

LÓXICA: INTRODUCCION

Etimoloxía: ven do grego logos que significa "razón", "linguaxe".

Aristóteles definiuna como "organon" (instrumento), pois non ten un obxecto propio como as demais ciencias, senón que é un instrumento: unha teoría do razoamento correcto previo a toda ciencia e que debe ser utilizado por todas elas.

Pódese distinguir entre lóxica clásica ou tradicional ou aristotélico-escolástica (de Aristóteles a Kant) ou lóxica de predicados e lóxica simbólica que simboliza todo ademais os termos sincategoremáticos (termos con significado: substantivos e proposicións) e cuxo precedente é Leibniz e se desenvolve a partires de mediados do XIX con George Boole (1847) e Frege 1879. A denominación débese a John Venn (1834-1923) "Symbolic Logic" 1881. Establecese plenamente con Russell e Whitehead "Principia mathematica" 1910.

Historicamente existiron dúas ramas da lóxica:

I.- Lóxica de enunciados: Que comeza cos estoicos e culmina na lóxica simbólica.

II.- Lóxica de predicados ou siloxística. Comeza con Aristóteles, continúa con desenvolvementos na Escolástica (4 figuras en vez de 3), Reimond Llull que influiría en Descartes (xeometría analítica), que xunto con Leonhad Euler á súa vez inflúe en Leibniz.

A lóxica estuda a "forma" dos razoamentos, prescindindo da súa "materia", non o contido ou significado dos termos.

I.- LÓXICA DE ENUNCIADOS

1.- DEFINICIÓN DE ENUNCIADO

Entendemos por **enunciado** toda proposición da cal se poda dicir que é verdadeira ou falsa. Por tanto proposicións interrogativas, exclamativas etc. non son enunciados.

Exercicio: Dicir cales das seguintes proposicións son enunciados

- 1.- O actual presidente de Estados Unidos é un marciano
- 2.- ¿Choverá mañá?
- 3.- Newton descubriu a lei de gravitación universal
- 4.- ¡Silencio!
- 5.- O Barcelona é o mellor equipo do mundo
- 6.- ¿Chegará algunha vez o Real Madrid a xogar ben ao fútbol?
- 7.- O Deportivo debería xogar en segunda división
- 8.- ¿Que hora é?
- 9.- O Instituto do Son é un dos mellores de España
- 10.- ¿Pódesme dicir onde queda a estación de trens?

2.- CLASES DE ENUNCIADOS

En lóxica hai dous tipos de enunciados:

a) Enunciado atómico: É aquel que consta dunha soa proposición. É, por tanto, un enunciado simple.

Exemplos: - Platón defende o dualismo cosmolóxico (p)
 -Aristóteles foi preceptor de Alexandre Magno (q)

b) Enunciado molecular: É aquel que consta de mais dun enunciado atómico. É, por tanto, un enunciado complexo.

Exemplo: Platón defende o dualismo cosmolóxico e Aristóteles foi preceptor de Alexandre Magno.

3.- SIMBOLIZACIÓN LÓXICA DOS ENUNCIADOS

En linguaxe lóxica cada enunciado atómico simbolízase cunha **letra minúscula empezando pola p**, q, r, s...a, b, c.... Estas letras reciben o nome de "variables de enunciado" pois substitúen na linguaxe lóxica calquera enunciado atómico da linguaxe natural.

4.- AS CONECTIVAS

Un enunciado molecular é aquel que consta de mais dun enunciado atómico. Loxicamente estes enunciados atómicos que forman un molecular teñen que ir enlazados. As distintas formas de **enlazar enunciados atómicos formando enunciados moleculares** reciben o nome de "**conectivas**" ou tamén "**termos de enlace**".

As conectivas que imos a utilizar son as seguintes:

4.1.- A conxunción

O seu símbolo lóxico é $\wedge$ e traduce enunciados da linguaxe natural do tipo (.....e.....)

Exemplo: Chove e móllome ($p \wedge q$)

4.2.- A disxunción

O seu símbolo lóxico é $\vee$ e traduce enunciados da linguaxe natural do tipo (ou.....ou....)

Exemplo: Chove ou brilla o sol ($p \vee q$)

Observación: Existen dous tipos de disxunción:

- **Disxunción inclusiva.** O seu símbolo é $\vee$. A disxunción inclusiva admite que ocorra un dos seus dos membros ou ambos. Así $p \vee q$ lerase "Ocorre p, ou ben ocorre q, ou ben ocorren ambos"
- **Disxunción exclusiva.** O seu símbolo é $\oplus$. A disxunción exclusiva esixe que só un dos membros poda ocorrer. Así $p \oplus q$ lerase "Ocorre p, ou ben ocorre q, pero non ambos."

Nosoutros só utilizaremos a disxunción inclusiva.

4.3.- O condicional ou implicador

O seu **símbolo lóxico** é $\rightarrow$. Nun condicional o primeiro membro (antes da frecha) recibe o nome de **antecedente** e o segundo (despois da frecha) chámase **consecuente**. O condicional traduce enunciados da linguaxe natural do tipo (**se....entón....**)

Exemplo: Se vivo en Santiago entón verei a catedral ($p \rightarrow q$)

Observación!: O condicional afirma o seguinte: que "se ocorre p entón necesariamente ocorrerá q", é dicir, p é condición suficiente para que ocorra q: se se dá p podemos estar seguros de que ocorrerá q. Pero o condicional non descarta que poda ocorrer q sen que ocorra p. Dito doutra forma: se ocorre p, ten que ocorrer q, pero se non ocorre p, q pode ocorrer ou non. Un exemplo: o condicional "Se vivo en Santiago entón verei a Catedral" afirma que se ocorre o primeiro necesariamente ocorrerá o segundo, pero non descarta que poda ocorrer o segundo sen que ocorra o primeiro.

En linguaxe técnico diremos que nun condicional o **antecedente é condición suficiente pero non necesaria para que ocorra o consecuente**.

4.4.- O bicondicional ou coimplicador

O seu **símbolo lóxico** é $\leftrightarrow$ e traduce enunciados da linguaxe natural do tipo (**se, e só se,....entón.....**). Nun bicondicional **falamos de membros non de antecedente e consecuente**.

Exemplo: Se, e só se, obtés a licenciatura en Dereito entón poderás exercer legalmente.

Observación!: O bicondicional afirma que soamente se ocorre a condición entón ocorrerá a consecuencia. Por tanto, ao contrario do que ocorre co condicional, o bicondicional descarta a posibilidade de que ocorra a consecuencia sen que ocorra a condición. Afirma que soamente se ocorre o primeiro ocorrerá tamén o segundo.

En linguaxe técnico diremos que **no bicondicional a condición é non soamente suficiente, senón tamén necesaria para que ocorra a consecuencia**.

4.5.- O negador

O seu **símbolo lóxico** é $\neg$ e traduce enunciados da linguaxe natural do tipo (**non.....**)

Exemplo: non chove ($\neg p$)

Observación!: É a única **conectiva "singular"**. A razón é que non conecta dous enunciados atómicos como ocorre coas demais conectivas, senón que conecta cun só enunciado para negalo. Por iso **as demais** conectivas se chaman **"binarias"**.

5.- O USO DE PARÉNTESIS E CORCHETES

Así como na linguaxe natural adoitamos facer pausas cando falamos ou signos de puntuación cando escribimos co obxectivo de que o que dicimos teña sentido, **en lóxica é necesario a utilización de paréntesis e corchetes para que a fórmula teña sentido.**

Por conseguinte, pode dicirse que os paréntesis son signos de puntuación da linguaxe lóxica.

O uso de paréntesis e corchetes ten **dúas funcións principais:**

- a) **Evitar a ambigüidade** de algunhas expresións. Por exemplo: $p \rightarrow q \rightarrow r$ é ambigua porque pode interpretarse de dúas formas
 - 1) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
 - 2) $(p \rightarrow q) \rightarrow r$
- b) **Detectar de inmediato a "forma" dun enunciado.** Por "forma" entendemos aquela que nunha fórmula lóxica ven dada pola **"conectiva dominante"**, sendo a conectiva dominante aquela que queda fóra dos paréntese e/ou corchetes.

EXERCICIOS

1.- Se dicimos que nas seguintes fórmulas a conectiva dominante debe ser a conxunción, ¿como teremos que colocar os paréntesis?

- a) $p \vee q \wedge r$
- b) $p \wedge q \vee r$
- c) $r \wedge q \vee t$
- d) $t \vee q \wedge p$

2.- ¿Que forma teñen os seguintes enunciados?

- a) $p \rightarrow (q \wedge r)$
- b) $(a \wedge b) \leftrightarrow c$
- c) $(s \vee t) \rightarrow (q \wedge p)$
- d) $(p \leftrightarrow q) \vee s$

3.- Simboliza ou formaliza os seguintes enunciados:

3.1.-A mellor comunidade política é a formada polos cidadáns de clase media (Aristóteles)

3.2.-O tirano procurará saber que fai ou que di cada un dos cidadáns e deberá

empregar espías como as mulleres policía de Siracusa ou delatores como os que adoitaba

enviar Hierón a todos los lugares de reunión (Aristóteles)

3.3.-Se un pobo está obrigado a obedecer e obedece, fai ben, e se pode sacudir o xugo e

o sacude, fai aínda mellor. (Rousseau)

3.4.- Evitaremos a invasión estranxeira e o dano do próximo se, e só se, conferimos todo o

poder a un só home ou a unha asemblea. (Hobbes)

3.5.-Se traizoas aos amigos e non eres leal nin piadoso, entón consegues o imperio e non consegues a gloria (Maquiavelo)

3.6.- Non poderá a forza pública practicar rexistros ou confiscar bens na casa dos cidadáns e non poderá intervir nos seus papeis ou intervir nos seus documentos (Bill of Rights ou Declaración dos Dereitos do Congreso Americano de 1789)

3.7.-Os españois soltaron os seus cans sobre os indios como se de animais feroces se tratara e saquearon o Novo Mundo como se fose unha cidade tomada ao asalto (Tocqueville)

3.8.- Nin contigo nin sen ti teñen os meus males remedio; contigo porque me matas, sen ti porque me morro. (copla anónima ou dito xitano)
Tradución á forma lóxica:

Se estou contigo entón mátasme, logo os meus males non teñen remedio; se estou sen ti entón morro, logo os meus males non teñen remedio; por conseguinte, non é o caso que se estou contigo ou se estou sen ti, os meus males teñan remedio.

3.9.- Antonio estuda e María Xosé traballa.

3.10.- Se María Xosé traballa, Antonio estuda.

3.11.- Cando un fai o que pode, non se lle pode pedir mais.

3.12.- Cando Drácula saíu do ataúde soaban as campás

3.13.- Non é verdade que María Xosé non traballe, se Antonio non estuda.

3.14.- Se se nacionalizase a banca, a esquerda alegraríase e a dereita desgustaríase.

3.15.- Ou a reforma fiscal se leva a cabo, ou o ministro de Facenda dimite; e, nin a reforma fiscal se ten efectuado, nin o ministro dimitiu.

3.16.- Ou se aproba a lei do divorcio ou moitos parlamentarios están perdendo o tempo.

Non se aproba a lei do divorcio; logo moitos parlamentarios están perdendo o tempo.

3.17.- María Xosé é menor de Idade, logo non votará; anque se non fose menor de idade, tampouco votaría.

3.18.- Se non traballas pola Revolución, non serás fiel á túa conciencia, e se traballas por ela, serás fiel á túa conciencia pero acabarás frustrado; logo, o teu destino é, ou ben non ser fiel á túa conciencia ou ben a frustración.

3.19.- Se se aproba a lei do divorcio, entón os ultras sairán á rúa e os católicos dividiranse. Ou os bispos se manifestan ou vencerán as esquerdas. Apróbase a lei do divorcio. Por tanto, vencerán as esquerdas.

3.20.- Ou se atrasan as eleccións ou non se atrasan. Se ocorre o primeiro, entón o centro terá logrado o seu obxectivo; se pola contra ocorre o segundo, terao conseguido a esquerda. Logo ou ben o centro ou ben a esquerda se sairá coa súa.

3.21.- Se os exames son un instrumento válido e os alumnos copian, entón non son válidos. Se non son válidos, non reflicten a preparación do alumno. Agora ben, os exames reflicten a preparación do alumno e este non copia. Polo tanto, os exames son un instrumento válido.

3.22.- Se Holmes descobre ao asasino e este é o herdeiro, a herdanza pasará a James. Se o mordomo é o asasino, James quedarase sen herdanza. Holmes descobre ao asasino e a herdanza non pasa a James. Logo o asasino non é o herdeiro, senón o mordomo.

3.23.- Se ves ao cine, págoche a entrada. Se che pago a entrada, teño menos cartos. Ou non ves ao cine ou teño menos cartos.

3.24.- A elaboración da Constitución é difícil ou esta non aporta grande cousa. Se a esquerda parlamentaria segue abrandando as súas posturas, a elaboración da Constitución non será difícil. Se a esquerda parlamentaria ten como obxectivo o poder, abrandará as súas posturas e o Centro afianzarase. É claro que a esquerda parlamentaria ten como obxectivo o poder. Logo a Constitución non vai a aportar grande cousa.

