot t + \phi_0$: fase. Estado de vibración. rad.
T: periodo. Tiempo que tarda en realizar una oscilación completa. s.
N o f o v: frecuencia. n° de oscilaciones por s. Hz o r.p.s.
k: constante del muelle. N/m.
l: longitud del péndulo.

- $y(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi_0)$
- $v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0)$. v: velocidad m/s. $v_{\text{máx.}} = A \cdot \omega$
- $a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi_0)$. a: aceleración m/s². $a_{\text{máx.}} = A \cdot \omega^2$.
- $a(t) = -\omega^2 y$. En el M.A.S. la aceleración es en todo momento proporcional a la elongación.

- $\omega = 2 \cdot \pi \cdot N$ } $N = \frac{1}{T}$
 $\omega = 2 \cdot \pi / T$
- $E_{\text{mecánica}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$
- $E_{\text{potencial}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$
- $E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (A^2 - x^2)$
- $k = m \cdot \omega^2$
- $T_{\text{péndulo}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$
- $T_{\text{muelle}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$

ÉCHAME UNA MANO PARA QUE LA WEB CREZCA. CADA VEZ QUE MIRES UN VÍDEO DALE A ME GUSTA.

81. Un m.v.a.s. tiene la siguiente ecuación del movimiento: $y(t) = 3 \cdot \sin(\pi t - \pi/2)$. Calcular:

- a. La amplitud.
- b. La pulsación.
- c. La fase inicial.
- d. La fase.
- e. El periodo.
- f. La frecuencia.
- g. La ecuación de la velocidad.
- h. La ecuación de la aceleración.
- i. La velocidad cuando la posición es 1,5 m.
- j. Dos primeros instantes en que la velocidad es nula.
- k. Dos primeros instantes en que la velocidad es 5 m/s.
- l. Velocidad y aceleración máximas.
- m. La ecuación que relaciona la posición con la velocidad.

VER VIDEO https://youtu.be/9V-6o_KgOic

VER VIDEO <https://youtu.be/rIP4lezjnn8>

VER VIDEO <https://youtu.be/GEa83mzrgrg>

Comparando $y(t) = 3 \cdot \sin(\pi t - \pi/2)$ con $y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$

- a. 3 m.
- b. π rad/s.
- c. $-\pi/2$ rad.
- d. $(\pi t - \pi/2)$ rad.
- e. $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ s.

$$f \cdot f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Hz.}$$

$$g. v(t) = 3\pi \cdot \cos(\pi t - \pi/2)$$

$$h. a(t) = 3\pi^2 \cdot \sin(\pi t - \pi/2) = \pi^2 \cdot y$$

$$i. 1,5 = 3 \cdot \sin(\pi t - \pi/2) \rightarrow \sin(\pi t - \pi/2) = 0,5 \rightarrow (\pi t - \pi/2) = \pi/6 \text{ rad.}$$

$$v(t) = 3\pi \cdot \cos(\pi t - \pi/2) = v(t) = 3\pi \cdot \cos(\pi/6) = 8,16 \text{ m/s.}$$

j. $v(t) = 3\pi \cdot \cos(\pi t - \pi/2) \rightarrow 0 = 3\pi \cdot \cos(\pi t - \pi/2) \rightarrow \cos(\pi t - \pi/2) = 0 \rightarrow \pi t - \pi/2 = \pi/2 \rightarrow t = 1 \text{ s.}$ Para $t = 1 \text{ s.}$ el móvil tiene velocidad nula, situación que se repite siempre que la elongación es máxima, es decir, cada medio período. Si el período es de dos segundos será cada segundo. $t = 0, t = 1 \text{ s.}, t = 2 \text{ s.} \dots$

k. $v(t) = 3\pi \cdot \cos(\pi t - \pi/2) \rightarrow 5 = 3\pi \cdot \cos(\pi t - \pi/2) \rightarrow \cos(\pi t - \pi/2) = 5/3\pi \rightarrow \pi t - \pi/2 = 1,012 \text{ rad} \rightarrow t = 0,82 \text{ s.}$ No sabemos cada cuanto tiempo el móvil adquiere la velocidad de 5 m/s. No lo podemos hacer, pues, como el apartado anterior, hecho por un método físico. Los siguientes tiempos los calcularemos por métodos matemáticos.