3.25.- Se pago ao xastre, non me quedará diñeiro. Só podo levar á miña moza ao baile se teño diñeiro. Se non a levo ao baile, sentirase abandonada. Pero se non lle pago ao xastre, non me entregará o traxe, e sen o traxe non podo levar á miña moza ao baile.
Ou lle pago ao xastre ou non lle pago. Logo a miña moza terá que sentirse abandonada.

3.26.- A menos que madrugue e tome o autobús, terei que mercarme un coche, se non quero chegar tarde.

3.27.- Cando a túa irmá chegou, como xa era un pouco tarde, case todos tiñamos acabado de comer; o que provocou un enfado.

3.28.- Non é posible que n sexa á vez mais grande e mais pequena que m . Por tanto, ou ben n non é maior que m , ou non é mais pequena que m .

3.29.- O meu enunciado é verdadeiro se, e só se, non é falso. Non é o caso que o meu enunciado sexa verdadeiro. Por tanto debe ser falso.

3.30.- Ou ben esta liña non é curva, ou non é recta; e disto séguese que non pode ser á vez curva e recta.

3.31.- Se a liña A é perpendicular á liña B e a liña C é perpendicular á liña B, entón a liña A é paralela á liña C. Por tanto, podemos inferir que se A non é paralela a C, entón ou ben A non é perpendicular a B, ou C non é perpendicular a B.

3.32.- Se a liña A é tanxente ao círculo C, entón toca a circunferencia de C nun só punto P, e é perpendicular a ese radio. Pero non toca a circunferencia de C nun só punto P. Por tanto, a liña A non é tanxente ao círculo C.

3.33.- Dúas rectas son paralelas, se teñen a mesma dirección.

3.34.- A liña A é mais longa que B ou mais curta. Se é mais longa que B, entón non é da mesma lonxitude que B, e se é mais curta que B, non é da mesma lonxitude que B. Por tanto, a liña A non é da mesma lonxitude que B.

3.35.- O ángulo A é un ángulo recto se mide exactamente noventa graos, pero se é menor de noventa graos é agudo, e se é maior, é obtuso. Se non mide noventa graos, entón, ou ben é maior ou menor. Polo tanto, se o ángulo A non é un ángulo recto, ou ben é agudo, ou ben é obtuso.

3.36.- Se x é un número positivo, entón $2x$ é un número positivo. x é, ou ben positivo ou ben negativo. Se x é un número negativo, entón $2x$ non é un número positivo. Por tanto, x é un número positivo se, e só se, non é un número negativo.

3.37.- Os animais, coma as plantas, son seres vivos.

3.38.- Se un espacio dado é Euclidiano, entón dúas liñas rectas nese espacio non poden encontrarse mais que unha vez. Pero nun espacio Riemanniano as liñas rectas poden encontrarse mais de unha vez. Polo tanto, é evidente que un espacio dado non pode ser á vez Euclidiano e Riemanniano.

3.39.- x é un número positivo se, e só se, x^3 é un número positivo. Por tanto, x non é un número positivo se, e só se, x^3 non é un número positivo.

3.40.- O fenómeno da nutrición separa dun xeito radical os seres viventes dos non viventes.

3.41.- Se Frankenstein cruza as nosas rúas, debe indicar que e cantos fins persegue, e se non di a verdade, darémoslle coas portas nas narices, pero se di a verdade invitarémolo a cear.

3.42.- Se o RH da futura nai é negativo, debe analizarse inmediatamente despois de cada parto o sangue do recen nacido, e, se esta non é RH negativo, debe administrarse á parturiente o soro apropiado se se desexa evitar complicacións a outros posibles fillos.

3.43.- As persoas teñen crenzas sobre multitude de cousas, pero tal multitude non forma un caos, senón que está organizada psicoloxicamente.

3.44.- Se Hume rexeita a causalidade e pon en dúbida a existencia do mundo exterior, entón se de algunha maneira non recobra dito mundo, habería que incluílo entre os escépticos.

3.45.- Ou a televisión modifica os seus esquemas e renova a súa programación ou producírase unha fuxida masiva de telespectadores e veremos as rúas inundadas de xentes.

3.46.- Se se gañan as eleccións e os nosos representantes acceden ao poder, confiaremos neles se, e só se, cumpren as súas promesas e o poder non os corrompe.

3.47.- Se o obxectivo da guerra é dividir ou dobregar a outro sistema suprapersoal, entón hai guerra se, e só se, existe violencia física e ruptura de relacións diplomáticas.

3.48.- Chorarei a menos que me aprobes.

3.49.- Se Juan fose xusto ou solidario, comprometeríase cos marxidados e loitaría pola igualdade. Se se compromete cos marxidados entón converterase nun líder ou será elixido presidente. Nin é elixido presidente nin se converte nun líder. Así que Juan non é xusto.

3.50.- Se se admite a teoría do eterno retorno, débese admitir a existencia de entidades corpusculares identificables a través do tempo e que se poda falar dun estado do universo definido en cada instante individual. Agora ben, non é certo que haxa entidades corpusculares permanentes e estados do universo definidos en cada instante. Polo tanto, a teoría do eterno retorno é inadmisíble.

3.51.- Se a noite é clara, Drácula axitará as súas ás e afiará os seus dentes. Se axita as súas ás e atopa a miña xanela aberta, pasará, espertarame, pero dareille un bo tirón de orellas. Se afía os seus dentes e a atopa pechada, montará en cólera, romperá os cristais e dareille un forte tirón de orellas. Así pois, se a noite é clara e Drácula atopa a xanela aberta ou pechada, dareille un forte tirón de orellas.

3.52.- Se os habitantes de Venus invaden a Terra, entón os homes poñeranse

nerviosos ou as mulleres entusiasmaranse. Se os homes se poñen nerviosos, as mulleres entusiasmaranse. Por tanto, se os habitantes de Venus invaden a Terra, as mulleres entusiasmaranse.

3.53.- Se os filósofos calasen, a neve queimaríase e os círculos serían cadrados. Se os círculos fosen cadrados, entón as matemáticas dedicaríanse a cazar bruxas e as abellas a fabricar aceiro. Nin os matemáticos se dedican a cazar bruxas, nin as abellas a fabricar aceiro. Por tanto, os filósofos no calarán.

3.54.- Se o touro tivese sentido do humor ou fose un animal vingativo, sentaríase no medio da praza e durmiría unha plácida sesta. Se o touro se sentase no medio da praza, os espectadores marcharíanse decepcionados ou o toureiro sentiríase ridículo. Nin o toureiro se sente ridículo, nin os espectadores se marchan decepcionados. Así que o touro non ten sentido do humor.

6.- VALORES E TÁBOAS DE VERDADE

6.1.- Valores de verdade dos enunciados atómicos: Un enunciado atómico só pode ter dous valores: o de verdade ou o de falsidade. Estes valores represéntanse mediante a letra "V" ou a letra "F" respectivamente, anque tamén pode representarse a verdade mediante o número 1 e a falsidade mediante o 0. Polo tanto a táboa de verdade dun enunciado atómico, por exemplo do enunciado "p", será a seguinte:

$$\begin{array}{c} p \\ \hline V \\ F \end{array}$$

A táboa de verdade non reflicte se un enunciado é verdadeiro ou falso, senón que simplemente establece todos os posibles valores que pode ter un enunciado.

6.2.- Táboas de verdade dos enunciados moleculares: Nun enunciado molecular aparecen ao menos dúas variables de enunciado, por exemplo p, q, unidas por calquera das conectivas. Para establecer a táboa de verdade dun enunciado molecular é necesario previamente saber cantas posibles combinacións de verdade e falsidade poden darse entre os enunciados atómicos que compoñen o enunciado molecular.

Para saber o número de combinacións de verdade e falsidade da táboa, temos previamente que saber cal será o número de filas que conterá a táboa dun enunciado molecular. Este número de filas calcúlase aplicando a seguinte fórmula 2^n , onde 2 reflicte os dous valores que existen

por cada enunciado atómico e "n" o número de enunciados atómicos distintos que interveñen na expresión molecular.

Por exemplo: se temos un enunciado molecular que conten dous atómicos, poñamos p,q, o primeiro que faremos é aplicar a fórmula 2^n : $2^2=4$; por tanto a táboa conterá 4 filas. A primeira columna constrúese poñendo debaixo do primeiro enunciado a primeira metade dos valores verdadeiros e a segunda metade de falsos. A segunda columna constrúese reducindo a secuencia de valores verdadeiros e falsos á metade respecto da primeira columna. E todas as demais columnas reducindo á metade a secuencia de valores verdadeiros e falsos que aparecen na columna anterior, resultando a última columna unha alternancia entre valores de verdade e falsidade. Neste exemplo a táboa será a seguinte:

P	q
v	v
v	f
f	v
f	f

Outro exemplo: Se temos un enunciado molecular no que interveñen tres enunciados atómicos distintos, poñamos p, q, r; para calcular o número de filas aplicamos a fórmula 2^n : $2^3=8$. A súa táboa será:

p	q	r
v	v	v
v	v	f
v	f	v
v	f	f
f	v	v
f	v	f
f	f	v
f	f	f

Outro exemplo: Se temos un enunciado molecular no que interveñen 4 enunciados atómicos distintos (p, q, r, s); para calcular o número de filas aplicamos a fórmula 2^n : $2^4=16$. A súa táboa será:

p	q	r	s
v	v	v	v
v	v	v	f
v	v	f	v
v	v	f	f
v	f	v	v
v	f	v	f
v	f	f	v
v	f	f	f
f	v	v	v
f	v	v	f
f	v	f	v
f	v	f	f

f	f	v	v
f	f	v	f
f	f	f	v
f	f	f	f

6.3.- Táboas de verdade das conectivas

6.3.1.- Táboa de verdade da negación: A negación dun enunciado inverte o seu valor de verdade. Se temos a táboa de verdade de p , a súa negación $\neg p$ inverte os valores da táboa:

p	$\neg p$
v	f
f	v

6.3.2.- Táboa de verdade da conxunción: Unha conxunción é verdadeira soamente no caso de que os dous enunciados atómicos que a compoñen sexan verdadeiros; nos demais casos será falsa. Por tanto a súa táboa será a seguinte:

p	$\wedge$	q
v	v	v
v	f	f
f	f	v
f	f	f

6.3.3.- Táboa de verdade da disxunción (inclusiva): Unha disxunción (inclusiva) soamente é falsa cando os seus dous membros son falsos. Dito á inversa: unha disxunción é verdadeira cando ao menos un dos seus membros é verdadeiro. Por tanto a súa táboa de verdade será a seguinte:

p	$\vee$	q
v	v	v
v	v	f
f	v	v
f	f	f

6.3.4.- Táboa de verdade do condicional: Un condicional será falso soamente cando o antecedente é verdadeiro e o consecuente é falso; o cal quere dicir que no resto dos casos é verdadeiro. Polo tanto a súa táboa de verdade será a seguinte:

	p	$\rightarrow$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	v	f

Caso 1(v v v): O condicional afirma o seguinte: que "se ocorre p entón necesariamente ocorrerá q", é dicir, p é condición suficiente para que ocorra q: se se dá p podemos estar seguros de que ocorrerá q. En linguaxe técnico diremos que nun condicional o antecedente é condición suficiente pero non necesaria para que ocorra o consecuente. De isto dedúcese o caso 2 (v f v): que non pode ocorrer (é falso) que sendo verdadeiro o antecedente sexa falso o consecuente. Pero o condicional non descarta que se den outras dúas posibilidades (casos 3 e 4). Caso 3 (f v v) se non ocorre p pode ocorrer q: isto non nega o que afirma o condicional "se ocorre p, ten que ocorrer q". Caso 4 (f v f) se non ocorre p e non ocorre q tampouco isto vai en contra do que afirma o condicional "se ocorre p, ten que ocorrer q".

Exemplo: O condicional non fala do que xa ten ocorrido senón de unha posibilidade que aínda non sabemos se ocorrerá ou non. Por exemplo: "se bebes, non conduzas" quere dicir que se é verdade que bebes entón non debes conducir, é dicir, se ocorre o antecedente "beber" entón ten que ocorrer o consecuente "non conducir"; neste caso todo o condicional será verdadeiro: se realmente é verdadeiro que bebo e tamén é verdadeiro que "non conduzo", logo será verdadeiro que "se bebo, non conduzo"; este é o caso 1. Pero ademais desta posibilidade hai outras tres. Caso 2: pode ocorrer que é verdadeiro que eu beba e que tamén conduza; este é o único caso no que o afirmado no condicional se converte en falso. Caso 3: pode ocorrer que sexa falso que beba, é dicir, que non beba e que conduza, isto non fai falsa a afirmación de que "se bebes non conduzas" porque non teño bebido e conducín, por tanto o que afirma o condicional seguiría sendo verdadeiro. Caso 4: por último, cabe a posibilidade de que sexa falso que eu beba, é dicir, que non beba, e que non conduza, se non bebo nin conduzo esta combinación de posibilidades tampouco fai falsa a afirmación "se bebes, non conduzas"; así pois o que afirma o condicional seguiría sendo verdadeiro.

6.3.5.- Táboa de verdade do bicondicional: Un bicondicional é verdadeiro cando os seus dous membros son ambos verdadeiros ou ambos falsos. Por tanto a súa táboa de verdade será:

p	$\leftrightarrow$	q
v	v	v
v	f	f
f	f	v
f	v	f

7.- Propiedade conmutativa: En todas as conectivas binarias que temos estudado cúmprese a propiedade conmutativa, excepto no condicional. Así:

$p \wedge q$ equivale a $q \wedge p$

$p \vee q$ equivale a $q \vee p$

$p \leftrightarrow q$ equivale a $q \leftrightarrow p$

Pero $p \rightarrow q$ non equivale a $q \rightarrow p$

8.- Exercicios

Calcula a táboa de verdade dos seguintes enunciados:

- 8.1: $(p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$
- 8.2: $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$
- 8.3: $\neg[(p \wedge q) \wedge \neg r] \wedge \neg(r \wedge \neg p)$
- 8.4: $(p \wedge \neg q) \wedge [(\neg r \wedge \neg s) \wedge s]$
- 8.5: $\neg[\neg(p \wedge q) \vee \neg r] \wedge (\neg p \vee q)$
- 8.6: $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
- 8.7: $(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$
- 8.8: $[\neg p \vee (q \wedge r)] \vee [\neg(p \wedge \neg q) \vee \neg r]$
- 8.9: $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow (p \vee r)$
- 8.10: $[(p \wedge q) \rightarrow p] \rightarrow [(q \vee r) \wedge (\neg q \wedge \neg r)]$
- 8.11: $(p \leftrightarrow \neg q) \vee (p \vee \neg q)$
- 8.12: $\neg(p \wedge q) \rightarrow [(p \wedge r) \wedge \neg q]$
- 8.13: $[(p \wedge q) \vee r] \rightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$
- 8.14: $(\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$
- 8.15: $[\neg(p \rightarrow q) \vee (p \leftrightarrow q) \wedge [(\neg p \rightarrow q) \vee \neg p]]$
- 8.16: $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [q \wedge (p \rightarrow \neg q)]$
- 8.17: $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow \neg r) \wedge (q \rightarrow \neg s)] \rightarrow (\neg r \vee \neg s)$
- 8.18: $\neg(r \vee t) \leftrightarrow [(r \wedge \neg p) \wedge \neg t]$
- 8.19: $(\neg p \wedge q) \wedge \neg q$

9.- A INFERENCIA LÓXICA

Inferir significa deducir unha "conclusión" a partir de datos que previamente nos subministran chamados "premisas" utilizando determinadas regras lóxicas chamadas "regras de inferencia".

Por tanto, en toda inferencia lóxica temos:

- a) Premisas: As premisas son determinadas fórmulas lóxicas que por definición se consideran sempre verdadeiras.
- b) Conclusións: son enunciados ou fórmulas lóxicas novas que obtemos a partir das premisas utilizando determinadas regras de inferencia. Estas conclusións, unha vez obtidas mediante regras a partir das premisas, funcionan como novas premisas a partir das cales podemos obter novas conclusións utilizando as regras.
- c) Regras de inferencia: son normas lóxicas que aplicamos ás premisas dadas para obter novas conclusións.
- d) Una dedución ou inferencia lóxica terá a seguinte forma:

Premisas	{ 1) determinada fórmula lóxica 2) outra determinada fórmula lóxica 3) etc.
Conclusións	{ 4) determinada fórmula lóxica deducida das premisas 5) outra determinada fórmula lóxica deducida das premisas e tamén da conclusión 4) 6) etc.

9.1.- REGRAS DE INFERENCIA

9.1.1.- Regra do Modus Ponens ou ponendo ponens (afirmando afirmo, en latín)

Definición: Dado un enunciado condicional, por un lado, e a afirmación do seu antecedente, por outro lado, concluímos a afirmación do conseqüente dese condicional. A forma básica desta regra é:

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) p

3) q (p.p. 1,2)

A regra di que dado un condicional calquera e a afirmación do seu antecedente tal e como aparece nese condicional calquera (sexa afirmado ou negado) concluímos o seu conseqüente. Por tanto, a regra pode aplicarse tamén en modos mais complexos como:

- | | | |
|---------------------------|-------------------------------|--|
| 1) $\neg p \rightarrow q$ | 1) $a \vee b$ | 1) $(p \wedge r) \rightarrow (s \vee t)$ |
| 2) $\neg p$ | 2) $(a \vee b) \rightarrow c$ | 2) $p \wedge r$ |

3) q (p.p. 1,2)

3) c (p.p. 1,2)

3) $s \vee t$ (p.p. 1,2)

Demostración: Ao ser unha regra ten que ser verdadeira en todos os casos, por iso será unha tautoloxía. A regra do ponendo ponens "demostrase" escribindo esta regra en forma de unha soa fórmula unindo as distintas premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e a todas elas se lle une a conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ".

Tomando a fórmula básica do ponendo ponens podemos escribila en forma de fórmula única do seguinte xeito: $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

A continuación a demostración de que o ponendo ponens é unha regra de inferencia consistirá en calcular a súa táboa de verdade e comprobar que ten que ser unha tautoloxía.

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
	v	v	v	v
v	f	f	f	v
f	v	v	f	v
f	f	v	f	v

↓
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. En el caso del ponendo ponens soamente intervén el condicional.

A regra na súa forma básica di:

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) p

3) q (p.p. 1,2)

Nela intervén unha soa conectiva: o condicional. E a táboa de verdade dun condicional calquera é:

	p	$\rightarrow$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	v	f

Á vista da táboa de verdade do condicional trátase agora de razoar ou xustificar por que razón a partires das dúas premisas do ponendo ponens se obtén "necesariamente" a conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto a premisa 1) $p \rightarrow q$ terá que ser verdadeira, o que significa que poden ocorrer os casos 1,3 e 4 que mostra a táboa de verdade, pero non pode ocorrer o caso 2, posto que por ser premisa o condicional necesariamente ten que ser verdadeiro.

O mesmo ocorre coa premisa 2) p, terá que ser verdadeira por ser premisa e, por tanto, non pode ocorrer que p sexa falsa.

Por conseguinte, "2) p" ten que ser necesariamente verdadeira por ser premisa e ademais é o antecedente do condicional 1) $p \rightarrow q$, o cal tamén necesariamente ten que ser verdadeiro por ser premisa, non podendo ser falso. Resulta entón que para que un condicional sexa verdadeiro sendo necesariamente o seu antecedente verdadeiro non queda outra posibilidade mais que a de que o seu conseqüente sexa tamén verdadeiro. E precisamente é isto o que afirma a regra do ponendo ponens.

Exercicios para o ponendo ponens

Exercicio 1

- 1) $(p \vee q) \rightarrow \neg r$
 - 2) $p \vee q$
-

Exercicio 2

- 1) $p \wedge \neg r$
 - 2) $(p \wedge \neg r) \rightarrow \neg q$
-

Exercicio 3

- 1) $(a \vee b) \rightarrow (c \vee d)$
 - 2) $p \rightarrow (s \wedge \neg h)$
-

Exercicio 4

- 1) p
-

Exercicio 5

- 1) $p \wedge q$
 - 2) $(p \wedge q) \rightarrow [(a \wedge b) \rightarrow c]$
-

Exercicio 6

- 1) $\neg[(p \wedge q) \rightarrow \neg r] \rightarrow s$
 - 2) $\neg[(p \wedge q) \rightarrow \neg r]$
-

Exercicio 7

- 1) $p \rightarrow \neg q$
 - 2) p
 - 3) $r \rightarrow s$
 - 4) r
-

$\vdash s$

Exercicio 8

- 1) $a \vee b$
 - 2) $\neg p \rightarrow q$
 - 3) $(a \vee b) \rightarrow (c \vee d)$
 - 4) $\neg p$
-

$\vdash q$

Exercicio 9

- 1) $p \rightarrow (r \rightarrow s)$
 - 2) p
 - 3) r
 - 4) $s \rightarrow t$
-

$\vdash t$

Exercicio 10

- 1) $\neg p \rightarrow q$
 - 2) $r \rightarrow \neg p$
 - 3) r
 - 4) $q \rightarrow s$
-

$\vdash s$

Exercicio 11

- 1) $p \rightarrow (q \wedge r)$
- 2) $s \rightarrow t$

Exercicio 12

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $(r \wedge s) \rightarrow t$

Exercicio 13

- 1) $\neg p \rightarrow [(a \wedge b) \rightarrow c]$
- 2) $a \wedge b$

Exercicio 14

- 1) $\neg p \vee \neg q$
- 2) $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow r$

$$\begin{array}{l} 3) (q \wedge r) \rightarrow s \\ 4) p \\ \hline \vdash t \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3) q \rightarrow (r \wedge s) \\ 4) t \rightarrow a \\ 5) p \\ \hline \vdash a \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3) \neg p \\ \hline \vdash c \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3) r \rightarrow (s \rightarrow t) \\ 4) s \\ \hline \vdash t \end{array}$$

Exercicio 15

$$\begin{array}{l} 1) p \rightarrow \neg q \\ 2) (a \wedge b) \rightarrow c \\ 3) \neg q \rightarrow (a \wedge b) \\ 4) c \rightarrow (r \wedge s) \\ 5) p \\ \hline \vdash r \wedge s \end{array}$$

Exercicio 16

$$\begin{array}{l} 1) p \\ 2) q \\ 3) p \rightarrow [q \rightarrow (r \vee s)] \\ \hline \vdash r \vee s \end{array}$$

Exercicio 17

$$\begin{array}{l} 1) p \rightarrow q \\ 2) r \\ 3) s \rightarrow (t \vee b) \\ 4) q \rightarrow (r \rightarrow s) \\ 5) p \\ \hline \vdash t \vee b \end{array}$$

Exercicio 18

$$\begin{array}{l} 1) \neg p \\ 2) \neg q \\ 3) \neg r \\ 4) \neg p \rightarrow a \\ 5) \neg q \rightarrow \neg b \\ 6) \neg r \rightarrow \neg c \\ \hline \vdash \neg c \end{array}$$

Exercicio 19

$$\begin{array}{l} 1) q \rightarrow r \\ 2) p \rightarrow [(q \rightarrow r) \rightarrow s] \\ 3) s \rightarrow t \\ 4) p \\ \hline \vdash t \end{array}$$

Exercicio 20

$$\begin{array}{l} 1) \neg p \rightarrow \neg(q \vee \neg r) \\ 2) \neg p \\ 3) \neg(q \vee \neg r) \rightarrow \neg(s \wedge t) \\ 4) \neg(s \wedge t) \rightarrow (a \wedge b) \\ \hline \vdash a \wedge b \end{array}$$

9.1.2.- Regra do Modus Tollens ou tollendo tollens (negando nego, en latín)

Definición: Dado un enunciado condicional, por un lado, e a negación do seu conseqüente, por outro, concluímos a negación do seu antecedente tal e como aparece no condicional. A forma básica desta regra é a seguinte:

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $\neg q$

$$\hline 3) \neg p \text{ (t.t. 1,2)}$$

Tamén pode aparecer sobre fórmulas mais complexas, anque se aplica sempre da mesma maneira: temos que ter a negación do conseqüente do condicional dado tal e como este conseqüente aparece no condicional e obteremos a negación do antecedente respecto de como aparece no condicional. Por exemplo:

$$\begin{array}{ll} 1) \neg p \rightarrow q & 1) \neg(r \vee s) \rightarrow p \\ 2) \neg q & 2) \neg p \\ \hline 3) p \text{ (t.t. 1,2)} & \hline 3) r \vee s \text{ (t.t. 1,2)} \end{array}$$

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto faremolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación toda a fórmula resultante da unión das premisas que se unirá á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso do tollendo tollens a fórmula única será: $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía. Nisto consiste a demostración de que o tollendo tollens é unha regra de inferencia.

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg q$	$\neg p$	$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$
	vv	v	f	f	f	v
v	f	f	v	f	f	v
f	v	v	f	f	v	v
f	f	v	v	v	v	v

↓
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar calquera regra de inferencia temos que ter á vista a forma básica da regra e a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñan na regra. No caso do tollendo tollens a forma básica da regra é:

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $\neg q$

3) $\neg p$ (t.t. 1,2)

E a única conectiva que intervéñ na regra é o condicional. A táboa de verdade dun condicional calquera é:

	p	$\rightarrow$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	v	f

Xustificar a regra consiste en argumentar por que razón a partires das premisas necesariamente se obtén a conclusión. O primeiro que hai que ter en conta é que as premisas, por definición, teñen que ser verdadeiras. Por tanto, a premisa 1) $p \rightarrow q$ ten que ser necesariamente verdadeira, é dicir, non pode ocorrer o caso 2 da táboa de verdade de calquera condicional (non pode ocorrer que o antecedente sexa verdadeiro e o conseqüente falso pola propia definición do condicional). Polo tanto, para que o condicional da premisa 1) sexa verdadeiro poden ocorrer os casos 1, 3 ou 4. O mesmo ocorre coa premisa 2) $\neg q$; esta, por ser premisa, non pode ser f, é dicir, q ten que ser falsa na táboa de verdade do condicional; isto soamente ocorre no caso 2 e no caso 4. Pero o caso 2 quedou xa descartado pois o condicional da premisa 1) non pode ser falso. Por conseguinte soamente cabe unha posibilidade: o caso 4. Dito de forma mais sinxela: para que un condicional sexa verdadeiro cando o seu conseqüente é falso, non queda outra posibilidade mais que o antecedente sexa tamén falso. E isto é exactamente o que di a regra.