$$\pi t - \pi/2 = 2\pi - 1,012 \rightarrow t = 2,18 \text{ s.}$$

$$l. v_{\text{máx.}} = A \cdot \omega = 3\pi \text{ m/s. y } a_{\text{máx}} = A \cdot \omega^2 = 3\pi^2 \text{ m/s}^2.$$

m.

$$\begin{cases} y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (y(t))^2 = A^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ (v(t))^2 = A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{(y(t))^2}{A^2} \\ \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \frac{(v(t))^2}{A^2 \cdot \omega^2} \end{cases} \rightarrow \overbrace{\sin^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0)}^1 = \frac{(y(t))^2}{A^2} + \frac{(v(t))^2}{A^2 \cdot \omega^2}$$

$$\frac{(y(t))^2}{A^2} + \frac{(v(t))^2}{A^2 \cdot \omega^2} = 1 \rightarrow \omega^2 \cdot (y(t))^2 + (v(t))^2 = A^2 \cdot \omega^2$$

Podemos utilizar esta fórmula para resolver el apartado i.

$$\pi^2 \cdot 1,5^2 + (v(t))^2 = 9 \cdot \pi^2 \rightarrow (v(t))^2 = 6,75 \cdot \pi^2 \rightarrow v(t) = 8,16 \text{ m.}$$

82. Un móvil que se mueve con movimiento vibratorio armónico simple de amplitud 2 m. realiza 4 oscilaciones en 2 s.

a. Escribe la ecuación del movimiento de dicho móvil

b. Escribe la ecuación del movimiento de dicho móvil sabiendo que en el instante inicial su velocidad es 0 y su elongación positiva.

VER VIDEO <https://youtu.be/FI-suBcc1RI>

a. No tenemos datos para hallar φ_0 , supondremos que vale 0.

$$\begin{cases} A = 2 \text{ m.} \\ T = 0,5 \text{ s.} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \text{ rad/s.} \end{cases} \rightarrow y(t) = 2 \cdot \text{sen}(4\pi t)$$

b. Sí tenemos datos para hallar φ_0 pues, tengo simultáneamente un instante y una posición o velocidad. Velocidad 0 y elongación positiva significa que $y = A$, $y = 2$

$$\begin{cases} A = 2 \text{ m.} \\ T = 0,5 \text{ s.} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi \text{ rad/s.} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y(t) = 2 \cdot \text{sen}(4\pi t) \\ 2 = 2 \cdot \text{sen}(\varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{cases} \rightarrow y(t) = 2 \cdot \text{sen}\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

83. ¿Qué distancia recorre un móvil con movimiento vibratorio armónico simple durante un periodo?

Cuatro amplitudes.

84. ¿Cuál es la ecuación del movimiento de una partícula con movimiento vibratorio armónico simple, que durante un periodo recorre 6 m. y tiene una velocidad máxima de 3π rad/s., sabiendo que, en el instante inicial su velocidad es 1 m/s.?

VER VIDEO https://youtu.be/m2DKgi_SLeY

Si durante un periodo recorre 6 m. es que la amplitud es 1,5 m.

$$\begin{cases} A = 1,5 \text{ m.} \\ v_{\text{máx.}} = A \cdot \omega = 3\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \omega = \frac{v_{\text{máx.}}}{A} = 2\pi \text{ rad/s.} \end{cases} \rightarrow y(t) = 1,5 \cdot \text{sen}(2\pi t + 1,46)$$

$$\begin{cases} v(t) = 1,5 \cdot 2\pi \cdot \cos(2\pi t + \varphi_0) \\ 1 = 1,5 \cdot 2\pi \cdot \cos(\varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = 1.46 \text{ rad} \end{cases}$$

85. Demostrar la siguiente afirmación: en un M.V.A.S. la aceleración es proporcional al desplazamiento respecto de la posición central.