Exercícios do tollendo tollens

Exercício 21

- 1) $\neg(p \wedge \neg q)$
 - 2) $(r \wedge s) \rightarrow (p \wedge \neg q)$
-

Exercício 22

- 1) $[(p \wedge q) \vee r] \rightarrow \neg s$
 - 2) s
-

Exercício 23

- 1) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow r$
 - 2) $\neg r$
-

Exercício 24

- 1) $\neg(p \leftrightarrow q) \rightarrow t$
 - 2) $\neg t$
-

Exercício 25

- 1) $q \vee r$
 - 2) $[(p \vee s) \wedge t] \rightarrow \neg(p \vee r)$
-

Exercício 26

- 1) $\neg p \rightarrow (q \wedge r)$
 - 2) $\neg(q \wedge r)$
-

Exercício 27

- 1) $p \rightarrow q$
 - 2) $\neg q$
 - 3) $r \rightarrow p$
-

$\vdash \neg r$

Exercício 28

- 1) $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)$
 - 2) $\neg t \rightarrow (p \wedge q)$
 - 3) $\neg(r \wedge s)$
-

$\vdash t$

Exercício 29

- 1) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow r$
 - 2) $\neg q$
 - 3) $\neg r$
-

$\vdash \neg p$

Exercício 30

- 1) $\neg p \rightarrow q$
 - 2) $\neg(r \rightarrow s) \rightarrow \neg p$
 - 3) $\neg q$
 - 4) ?
-

$\vdash \neg r$

$\neg r$ (t.t. 4,6)

Exercício 31

- 1) $\neg(a \wedge b)$
 - 2) $(r \vee s) \rightarrow (p \vee q)$
 - 3) $(p \vee q) \rightarrow (a \wedge b)$
 - 4) $\neg t \rightarrow (r \vee s)$
-

$\vdash t$

Exercício 32

- 1) $\neg(p \vee q)$
 - 2) $r \rightarrow (p \vee q)$
 - 3) $s \rightarrow r$
-

$\vdash \neg s$

Exercício 33

- 1) $\neg[\neg(a \rightarrow b) \rightarrow c] \rightarrow d$
 - 2) $\neg c$
 - 3) $\neg d$
-

$\vdash a \rightarrow b$

Exercício 34

- 1) $\neg(p \wedge q) \rightarrow r$
 - 2) $s \rightarrow t$
 - 3) $\neg r$
 - 4) $t \rightarrow \neg(p \wedge q)$
-

$\vdash \neg s$

Exercício 35

- 1) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$
 - 2) $t \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
 - 3) $\neg r$
-

$\vdash \neg t$

Exercício 36

- 1) $\neg(p \leftrightarrow q)$
 - 2) ?
 - 3) $\neg a \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
 - 4) $c \rightarrow b$
-

$\vdash \neg c$

Exercício 37

- 1) $p \rightarrow q$
 - 2) $r \rightarrow s$
 - 3) $s \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$
 - 4) $t \rightarrow r$
-

$\vdash \neg t$

Exercício 38

- 1) $(p \wedge r) \rightarrow q$
 - 2) $(s \vee t) \rightarrow (p \wedge r)$
 - 3) $a \rightarrow (s \vee t)$
 - 4) $\neg q$
-

$\vdash \neg a$

Exercício 39

- 1) $\neg[\neg(p \rightarrow q) \rightarrow r] \rightarrow s$

Exercício 40

- 1) $(a \wedge b) \rightarrow c$

Exercício 41

- 1) $\neg a$

Exercício 42

- 1) $\neg(a \wedge b) \rightarrow c$

2) $\neg r$ $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg(a \wedge b)$	2) $(p \wedge q) \rightarrow (a \wedge b)$	2) $b \rightarrow c$	2)
3) $\neg s$	3) $(r \wedge s) \rightarrow (p \wedge q)$	3) $c \rightarrow a$	3) $\neg c$
4) $\neg q$	4) $\neg c$	4) $\neg(p \wedge q) \rightarrow b$	4) $\neg(r \wedge s) \rightarrow \neg(p \wedge q)$
$\vdash \neg p$	$\vdash \neg(r \wedge s)$	$\vdash p \wedge q$	$\vdash r \wedge s$

Exercicio 43

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $\neg p \rightarrow r$
- 3) $\neg q$
- 4) $r \rightarrow s$

$\vdash s$

Exercicio 44

- 1) $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow r$
- 2) p
- 3) $\neg r$
- 4) $s \rightarrow \neg q$

$\vdash \neg s$

Exercicio 45

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $\neg r \rightarrow p$
- 3) $r \rightarrow s$
- 4) $\neg s$

$\vdash q$

Exercicio 46

- 1) $\neg(p \wedge q) \rightarrow r$
- 2) $r \rightarrow s$
- 3) $(p \wedge q) \rightarrow t$
- 4) $\neg s$
- 5) $\neg a \rightarrow \neg t$

$\vdash a$

Exercicio 47

- 1) p
- 2) $a \rightarrow b$
- 3) $b \rightarrow \neg p$
- 4) $\neg a \rightarrow c$
- 5) $q \rightarrow \neg c$

$\vdash \neg q$

Exercicio 48

- 1) $q \rightarrow \neg(a \vee b)$
- 2) $?$
- 3) $r \rightarrow s$
- 4) $p \rightarrow q$
- 5) $a \vee b$

$\vdash s$

Exercicio 49

- 1) $(p \wedge q) \rightarrow \neg(r \wedge s)$
- 2) $(a \wedge b) \rightarrow (r \wedge s)$
- 3) $t \rightarrow \neg c$
- 4) $\neg(a \wedge b) \rightarrow c$
- 5) $p \wedge q$

$\vdash \neg t$

Exercicio 50

- 1) $\neg(q \wedge r) \rightarrow s$
- 2) p
- 3) $t \rightarrow \neg s$
- 4) $a \rightarrow t$
- 5) $p \rightarrow \neg(q \wedge r)$

$\vdash \neg a$

Exercicio 51

- 1) $\neg[\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg r] \rightarrow \neg s$
- 2) $t \rightarrow \neg q$
- 3) s
- 4) r
- 5) p

$\vdash \neg t$

Exercicio 52

- 1) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
- 2) $s \rightarrow q$
- 3) p
- 4) $\neg r$
- 5) $\neg s \rightarrow t$

$\vdash t$

Exercicio 53

- 1) $(p \vee q) \rightarrow (a \vee b)$
- 2) $s \rightarrow \neg r$
- 3) $\neg(p \vee q) \rightarrow r$
- 4) $\neg(a \vee b)$

$\vdash \neg s$

Exercicio 54

- 1) $\neg q \rightarrow \neg p$
- 2) $r \rightarrow (a \vee b)$
- 3) $s \rightarrow \neg(a \vee b)$
- 4) $q \rightarrow r$
- 5) $\neg s \rightarrow t$
- 6) p

$\vdash t$

Exercicio 55

- 1) $p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$
- 2) $d \rightarrow \neg c$
- 3) $(a \leftrightarrow b) \rightarrow c$
- 4) $\neg(a \leftrightarrow b) \rightarrow p$
- 5) $\neg(q \leftrightarrow r)$

 $\vdash \neg d$
Exercicio 56

- 1) $t \rightarrow \neg(a \wedge b)$
- 2) $(p \vee \neg q) \rightarrow r$
- 3) $\neg t \rightarrow c$
- 4) $\neg(a \wedge b) \rightarrow \neg r$
- 5) $\neg s \rightarrow \neg c$
- 6) $p \vee \neg q$

 $\vdash s$
Exercicio 57

- 1) $p \vee q$
- 2) $(r \vee s) \rightarrow \neg(p \vee q)$
- 3) $\neg(r \vee s) \rightarrow (a \vee b)$
- 4) $r \rightarrow \neg p$
- 5) $\neg d \rightarrow \neg c$

 $\vdash d$
Exercicio 58

- 1) $\neg p \rightarrow \neg q$
- 2) $t \rightarrow s$
- 3) $s \rightarrow r$
- 5) q
- 6) $\neg t \rightarrow a$

 $\vdash a$
9.1.3.- Regla do tollendo ponens (negando afirmo, en latín)

Definición: Dada una disxunción por un lado, e a negación de un dos seus membros polo outro, concluímos a afirmación do outro membro. A súa forma básica é:

- 1) $p \vee q$
- 2) $\neg p$

 $3) \quad q \text{ (t.p., 1,2)}$

Pode aplicarse a fórmulas mais complexas anque sempre do mesmo xeito: dada unha disxunción e a negación de un dos seus membros tal e como aparecen na disxunción afirmamos o outro tal e como aparece na disxunción. Por exemplo:

- 1) $\neg p \vee \neg q$
- 2) q

 $3) \quad \neg p \text{ (t.p. 1,2)}$

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto faremolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso do tollendo ponens a fórmula única será: $[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía. Nisto consiste a demostración de que o tollendo ponens é una regra de inferencia.

p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$
v	v	v	f	f	v

v	f	v	f	f	v
f	v	v	v	v	v
f	f	f	v	f	v

↙
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso do tollendo ponens soamente intervéñ a disxunción.

A regra na súa forma básica di:

1) $p \vee q$

2) $\neg p$

3) q (t.p. 1,2)

Nela intervéñ unha soa conectiva: a disxunción. E a táboa de verdade de unha disxunción calquera é: para que sexa verdadeira abonda con que un dos seus membros sexa verdadeiro, ou o que é o mesmo: só é falsa cando ambos membros son falsos.

	p	$\vee$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	v	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	f	f

Á vista da táboa de verdade da disxunción trátase agora de argumentar ou xustificar por que razón a partires das dúas premisas do tollendo ponens se obtén "necesariamente" a conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto a premisa 1) $p \vee q$ terá que ser verdadeira, o que significa que ao menos un dos membros ten que ser verdadeiro.

O mesmo ocorre coa premisa 2) $\neg p$ terá que ser verdadeira por ser premisa e, por tanto, p ten que ser falsa.

Por conseguinte, se "p" ten que ser falsa posto que "2) $\neg p$ " debe ser necesariamente verdadeira por ser premisa, ten que ocorrer necesariamente que "3) q" sexa verdadeira posto que dixemos que a disxunción é premisa e, por tanto, verdadeira. Dito de forma mais sinxela: para que unha disxunción sexa verdadeira é necesario que ao menos un dos seus membros sexa verdadeiro; por tanto se un deles é falso, como afirma a outra premisa, o outro membro ten que ser verdadeiro. Isto é o que afirma a regra de inferencia do tollendo ponens.

Exercicios del tollendo ponens

Exercicio 59

- 1) $(p \wedge \neg q) \vee \neg(r \wedge \neg s)$
- 2) $\neg(p \wedge \neg q)$

Exercicio 60

- 1) $\neg(p \wedge q) \vee \neg(r \wedge s)$
- 2) $r \wedge s$

Exercicio 61

- 1) $(a \leftrightarrow b) \vee \neg c$
- 2) $\neg(a \leftrightarrow b)$

Exercicio 62

- 1) $(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg r$
- 2) r

Exercicio 63

- 1) $r \vee (\neg s \wedge t)$
- 2) $\neg r$

Exercicio 64

- 1) $(p \wedge q) \vee \neg(\neg p \vee q)$
- 2) $\neg(p \wedge q)$

Exercicio 65

- 1) $p \vee q$
- 2) $\neg q$
- 3) $r \vee \neg p$

Exercicio 66

- 1) $p \vee \neg(q \wedge r)$
- 2) $\neg s \vee t$
- 3) $\neg p \vee s$

Exercicio 67

- 1) $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$
- 2) $\neg(a \rightarrow b) \vee (d \rightarrow c)$
- 3) $\neg(q \rightarrow r)$

$\frac{}{\vdash r}$	$\frac{}{\vdash t}$	$\frac{}{\vdash d \rightarrow c}$
	4) $q \wedge r$	4) $(a \rightarrow b) \vee \neg(p \rightarrow r)$

Exercicio 68

- 1) $p \vee \neg q$
- 2) $\neg p \vee r$
- 3) ?
- 4) $\neg r \vee (s \wedge t)$
- 5) $\neg(s \wedge t) \vee a$

$\vdash a$

Exercicio 69

- 1) $(p \vee q) \vee r$
- 2) $\neg p$
- 3) $\neg r$
- 4) $\neg q \vee s$

$\vdash s$

Exercicio 70

- 1) $(p \leftrightarrow q) \vee \neg r$
- 2) r
- 3) $\neg s \vee \neg(p \leftrightarrow q)$
- 4) $s \vee \neg(a \wedge b)$

$\vdash \neg(a \wedge b)$

Exercicio 71

- 1) $(p \rightarrow q) \vee \neg(p \rightarrow r)$
- 2) $(p \rightarrow r) \vee \neg s$
- 3) $s \vee \neg t$
- 4) $\neg(p \rightarrow q)$
- 5) $t \vee (a \wedge b)$

$\vdash a \wedge b$

Exercicio 72

- 1) $\neg a \vee \neg b$
- 2) $\neg c \vee \neg d$
- 3) $a \vee c$
- 4) b
- 5) $d \vee p$

$\vdash p$

Exercicio 73

- 1) $s \vee \neg t$
- 2) $\neg r \vee \neg s$
- 3) q
- 4) $\neg p \vee r$
- 5) $p \vee \neg q$

$\vdash \neg t$

Exercicio 74

- 1) $\neg a \vee \neg b$
- 2) $\neg(p \wedge q) \vee r$
- 3) b
- 4) $a \vee (c \wedge d)$
- 5) $\neg(c \wedge d) \vee (p \wedge q)$

$\vdash r$

Exercicio 75

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $\neg r \rightarrow s$
- 3) $\neg r \vee p$
- 4) $a \rightarrow \neg s$
- 5) $\neg q$

$\vdash \neg a$

Exercicio 76

- 1) $p \vee \neg q$
- 2) $p \rightarrow s$
- 3) $\neg s$
- 4) $\neg q \rightarrow t$

$\vdash t$

Exercicio 77

- 1) $\neg[(p \rightarrow q) \vee r] \rightarrow s$
- 2) $r \rightarrow t$
- 3) $\neg s$
- 4) $\neg q$
- 5) $\neg p \rightarrow (b \wedge c)$

$\vdash b \wedge c$

Exercicio 78

- 1) $\neg s \vee r$
- 3) $\neg(p \wedge q)$
- 4) $\neg(a \wedge b) \rightarrow \neg t$
- 5) $(p \wedge q) \vee s$

$\vdash a \wedge b$

Exercicio 79

- 1) $(p \rightarrow q) \vee \neg r$
- 2) $s \rightarrow p$
- 3) $\neg q$
- 4) r
- 5) $\neg s \rightarrow \neg t$

 $\vdash \neg t$
Exercicio 80

- 1) $\neg p \vee \neg q$
- 2) $\neg r \rightarrow s$
- 3) $r \rightarrow q$
- 4) p

 $\vdash s$
Exercicio 81

- 1) $\neg(a \vee b) \rightarrow c$
- 2) $\neg a$
- 3) $\neg c$
- 4) $b \rightarrow d$

 $\vdash d$
Exercicio 82

- 1) $p \rightarrow \neg q$
- 2) $s \rightarrow (a \vee b)$
- 3) $\neg p \rightarrow s$
- 4) $\neg r$
- 5) $r \vee q$

 $\vdash a \vee b$
Exercicio 83

- 1) $\neg q$
- 2) $\neg s$
- 3) $t \vee r$
- 4) $p \rightarrow (r \rightarrow s)$
- 5) $t \rightarrow a$
- 6) $p \vee q$

 $\vdash a$
Exercicio 84

- 1) $\neg(p \vee q) \rightarrow r$
- 2) $(a \wedge b) \rightarrow \neg s$
- 3) $q \rightarrow s$
- 4) $\neg r$
- 5) $\neg p$

 $\vdash \neg(a \wedge b)$
Exercicio 85

- 1) $p \rightarrow (r \vee s)$
- 2) $\neg r$
- 3) $\neg p \rightarrow q$
- 4) $\neg q$

 $\vdash s$
Exercicio 86

- 1) $\neg q \rightarrow s$
- 2) $\neg p \rightarrow r$
- 3) $\neg(a \leftrightarrow b) \rightarrow \neg s$
- 4) $\neg r$
- 5) $\neg p \vee \neg q$

 $\vdash a \leftrightarrow b$
Exercicio 87

- 1) $[\neg(a \rightarrow b) \rightarrow c]$
- 2) $\neg c$
- 3) $\neg b$
- 4) $\neg d$
- 5) $a \vee p$

 $\vdash p$
Exercicio 88

- 1) $p \wedge q$
- 2) $\neg r$
- 3) $?$
- 4) $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$
- 5) $a \rightarrow \neg t$

 $\vdash \neg a$
Exercicio 89

- 1) $a \vee b$
- 2) $c \rightarrow \neg(a \vee b)$
- 3) $d \rightarrow p$
- 4) $\neg p \vee q$
- 5) $c \vee d$

 $\vdash q$
Exercicio 90

- 1) $(p \vee q) \vee (r \vee s)$
- 2) $(p \vee q) \rightarrow t$
- 3) $\neg(c \wedge d) \rightarrow \neg t$
- 4) $\neg(r \vee s)$

 $\vdash c \wedge d$

Definición: Dada unha disxunción e dous condicionais cuxos antecedentes sexan un membro desa disxunción, concluimos a disxunción dos consecuentes de ditos condicionais. A forma básica será:

-
- 4) rVs (s.d. 1,2,3)

- 1) $\neg p \vee q$
- 2) $\neg p \rightarrow (a \wedge b)$
- 3) $q \rightarrow (c \wedge d)$

-
- 4) $(a \wedge b) \vee (c \wedge d)$ (s.d. 1,2,3)

	p q	r	s	$p \vee q$	$p \rightarrow r$	$(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r)$	$q \rightarrow s$	$A = ((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r)) \wedge (q \rightarrow s)$	$B = r \vee s$	$A \rightarrow B$
--	--------	---	---	------------	-------------------	---------------------------------------	-------------------	--	----------------	-------------------

v	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v
v	v	v	f	v	v	v	f	f	v	v
v	v	f	v	v	f	f	v	f	v	v
v	v	f	f	v	f	f	f	f	f	v
v	f	v	v	v	v	v	v	v	v	v
v	f	v	f	v	v	v	v	v	v	v
v	f	f	v	v	f	f	v	f	v	v
v	f	f	f	v	f	f	v	f	f	v
f	v	v	v	v	v	v	v	v	v	v
f	v	v	f	v	v	v	f	f	v	v
f	v	f	v	v	v	v	v	v	v	v
f	v	f	f	v	v	v	f	f	f	v
f	f	v	v	f	v	f	v	f	v	v
f	f	v	f	f	v	f	v	f	v	v
f	f	f	v	f	v	f	v	f	v	v
f	f	f	f	f	v	f	v	f	f	v

↙
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso do siloxismo disxuntivo interveñen dúas conectivas: a disxunción e a implicación.

A regra na súa forma básica di:

- 1) $p \vee q$
- 2) $p \rightarrow r$
- 3) $q \rightarrow s$

4) $r \vee s$ (s.d. 1,2,3)

Como nela interveñen dúas conectivas, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera disxunción e de calquera condicional.

A táboa de verdade da disxunción derívase da súa definición: para que unha disxunción sexa verdadeira ao menos un dos seus membros ten que ser verdadeiro.

A táboa de verdade do condicional: é soamente falso cando o seu antecedente é verdadeiro e o conseqüente falso.

	p	$\vee$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	v	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	f	f

	p	$\rightarrow$	r
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	v	f

Á vista da táboa de verdade dunha disxunción e dun condicional calquera trátase agora de argumentar ou xustificar por que razón a partires das tres premisas do siloxismo disxuntivo se obtén "necesariamente" a conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto a premisa 1) $p \vee q$ terá que ser verdadeira, o que significa que ao menos un dos membros ten que ser verdadeiro.

Suposto A): Supoñamos, en primeiro lugar, que o primeiro membro "p" da disxunción é verdadeiro e o segundo membro "q" sexa falso. Empecemos por "p". Neste suposto, como "p" tamén é o antecedente do condicional da segunda premisa, tamén será verdadeiro. E como,

ademais, a segunda premisa ten que ser verdadeira por ser premisa, resulta que se o antecedente é verdadeiro non queda outra posibilidade mais que o consecuente tamén o sexa, se o condicional debe ser verdadeiro. E, finalmente, se o consecuente do condicional da segunda premisa é verdadeiro, é dicir, se "r" é verdadeiro, resultará que un dos membros da disxunción da conclusión tamén será verdadeiro, posto que "r" é un deses membros. Pero en calquera disxunción se un dos membros é verdadeiro, iso é suficiente para que a disxunción sexa verdadeira.

Vexamos agora que ocorre co segundo membro da disxunción "q" supoñendo que sexa falso. Resultará entón que tamén o antecedente da terceira premisa será falso, pois tamén é "q". Pero ao ter que ser verdadeira por ser premisa, sendo falso o seu antecedente, o seu consecuente "s" pode ser verdadeiro ou falso. Se "s" fose verdadeiro, resultará que o segundo membro da disxunción da conclusión será verdadeiro e teríamos unha disxunción con dous membros verdadeiros, sendo por tanto a disxunción verdadeira. Se "s" fose falso, resultará que o segundo membro da disxunción da conclusión será falso e teríamos unha disxunción cuxo primeiro membro sería verdadeiro e o segundo falso; pero se un dos dous membros é verdadeiro tamén neste caso a disxunción sería verdadeira Polo tanto, no suposto A): de que na disxunción un membro sexa verdadeiro e outro falso, temos demostrado que a partires das premisas necesariamente ten que ocorrer a conclusión. De forma esquemática:

- 1) $p^v \vee q^f$
- 2) $p^v \rightarrow r^v$
- 3) $q^f \rightarrow s^{v/f}$

$$4) r^v \vee s^{v/f}$$

Suposto B): Dado que 1) $p \wedge q$, ao ser premisa ten que ser verdadeira, só queda outro suposto posible para que a disxunción sexa verdadeira: que os dous membros da disxunción sexan verdadeiros. Neste caso é fácil ver que obteríamos na conclusión unha disxunción cuxos dous membros serían verdadeiros e, polo tanto, a disxunción tamén neste caso sería verdadeira. Esquematicamente:

- 1) $p^v \vee q^v$
- 2) $p^v \rightarrow r^v$
- 3) $q^f \rightarrow s^v$

$$4) r^v \vee s^v$$

Por conseguinte, temos xustificado que supoñendo estas tres premisas, necesariamente obtemos unha disxunción que sempre será verdadeira. Isto é o que afirma o siloxismo disxuntivo.

Exercicios do siloxismo disxuntivo

Exercicio 91

- 1) $\neg p \vee q$
- 2) $\neg p \rightarrow (a \wedge b)$
- 3) $q \rightarrow (c \wedge d)$

Exercicio 92

- 1) $\neg a \rightarrow d$
- 2) $\neg a \vee \neg b$
- 3) $\neg b \rightarrow \neg c$

Exercicio 93

- 1) $p \vee (q \wedge r)$
- 2) $(q \wedge r) \rightarrow \neg s$
- 3) $p \rightarrow t$

Exercicio 94

- 1) $a \vee \neg a$
- 2) $a \rightarrow (b \wedge c)$
- 3) $\neg a \rightarrow (d \wedge e)$

Ejercicio 95

- 1) $\neg p \vee \neg q$
 - 2) $\neg p \rightarrow \neg r$
 - 3) $\neg q \rightarrow \neg s$
-

Ejercicio 96

- 1) $p \rightarrow \neg(r \wedge s)$
 - 2) $q \rightarrow t$
 - 3) $\neg q \rightarrow \neg s$
-

Ejercicio 97

- 1) $a \rightarrow (p \rightarrow q)$
 - 2) $a \vee b$
 - 3) $b \rightarrow (q \vee r)$
-

Ejercicio 98

- 1) $p \vee q$
- 2) $p \rightarrow r$
- 3) $q \rightarrow s$
- 4) $r \rightarrow a$
- 5) $s \rightarrow b$

 $\vdash a \vee b$ **Ejercicio 99**

- 1) $\neg q \rightarrow \neg r$
- 2) $\neg s \rightarrow \neg b$
- 3) $\neg p \rightarrow \neg s$
- 4) $\neg r \rightarrow \neg a$
- 5) $\neg p \vee \neg q$

 $\vdash \neg b \vee \neg a$ **Ejercicio 100**

- 1) $q \rightarrow c$
- 2) $p \vee q$
- 3) $(a \wedge b) \rightarrow (r \vee s)$
- 4) $p \rightarrow (a \wedge b)$
- 5) $c \rightarrow d$

 $\vdash (r \wedge s) \vee d$ **Ejercicio 101**

- 1) $(a \wedge b) \vee (c \wedge d)$
- 2) $(c \wedge d) \rightarrow q$
- 3) $p \rightarrow (r \wedge s)$
- 4) $(a \wedge b) \rightarrow p$

 $\vdash (r \wedge s) \vee t$ **Ejercicio 102**

- 1) ?
- 2) $(r \vee s) \rightarrow t$
- 3) $p \rightarrow r$
- 4) $a \rightarrow \neg t$
- 5) $q \rightarrow s$
- 6) $\neg a \rightarrow b$

 $\vdash b$ **Ejercicio 103**

- 1) p
- 2) $q \rightarrow s$
- 3) $a \rightarrow \neg(s \vee t)$
- 4) $p \rightarrow (q \vee r)$
- 5) $r \rightarrow t$
- 6) $a \vee \neg(b \vee c)$

 $\vdash \neg(b \wedge c)$ **Ejercicio 104**

- 1) $\neg(p \vee q) \rightarrow r$
- 2) $p \rightarrow a$
- 3) $\neg(a \vee b) \vee c$
- 4) $q \rightarrow b$
- 5) $\neg r$
- 6) $c \rightarrow d$