$y = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$; $v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi)$; $a = -A \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$; la parte subrayada es y, por tanto, $a = -\omega^2 y$ es decir, la aceleración es proporcional al desplazamiento respecto de la posición central.

86. Un móvil animado de movimiento armónico simple tiene una aceleración de 5 m/s^2 cuando su elongación es de 5 cm. Calcular:

a.- Periodo de dicho movimiento.

b.- La ecuación de dicho movimiento vibratorio si sabemos que en un periodo la partícula recorre 40 cm.

VER VIDEO <https://youtu.be/PLzCeI3Z2PQ>

$$a = -\omega^2 \cdot y \rightarrow 5 = -\omega^2 \cdot 0,05 \rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s.} \rightarrow T = 2\pi/\omega = 0,63 \text{ s.}$$

b. Si en un periodo la partícula recorre 40 cm. es porque la amplitud es 10 cm. $y = 0,1 \cdot \text{sen}(10t)$

87. Un M.V.A.S. tiene una amplitud de 50 cm y un periodo de 8 s. Si en el instante inicial nos encontramos con una elongación máxima y positiva. Calcular:

- Velocidad i aceleración máxima de este movimiento.
- La ecuación del movimiento.

VER VIDEO <https://youtu.be/tq7iBF8nCLA>

$$a) v_{\text{máx.}} = A \cdot \omega = A \cdot \frac{2\pi}{T} = 0,39 \text{ m/s.}$$

$$b) y = 0,5 \cdot \sin(\pi/4 \cdot t + \varphi_0) \rightarrow 0,5 = 0,5 \cdot \sin(0 + \varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad.}$$

$$y = 0,5 \cdot \sin(\pi/4 \cdot t + \pi/2)$$

88. Un M.V.A.S. tiene una amplitud de 50 cm y un periodo de 8 s. Si en el instante inicial nos encontramos con una elongación máxima y positiva. Calcular:

- Ecuación del movimiento.
- Desfase entre dos puntos cuyo intervalo de tiempo es de 6 s.

$$a) y = 0,5 \cdot \sin(\pi/4 \cdot t + \varphi_0) \rightarrow 0,5 = 0,5 \cdot \sin(0 + \varphi_0) \rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad.}$$

$$y = 0,5 \cdot \sin(\pi/4 \cdot t + \pi/2)$$

$$b) \frac{T}{2\pi} = \frac{t_2 - t_1}{\alpha} \rightarrow \alpha = \frac{(t_2 - t_1)2\pi}{T} = \frac{6 \cdot 2 \cdot \pi}{8} = \frac{3}{2} \pi \text{ rad.}$$

89. Escribe la ecuación del m. v. a. s. en los casos siguientes.

- Sabiendo que $v_{\text{máx.}} = 2 \cdot \pi \text{ m/s.}$ y la frecuencia = 2 Hz.

b. Sabiendo que para $y = 2 \text{ m.}$ la $a = -\pi^2/2 \text{ m/s}^2$. Y que $A = 2 \text{ m.}$ Y que en el instante inicial la elongación es 1 m.

VER VIDEO <https://youtu.be/6jGgyX MAKE>

$$\begin{cases} f = 2 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \rightarrow y = 0,5 \cdot \sin(4 \cdot \pi \cdot t) \\ v_{\text{máx.}} = A \cdot \omega \rightarrow A = 0,5 \text{ m.} \end{cases}$$

Al no tener datos para calcular φ_0 , suponemos que vale 0.

$$\begin{cases} a = -\omega^2 \cdot y \rightarrow \frac{-\pi^2}{2} = -\omega^2 \cdot 2 \rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \rightarrow y = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \varphi_0\right) \\ A = 2 \text{ m.} \end{cases}$$

$$y = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \varphi_0\right) \rightarrow 1 = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 0 + \varphi_0\right) \rightarrow \sin(\varphi_0) = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$$

$$y = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)$$