 $\vdash d$ **Ejercicio 105**

- 1) $(a \vee b) \vee c$
- 2) $(a \vee b) \rightarrow r$
- 3) $\neg c$
- 4) $\neg(t \vee s) \rightarrow \neg r$

 $\vdash t \vee s$ **Ejercicio 106**

- 1) $\neg r$
- 2) $p \rightarrow a$
- 3) $(a \vee b) \rightarrow c$
- 4) $q \rightarrow b$
- 5) $\neg(p \vee q) \rightarrow r$

Ejercicio 107

- 1) $\neg[\neg(a \vee b) \rightarrow c] \rightarrow d$
- 2) $\neg c$
- 3) $\neg d$
- 4) $a \rightarrow p$
- 5) $(p \vee q) \rightarrow r$

Ejercicio 108

- 1) $q \rightarrow \neg d$
- 2) $r \rightarrow a$
- 3) $\neg p \vee (r \vee s)$
- 4) $s \rightarrow (b \wedge c)$
- 5) $[a \vee (b \wedge c)] \rightarrow d$

Ejercicio 109

- 1) $(r \vee s) \rightarrow (a \vee b)$
- 2) $p \rightarrow r$
- 3) $p \vee \neg q$
- 4) $a \rightarrow c$
- 5) $\neg q \rightarrow s$

$\frac{}{\vdash c}$	$\frac{6) b \rightarrow q}{\vdash r}$	$\frac{6) p}{\vdash \neg q}$	$\frac{6) b \rightarrow d}{\vdash c \vee d}$
---------------------	---------------------------------------	------------------------------	--

Exercicio 110

- 1) $t \rightarrow \neg(r \vee s)$
- 2) $\neg a \vee b$
- 3) $\neg p \vee \neg q$
- 4) $t \vee a$
- 5) $\neg p \rightarrow r$
- 6) $b \rightarrow (c \wedge d)$
- 7) $\neg q \rightarrow s$
- 8) $m \rightarrow \neg(c \wedge d)$

$\frac{}{\vdash \neg m}$

Exercicio 111

- 1) $\neg r \rightarrow \neg q$
- 2) $\neg p \vee (a \vee b)$
- 3) $(c \vee d) \rightarrow q$
- 4) $a \rightarrow c$
- 5) $\neg r \vee s$
- 6) p
- 7) $s \rightarrow t$
- 8) $b \rightarrow d$
- 9) $\neg m \rightarrow \neg t$

$\frac{}{\vdash m}$

9.1.5.- Regra do siloxismo hipotético

Definición: Dados dous enunciados condicionais de tal forma que o consecuente do primeiro sexa ao mesmo tempo antecedente do segundo, podemos concluír un enunciado condicional cuxo antecedente sexa o antecedente do primeiro condicional e cuxo consecuente sexa o consecuente do segundo condicional. A súa forma básica será:

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $q \rightarrow r$

$\frac{}{3) p \rightarrow r \text{ (s.h. 1,2)}}$

Tamén pode aplicarse a regra a fórmulas mais complexas, anque sempre da mesma forma básica: dados dous condicionais onde o consecuente de un deles é o antecedente do outro, concluímos un condicional co antecedente do primeiro e o consecuente do segundo tal e como aparezan en ditos condicionais. Por exemplo:

- 1) $(p \wedge q) \rightarrow r$
- 2) $r \rightarrow s$

$\frac{}{3) (p \wedge q) \rightarrow s \text{ (s.h. 1,2)}}$

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto faremos partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación, toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso do siloxismo hipotético a fórmula única será: $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía. Nisto consiste a demostración de que o siloxismo hipotético é unha regra de inferencia.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow r$	$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
	vv	v	v	v	v	v	v
v	v	f	v	f	f	f	v
v	f	v	f	v	f	v	v
v	f	f	f	v	f	f	v
f	v	v	v	v	v	v	v
f	v	f	v	f	f	v	v
f	f	v	v	v	v	v	v
f	f	f	v	v	v	v	v

→ Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. En el caso del siloxismo hipotético intervén una sola conectiva: el condicional.

A regra na súa forma básica di:

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $q \rightarrow r$

3) $p \rightarrow r$ (s.h. 1,2)

Como nela intervén unha soa conectiva, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera condicional.

A táboa de verdade do condicional: é soamente falso cando o seu antecedente é verdadeiro e o conseqüente falso.

	p	$\rightarrow$	r
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	v	f

Á vista da táboa de verdade dun condicional calquera trátase agora de argumentar ou xustificar por que razón a partires das dúas premisas do siloxismo hipotético se obtén "necesariamente" a conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto a premisa 1) $p \rightarrow q$ terá que ser verdadeira, o que significa que poden darse os casos 1,3 e 4 da táboa, pero non o caso 2, xa que o condicional ten que ser verdadeiro. É dicir: ou ambos son verdadeiros, ou ben sendo o antecedente falso o consecuente poderá ser verdadeiro ou falso.

Caso 1): Supoñamos, en primeiro lugar, que o primeiro membro "p" do primeiro condicional é verdadeiro e o segundo membro "q" sexa tamén verdadeiro. Neste caso o antecedente do segundo condicional será tamén verdadeiro, pois é o mesmo que o consecuente do primeiro condicional. Sendo o antecedente dun condicional verdadeiro, se supoñemos que o condicional ten que ser verdadeiro por ser premisa, resultará que o consecuente "r" terá tamén que ser verdadeiro. Por tanto, a conclusión será un condicional cuxo antecedente é verdadeiro e cuxo consecuente tamén o é, sendo por tanto o condicional verdadeiro. Esquemáticamente sería así:

$$1) \quad p^v \rightarrow q^v$$

$$2) \quad q^v \rightarrow r^v$$

$$3) \quad p^v \rightarrow r^v$$

Caso 3): Supoñamos agora que o antecedente "p" do primeiro condicional é falso e o seu consecuente "q" sexa verdadeiro. Neste caso o antecedente do segundo condicional será tamén verdadeiro, pois é o mesmo que o consecuente do primeiro condicional. Por tanto no segundo condicional ocorrerá o mesmo que no caso 1), pois sendo o antecedente dun condicional verdadeiro, se supoñemos que o condicional ten que ser verdadeiro por ser premisa, resultará que o consecuente "r" terá tamén que ser verdadeiro. Neste caso 3), a conclusión será un condicional cuxo antecedente é falso e cuxo consecuente é verdadeiro e, polo tanto, o condicional segue sendo verdadeiro. Esquemáticamente sería así:

$$1) \quad p^f \rightarrow q^v$$

$$2) \quad q^v \rightarrow r^v$$

$$3) \quad p^f \rightarrow r^v$$

Caso 4): Supoñamos finalmente que o antecedente "p" do primeiro condicional sexa falso e o seu consecuente "q" tamén o sexa. Sendo así, o antecedente do segundo condicional será tamén falso, pois é o mesmo que o consecuente do primeiro. Sendo o antecedente do segundo condicional falso, se supoñemos que o condicional ten que ser verdadeiro por ser premisa, o seu consecuente pode ser verdadeiro ou falso, pois en ambos casos o condicional segue sendo verdadeiro. Se o consecuente do segundo condicional é verdadeiro a conclusión que obteremos será outro condicional cuxo antecedente "p" é falso e cuxo consecuente "r" é verdadeiro, polo que o condicional será verdadeiro. Se, pola contra, ocorre que o consecuente "r" do segundo condicional é falso, a conclusión será un condicional cuxo antecedente "p" será falso e cuxo consecuente "r" tamén o será, e tamén neste caso o condicional segue sendo verdadeiro. Esquemáticamente sería así:

$$1) \quad p^f \rightarrow q^f$$

$$4) \quad q^f \rightarrow r^{v/f}$$

$$3) \quad p^f \rightarrow r^{v/f}$$

Por conseguinte temos xustificado por que razón a partires das dúas premisas do siloxismo hipotético ten que obterse necesariamente esa conclusión. Pois sendo as premisas verdadeiras por definición, a conclusión será necesariamente verdadeira en todos os casos posibles.

Exercicios do siloxismo hipotético

Exercicio 112

- 1) $(p \rightarrow r) \rightarrow \neg s$
- 2) ?
- 3) $s \vee t$
- 4) $q \rightarrow r$
- 5) $a \rightarrow \neg t$

$$\vdash \neg a$$

Exercicio 113

- 1) $\neg t$
- 2) $\neg q \rightarrow r$
- 3) $\neg(p \rightarrow \neg q) \rightarrow t$
- 4) $(p \rightarrow r) \rightarrow (a \vee b)$
- 5) $\neg a$

$$\vdash b$$

Exercicio 114

- 1) $a \rightarrow \neg(\neg p \rightarrow \neg r)$
- 2) $\neg q \rightarrow \neg r$
- 3) $\neg b \vee a$
- 4) $\neg p \rightarrow \neg q$

$$\vdash \neg b$$

Exercicio 115

- 1) $b \rightarrow d$
- 2) $q \rightarrow r$
- 3) $(p \rightarrow r) \rightarrow (a \vee b)$
- 4) $p \rightarrow q$
- 5) $a \rightarrow c$

$$\vdash c \vee d$$

Exercicio 116

- 1) $q \rightarrow r$
- 2) $\neg(a \rightarrow b) \vee \neg c$
- 3) $\neg(s \vee t) \rightarrow \neg(p \rightarrow r)$
- 4) $d \rightarrow b$

- 5) $s \rightarrow y$
- 6) $a \rightarrow d$
- 7) $\neg c \rightarrow (p \rightarrow q)$
- 8) $t \rightarrow x$

$\vdash y \vee x$

Exercicio 117

- 1) $(p \vee q) \rightarrow (r \rightarrow s)$
- 2) $\neg d \vee c$
- 3) $b \rightarrow q$
- 4) $\neg d \rightarrow m$
- 5) $a \rightarrow p$
- 6) $s \rightarrow t$
- 7) $a \vee b$
- 8) $c \rightarrow \neg(r \rightarrow t)$

$\vdash m$

Exercicio 118

- 1) $p \vee q$
- 2) $p \rightarrow r$
- 3) $(r \vee s) \rightarrow (a \rightarrow b)$
- 4) $(a \rightarrow c) \rightarrow d$
- 5) $q \rightarrow s$
- 6) $\neg t \rightarrow \neg d$
- 7) $b \rightarrow c$

$\vdash t$

Exercicio 119

- 1) $q \rightarrow r$
- 2) $\neg b$
- 3) $\neg[\neg(p \rightarrow q) \rightarrow a] \rightarrow b$
- 4) $\neg a$

$\vdash p \rightarrow r$

Exercicio 120

- 1) $(p \rightarrow q) \vee \neg r$
- 2) $\neg(p \rightarrow s) \vee t$
- 3) $q \rightarrow s$
- 4) $t \rightarrow (a \rightarrow b)$
- 5) $(a \rightarrow c) \rightarrow d$
- 6) $b \rightarrow c$
- 7) r

$\vdash d$

Exercicio 121

- 1) $\neg a$
- 2) $(p \rightarrow q) \vee a$
- 3) $\neg b \vee (q \rightarrow r)$
- 4) b

$\vdash p \rightarrow r$

9.1.6.- Regra da Simplificación (ou eliminación da conxunción)

Definición: Toda conxunción pode simplificarse nos seus dous membros. A súa forma básica será:

- 1) $p \wedge q$

2) p (S_1 . 1)

3) q (S_2 . 1)

Tamén pode aplicarse a regra a fórmulas mais complexas, anque sempre da mesma forma básica. Por exemplo:

- 1) $(p \vee q) \wedge r$

2) $(p \vee q)$ (S_1 . 1)

3) r (S_2 . 1)

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto faremolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación, toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso da Simplificación como unicamente temos unha premisa a fórmula única será: $[(p \wedge q) \rightarrow p] \wedge [(p \wedge q) \rightarrow q]$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía. Nisto consiste a demostración de que a Simplificación é unha regra de inferencia.

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$	$(p \wedge q) \rightarrow q$	$[(p \wedge q) \rightarrow p] \wedge [(p \wedge q) \rightarrow q]$
	v	v	v	v	v
v	f	f	v	v	v
f	v	f	v	v	v
f	f	f	v	v	v

↓
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso da Simplificación interveñen unha soa conectiva: a conxunción.

A regra na súa forma básica di:

$$1) p \wedge q$$

$$2) p(S_1, 1)$$

$$3) q(S_2, 1)$$

Como nela intervén unha soa conectiva, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera conxunción. A táboa de verdade da conxunción di que a conxunción é soamente verdadeira cando ambos membros son verdadeiros.

	p	$\wedge$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	f	v
caso 4	f	f	f

Á vista da táboa de verdade dunha conxunción calquera trátase agora de argumentar ou xustificar por que razón a partires da única premisa da Simplificación se obtén "necesariamente" a conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto a premisa 1) $p \wedge q$ terá que ser verdadeira, o que significa que ambos membros teñen que ser verdadeiros; é dicir, só pode darse o caso 1 da táboa de verdade e non poden darse os casos 2,3 e 4.

Pero se para que unha conxunción sexa verdadeira os seus dous membros teñen que ser verdadeiros, resultará que podemos concluír calquera dos dous membros ou os dous posto que sabemos que teñen que ser verdadeiros. Isto é o que afirma a regra da Simplificación.

Exercicios de Simplificación (ou eliminación da conxunción)

Exercicio 122

- 1) $r \rightarrow t$
- 2) $(p \rightarrow q) \wedge (r \vee s)$
- 3) $\neg(b \wedge c) \rightarrow \neg t$
- 4) $a \rightarrow p$
- 5) $(a \rightarrow q) \rightarrow \neg s$

$$\frac{}{\vdash b \wedge c}$$

Exercicio 123

- 1) $\neg(p \wedge q) \rightarrow r$
- 2) $s \rightarrow a$
- 3) $\neg r$
- 4) $q \rightarrow (s \vee t)$
- 5) $t \rightarrow b$

$$\frac{}{\vdash a \vee b}$$

Exercicio 124

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $\neg c$
- 3) $b \rightarrow (p \vee \neg a)$
- 4) $\neg q \vee r$
- 5) $a \wedge (b \vee c)$

$$\frac{}{\vdash r}$$

Exercicio 125

- 1) $\neg[\neg(a \wedge b) \rightarrow \neg c] \rightarrow \neg d$
- 2) c
- 3) d

$$\frac{}{\vdash a}$$

Exercicio 126

- 1) $q \rightarrow r$
- 2) $(p \rightarrow r) \rightarrow (a \wedge b)$
- 3) $p \rightarrow q$
- 4) $\neg b \vee c$

Exercicio 127

- 1) $s \rightarrow t$
- 2) $(r \rightarrow t) \rightarrow (a \vee b)$
- 3) $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$
- 4) $(p \rightarrow q) \rightarrow (a \rightarrow c)$

Exercicio 128

- 1) $\neg(a \wedge b) \rightarrow r$
- 2) $\neg r \wedge s$
- 3) $\neg b \vee c$
- 4) $\neg p \vee q$

Exercicio 129

- 1) $(r \vee s) \rightarrow (a \wedge b)$
- 2) $q \rightarrow s$
- 3) $\neg p \vee q$
- 4) $c \vee \neg b$

$$\frac{}{\vdash c}$$

- 5) $\neg s \rightarrow \neg c$
- 6) $t \rightarrow \neg(c \vee d)$
- 7) $b \rightarrow d$

$$\frac{}{\vdash b}$$

- 5) $c \rightarrow d$
- 6) $\neg(t \wedge \neg q) \rightarrow \neg d$

$$\frac{}{\vdash \neg p}$$

- 5) $\neg p \rightarrow r$
- 6) $\neg d \rightarrow \neg c$

$$\frac{}{\vdash d}$$

Exercicio 130

- 1) $(p \wedge q) \vee r$
- 2) $s \wedge \neg r$
- 3) $t \vee \neg q$
- 4) $\neg t \vee a$
- 5) $\neg a \vee (b \wedge c)$

$$\frac{}{\vdash c}$$

Exercicio 131

- 1) $q \rightarrow r$
- 2) $t \rightarrow \neg r$
- 3) $(p \rightarrow r) \rightarrow (s \wedge t)$
- 4) $\neg b \vee c$
- 5) $d \rightarrow \neg w$
- 6) $p \rightarrow q$
- 7) $\neg p \rightarrow (a \wedge b)$
- 8) $c \rightarrow d$

$$\frac{}{\vdash \neg w}$$

Exercicio 132

- 1) $\neg(s \wedge \neg r) \rightarrow t$
- 2) $\neg c$
- 3) $\neg(p \wedge q) \rightarrow r$
- 4) $p \rightarrow (b \vee c)$
- 5) $\neg t \wedge a$

$$\frac{}{\vdash b}$$

Exercicio 133

- 1) $b \rightarrow d$
- 2) $(p \rightarrow r) \rightarrow (t \wedge s)$
- 3) $(a \wedge b) \vee c$
- 4) $d \rightarrow (p \rightarrow q)$
- 5) $\neg q \rightarrow m$
- 6) $d \wedge \neg c$
- 7) $q \rightarrow r$
- 8) $\neg q \vee \neg s$

$$\frac{}{\vdash m}$$

9.1.7.- Regra da Adxunción (ou introdución da conxunción)

Definición: Toda premisa ou conclusión poden enlazarse mediante unha conxunción. A súa forma básica será:

- 1) p
- 2) q

$$\frac{}{3) p \wedge q \text{ (A., 1, 2)}}$$

Tamén pode aplicarse a regra a fórmulas mais complexas. Por exemplo:

- 1) $p \vee q$
- 2) $r \rightarrow s$

$$\frac{}{3) (p \vee q) \wedge (r \rightarrow s) \text{ (A. 1, 2)}}$$

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto faremolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación, toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso da Adxunción a fórmula única nin sequera necesita demostración, pois será: $(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía. No caso da Adxunción a táboa resulta superflua, pois resulta evidente que o seu resultado será unha tautoloxía.

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia temos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso da Adxunción intervéñen unha soa conectiva: a conxunción.

A regra na súa forma básica di:

- 1) p
 - 2) q
-
- 3) $p \wedge q$ (A. 1, 2)

Como nela intervéñen unha soa conectiva, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera conxunción.

A táboa de verdade da conxunción dinos que a conxunción é soamente verdadeira cando ambos membros son verdadeiros.

	p	$\wedge$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	f	v
caso 4	f	f	f

Á vista da táboa de verdade dunha conxunción calquera trátase agora de argumentar ou xustificar por que razón a partir das premisas da Adxunción se obtén "necesariamente" a conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto sabemos que tanto a primeira premisa 1) p como a segunda premisa 2) q, teñen que ser verdadeiras por ser premisas. E como a conxunción só é verdadeira cando ambos membros son verdadeiros, resultará entón que poderemos sempre unir mediante a conxunción calquera dúas premisas ou conclusións, posto que por definición serán sempre verdadeiras ambas e, polo tanto, a súa conxunción o será tamén en calquera caso. Isto é o que afirma a regra da Adxunción.

Exercicios de Adxunción (ou introdución da conxunción)

Exercicio 134

- 1) $p \wedge r$
- 2) $\neg(a \wedge b) \rightarrow \neg(r \wedge s)$
- 3) $s \wedge q$
- 4) c
- 5) $(a \wedge c) \rightarrow d$

Exercicio 135

- 1) $(p \rightarrow r) \rightarrow (t \wedge \neg s)$
- 2) $q \rightarrow r$
- 3) b
- 4) $\neg a$
- 5) $p \rightarrow q$

Exercicio 136

- 1) $(a \wedge b) \vee \neg(c \wedge d)$
 - 2) $p \wedge c$
 - 3) $d \wedge q$
 - 4) $r \rightarrow \neg(a \wedge q)$
-

Exercicio 137

- 1) $(a \wedge d) \rightarrow p$
- 2) $(a \wedge b) \vee \neg c$
- 3) $q \rightarrow \neg p$
- 4) $(\neg q \wedge r) \rightarrow s$
- 5) $c \wedge d$

$\frac{}{\vdash d}$	$\frac{6) (\neg s \wedge \neg a) \rightarrow c}{\vdash b \wedge c}$	$\vdash \neg r$	$\frac{6) \neg s \vee t}{7) r}$
			$\frac{}{\vdash t}$

Exercicio 138

- 1) $p \rightarrow (q \wedge r)$
- 2) $s \wedge p$
- 3) $\neg (r \wedge s) \vee t$
- 4) $\neg a \rightarrow \neg (t \wedge p)$

$\frac{}{\vdash a}$

Exercicio 139

- 1) $q \rightarrow s$
- 2) $p \rightarrow (q \vee r)$
- 3) $r \rightarrow t$
- 4) $\neg (p \wedge a) \rightarrow b$
- 5) $\neg c \wedge \neg b$

$\frac{}{\vdash (s \vee t) \wedge \neg c}$

Exercicio 140

- 1) $p \wedge \neg d$
- 2) $\neg (b \wedge c) \vee t$
- 3) $\neg [(a \wedge b) \vee \neg c] \rightarrow d$
- 4) $q \wedge c$

$\frac{}{\vdash t}$

Exercicio 141

- 1) $(\neg a \wedge \neg b) \vee \neg c$
- 2) $(\neg a \wedge p) \rightarrow q$
- 3) $c \wedge d$
- 4) $(\neg b \wedge d) \rightarrow p$

$\frac{}{\vdash q}$

Exercicio 142

- 1) $[(a \vee b) \wedge (c \vee d)] \rightarrow p$
- 2) $r \vee s$
- 3) $r \rightarrow a$
- 4) $q \vee t$
- 5) $s \rightarrow b$
- 6) $q \rightarrow c$
- 7) $t \rightarrow d$

$\frac{}{\vdash p}$

Exercicio 143

- 1) t
- 2) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$
- 3) $(t \wedge s) \rightarrow a$
- 4) $(p \rightarrow r) \rightarrow s$
- 5) $\neg b \wedge c$

$\frac{}{\vdash a \wedge c}$

9.1.8.- Lei da Adición (ou introdución da disxunción)

Definición: Con calquera premisa ou conclusión pode construírse unha disxunción na que un dos seus membros sexa esa premisa ou conclusión. A súa forma básica será:

- 1) p

$\frac{}{2) p \vee q \text{ (L.A., 1)}}$

Tamén pode aplicarse a regra a fórmulas mais complexas. Por exemplo:

- 1) $a \wedge b$

$\frac{}{}$

2) $(a \wedge b) \vee \neg p$ (L.A. 1)

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto faremolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación, toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso da Lei da Adición só temos unha premisa, polo que a fórmula será: $p \rightarrow (p \vee q)$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calculamos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser una tautoloxía.

	p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
				
v	v	v	v	v
v	f	v	v	v
f	v	v	v	v
f	f	f	f	v

Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso da Lei da Adición intervéñen unha soa conectiva: a disxunción.

A regra na súa forma básica di:

1) p

2) $p \vee q$ (L.A. 1)

Como nela intervéñen unha soa conectiva, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera disxunción. A táboa de verdade da disxunción dinos que a disxunción é verdadeira cando ao menos un dos seus membros é verdadeiro, é dicir, só é falsa cando ambos membros son falsos.

	p	$\vee$	r
caso 1	v	v	v
caso 2	v	v	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	f	f

Á vista da táboa de verdade dunha disxunción calquera trátase agora de argumentar ou xustificar por que razón a partires da premisa da Lei da Adición se obtén "necesariamente" a conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto sabemos que a premisa 1) p ten que ser verdadeira por ser premisa. E como esta premisa verdadeira é un dos membros da disxunción, ocorrerá que a disxunción será sempre

verdadeira ocorra o que ocorra co outro membro. Pois para que unha disxunción sexa verdadeira abonda con que un dos dous membros o sexa. Dito de forma simple: sabendo que un dos membros dunha disxunción é verdadeiro estamos seguros de que calquera disxunción que construíamos con este membro e outro calquera ten que ser verdadeira. Isto é o que afirma a Lei da Adición, que non é outra cousa que unha consecuencia directa da táboa de verdade da disxunción.

Exercicios da Lei da Adición (ou introdución da disxunción)

Exercicio 144

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $a \rightarrow c$
- 3) $t \rightarrow a$
- 4) $\neg r \wedge \neg q$
- 5) $(\neg p \vee s) \rightarrow t$
- 6) $b \rightarrow d$

$\vdash c$

Exercicio 145

- 1) $a \wedge b$
- 2) $\neg(a \vee c) \vee d$
- 3) $d \rightarrow p$
- 4) $r \rightarrow \neg(p \vee q)$

$\vdash \neg r \vee \neg s$

Exercicio 146

- 1) a
- 2) $a \rightarrow p$
- 3) $b \rightarrow q$
- 4) $(p \vee q) \rightarrow r$
- 5) $s \wedge t$
- 6) $\neg(t \wedge r) \vee c$

$\vdash a \wedge c$

Exercicio 147

- 1) $(p \rightarrow q) \wedge r$
- 2) $\neg a \rightarrow \neg(s \vee \neg t)$
- 3) $q \rightarrow r$
- 4) $(p \rightarrow r) \rightarrow s$

$\vdash a$

Exercicio 148

- 1) $\neg(p \vee q) \rightarrow r$
- 2) $t \wedge \neg r$
- 3) $\neg q$
- 4) $(p \vee s) \rightarrow b$
- 5) $(b \vee a) \rightarrow \neg t$

$\vdash \neg t$

Exercicio 149

- 1) $a \vee b$
- 2) $(c \vee d) \rightarrow r$
- 3) $r \rightarrow s$
- 4) $b \rightarrow d$
- 5) $a \rightarrow c$

$\vdash s \vee t$

Exercicio 150

- 1) $b \wedge s$
- 2) $(q \vee s) \rightarrow t$
- 3) $r \rightarrow x$
- 4) $(x \vee c) \rightarrow w$
- 5) $\neg r \rightarrow \neg t$
- 6) $(r \vee b) \rightarrow q$

$\vdash w$

Exercicio 151

- 1) $a \rightarrow c$
- 2) $(c \vee d) \rightarrow p$
- 3) $p \rightarrow r$
- 4) $\neg(a \vee b) \rightarrow q$
- 5) $b \rightarrow d$
- 6) $\neg q$

$\vdash r$

Exercicio 152

- 1) $\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg a$
- 2) $p \rightarrow \neg r$
- 3) $(p \rightarrow t) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
- 4) $\neg r \rightarrow t$

Exercicio 153

- 1) $(a \vee b) \rightarrow c$
- 2) $c \rightarrow \neg p$
- 3) $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow s$
- 4) $x \rightarrow m$

$$\frac{5) (\neg a \vee \neg b) \rightarrow c}{\vdash c}$$

$$\frac{5) (s \vee t) \rightarrow x \quad 6) d \wedge a}{\vdash m}$$

9.1.9.- Lei do Bicondicional

Definición: Dada unha premisa ou conclusión bicondicional podemos concluír un enunciado condicional cuxo antecedente e consecuente pode ser calquera dos dous membros dese bicondicional. A súa forma básica será:

- 1) $p \leftrightarrow q$
- 2) $p \rightarrow q$ (B. 1)
- 3) $q \rightarrow p$ (B. 1)

Tamén pode aplicarse a regra a fórmulas mais complexas. Por exemplo:

- 1) $\neg p \leftrightarrow q$
- 2) $q \rightarrow \neg p$ (B. 1)
- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $q \rightarrow p$
- 3) $p \leftrightarrow q$ (B. 1,2)

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto farémolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación, toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso da Lei do Bicondicional só temos unha premisa, polo que a fórmula será: $(p \leftrightarrow q) \rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía.

	pq	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$(p \leftrightarrow q) \rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$
v	v	v	v	v	v	v
v	f	f	f	v	f	v
f	v	f	v	f	f	v
f	f	v	v	v	v	v

→
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso da Lei do Bicondicional interveñen dúas conectivas: o bicondicional e o condicional. A regra na súa forma básica di:

- 1) $p \leftrightarrow q$
- 2) $p \rightarrow q$ (B. 1)

2) $q \rightarrow p$ (B. 1)

Como nela interveñen dúas conectivas, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera bicondicional e de calquera condicional.

	p	$\leftrightarrow$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	f	v
caso 4	f	v	f

	p	$\rightarrow$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	v	f

Á vista das táboas de verdade do bicondicional e o condicional e tendo en conta o que nos di a regra na súa forma básica, trátase agora de argumentar ou xustificar por que razón a partires da premisa da Ley do Bicondicional se obtén "necesariamente" a conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto sabemos que a premisa 1) $p \leftrightarrow q$ ten que ser verdadeira por ser premisa: polo tanto teñen que darse os casos 1 e 4 e non poden ocorrer os casos 2 e 3 da táboa do bicondicional. É dicir, os membros do bicondicional p e q teñen que ser ambos verdadeiros ou ambos falsos.

- Primeira posibilidade: que ambos sexan verdadeiros. Se isto é así obteremos na conclusión un condicional cuxo antecedente e consecuente serán verdadeiros e polo tanto o condicional ten que ser verdadeiro como se observa na táboa do condicional.
- Segunda posibilidade: que ambos sexan falsos. Se ocorre así, obteremos na conclusión un condicional cuxo antecedente e consecuente serán falsos, e neste caso tamén todo condicional é verdadeiro como podemos ver na táboa do condicional.

Polo tanto, se a premisa bicondicional é verdadeira necesariamente os seus dous membros serán verdadeiros ou falsos e en ambos casos obtemos como conclusión sempre un condicional verdadeiro. Esta é a razón de por qué pode obterse sempre a partires dun bicondicional un condicional cuxo antecedente e consecuente sexa calquera dos dous membros do bicondicional.

Exercicios do Bicondicional

Exercicio 154

- $\neg(\neg r \vee s) \vee t$
- $\neg p \leftrightarrow \neg q$
- $a \wedge b$
- $(t \wedge b) \rightarrow c$
- $r \rightarrow \neg(\neg q \rightarrow \neg p)$

$\vdash c$

Exercicio 155

- $(p \rightarrow r) \rightarrow s$
- $q \rightarrow r$
- $(s \vee t) \rightarrow a$
- $\neg b \rightarrow \neg a$
- $p \leftrightarrow q$

$\vdash b$

Exercicio 156

- $p \rightarrow q$
- $\neg(r \vee s) \rightarrow \neg(p \leftrightarrow q)$
- $r \rightarrow a$
- $q \rightarrow p$
- $s \rightarrow b$
- $(a \vee b) \rightarrow t$

$\vdash t$

Exercicio 157

- $p \leftrightarrow q$
- $(t \wedge \neg q) \rightarrow a$
- $\neg p \wedge \neg r$
- $\neg c \rightarrow \neg a$
- $q \vee \neg s$
- $(\neg s \wedge \neg r) \rightarrow t$

$\vdash c$

Exercicio 158

- 1) $p \rightarrow (s \wedge t)$
- 2) $r \wedge q$
- 3) $(a \vee s) \rightarrow b$
- 4) $p \leftrightarrow q$
- 5) $(b \wedge r) \rightarrow d$

 $\vdash d$
Exercicio 159

- 1) $(\neg q \vee s) \rightarrow t$
- 2) $(a \vee b) \rightarrow c$
- 3) $(p \leftrightarrow q) \wedge (r \vee s)$
- 4) $\neg p$
- 5) $(t \vee s) \rightarrow a$

 $\vdash c$
Exercicio 160

- 1) $p \leftrightarrow q$
- 2) $(r \rightarrow s) \rightarrow t$
- 3) $q \rightarrow s$
- 4) $a \rightarrow b$
- 5) $r \rightarrow p$
- 6) $\neg t \vee a$

 $\vdash b$
Exercicio 161

- 1) $\neg[\neg(p \leftrightarrow q) \rightarrow r] \rightarrow s$
- 2) $t \wedge \neg s$
- 3) $t \rightarrow (a \wedge \neg r)$

 $\vdash q \rightarrow p$
Exercicio 162

- 1) $\neg(a \leftrightarrow \neg b) \rightarrow c$
- 2) $b \wedge p$
- 3) $q \vee a$
- 4) $(q \vee r) \rightarrow s$
- 5) $\neg c \wedge \neg d$
- 6) $\neg t \rightarrow \neg s$

 $\vdash t$
Exercicio 163

- 1) $(p \rightarrow q) \wedge (r \vee s)$
- 2) $t \rightarrow \neg(p \leftrightarrow q)$
- 3) $b \rightarrow c$
- 4) $q \rightarrow p$
- 5) $(a \rightarrow c) \rightarrow d$
- 6) $\neg t \rightarrow (a \leftrightarrow b)$

 $\vdash d$
9.1.10.- Leis de De Morgan

a) **Primeira Lei de De Morgan:** Un enunciado conxuntivo pode substituírse por outro enunciado que sexa a negación da disxunción dos membros desa conxunción pero negados á súa vez. A súa forma básica será:

$$\frac{p \wedge q}{\neg(\neg p \vee \neg q)}$$

Tamén pode aplicarse a regra a fórmulas mais compleas. Por exemplo:

$$\frac{\neg p \wedge q}{\neg(p \vee \neg q)} \quad \text{ou ben:} \quad \frac{\neg p \wedge (q \vee t)}{\neg[p \vee \neg(q \vee t)]}$$

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto faremolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación, toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso da Primeira Lei de De

Morgan só temos unha premisa, polo que a fórmula será: $(p \wedge q) \rightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía.

p	q	$p \wedge q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$	$(p \wedge q) \rightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$
	v	v	f	f	f	v	v
v	f	f	f	v	v	f	v
f	v	f	v	f	v	f	v
f	f	f	v	v	v	f	v

↓
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso da Primeira Ley de De Morgan interveñen dúas conectivas: a conxunción e a disxunción.

A regra na súa forma básica di:

$$\frac{p \wedge q}{\neg(\neg p \vee \neg q)}$$

Como nela interveñen dúas conectivas, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera conxunción e de calquera disxunción.

	p	$\wedge$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	f	v
caso 4	f	f	f

	p	$\vee$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	v	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	f	f

Á vista das táboas de verdade da conxunción e da disxunción, e tendo en conta o que nos di a regra na súa forma básica, trátase agora de argumentar ou xustificar por qué razón a premisa da Primeira Ley de De Morgan pode substituírse pola conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto sabemos que a premisa $p \wedge q$ ten que ser verdadeira por ser premisa: polo tanto ambos membros da conxunción deben ser verdadeiros (caso 1 da conxunción).

Se ambos membros da conxunción teñen que ser verdadeiros, isto é o mesmo que dicir que eses dous membros non poden formar unha disxunción na que algún deses dous membros ou os dous sexan falsos, é dicir, non poden ocorrer os casos 2,3 ou 4 da disxunción entre eses dous membros. Desta forma defínese a conxunción verdadeira mediante a negación dunha disxunción deses dous membros na cal algún eles ou os dous sexan falsos. Isto é o que afirma a Primeira Ley de De Morgan: unha conxunción verdadeira pode definirse mediante a negación da disxunción dos dous membros negados. É dicir, o caso 1 da conxunción pode definirse mediante a negación dos casos 1, 2 e 3 da disxunción.

b) Segunda Ley de De Morgan: Obtense negando o membro superior e o inferior da primeira Ley de De Morgan. Definición: Un enunciado que sexa a negación dunha conxunción pode substituírse por un enunciado disxuntivo dos membros desa conxunción, pero negados á súa vez. A súa forma básica será:

$$\frac{\neg(p \wedge q)}{\neg p \vee \neg q}$$

Pero tamén pode aplicarse a fórmulas mais complexas. Por exemplo:

$$\frac{\neg(\neg p \wedge \neg q)}{p \vee q} \quad \text{ou ben:} \quad \frac{\neg[\neg(q \rightarrow s) \wedge p]}{(q \rightarrow s) \vee \neg p}$$

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto faremolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación, toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso da Segunda Ley de De Morgan só temos unha premisa, polo que a fórmula será: $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía.

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
	v v	v	f	f	F	f	v
v	f	f	v	f	V	v	v
f	v	f	v	v	F	v	v
f	f	f	v	v	V	v	v

↓
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso da Segunda Lei de De Morgan interveñen dúas conectivas: a conxunción e a disxunción.

A regra na súa forma básica di:

$$\frac{\neg(p \wedge q)}{\neg p \vee \neg q}$$

Como nela interveñen dúas conectivas, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera conxunción e de calquera disxunción.

	p	$\wedge$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	f	v
caso 4	f	f	f

	p	$\vee$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	v	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	f	f

Á vista das táboas de verdade da conxunción e da disxunción, e tendo en conta o que nos di a regra na súa forma básica, trátase agora de argumentar ou xustificar por qué razón a premisa da Segunda Lei de De Morgan pode substituírse pola conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto sabemos que a premisa $\neg(p \wedge q)$ ten que ser verdadeira por ser premisa: o cal quere dicir que $p \wedge q$ non pode ser verdadeira, é dicir, non se pode dar o caso 1 da conxunción; isto significa que si poden ocorrer os casos nos que a conxunción sexa falsa: os casos 2, 3 e 4 da conxunción, é dicir, cando algún dos seus membros ou os dous son falsos.

Se algún dos membros da conxunción ou os dous teñen que ser falsos, como nos di negativamente a premisa $\neg(p \wedge q)$, isto é o mesmo que dicir que nunha disxunción algún deses membros ou os dous teñen que ser falsos, é dicir, ten que ocorrer algún dos casos 2, 3 ou 4 da disxunción. É dicir, a negación do caso 1 da conxunción defínese mediante a exclusión do caso 1 nunha disxunción deses membros.

Desta forma defínese os 3 casos nos que unha conxunción pode ser falsa mediante unha disxunción deses dous membros na cal algún deles ou os dous sexan falsos; é dicir, non poden ser ambos verdadeiros. Isto é o que afirma a Segunda Lei de De Morgan: unha conxunción falsa pode definirse mediante a disxunción dos dous membros negados. É dicir, os casos 2,3 e 4 da conxunción defínense mediante os casos 2,3 e 4 da disxunción, ou dito ao revés: a negación do caso 1 da conxunción defínese mediante a exclusión do caso 1 da disxunción.

c) Terceira Lei de De Morgan: É a contraria da primeira Lei. Definición: Un enunciado que sexa unha disxunción pode substituírse por outro enunciado que sexa a negación dunha conxunción dos membros desa disxunción, pero negados á súa vez. A súa forma básica será:

$$\frac{p \vee q}{\neg(\neg p \wedge \neg q)}$$

Pero tamén pode aplicarse a fórmulas mais complexas. Por exemplo:

$$\frac{\neg p \vee \neg q}{\neg(p \wedge q)} \quad \text{ou ben:} \quad \frac{\neg(p \rightarrow q) \vee s}{\neg[(p \rightarrow q) \wedge \neg s]}$$

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra n unha fórmula única. Isto faremolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación, toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso da Terceira Lei de De Morgan só temos unha premisa, polo que a fórmula será: $(p \vee q) \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$. Unha vez

escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía.

p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$	$(p \vee q) \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$
	vv	v	f	f	f	v	v
v	f	v	f	v	f	v	v
f	v	v	v	f	f	v	v
f	f	f	v	v	v	f	v

↓
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso da Terceira Lei de De Morgan interveñen dúas conectivas: a conxunción e a disxunción.

A regra na súa forma básica di:

$$\frac{p \vee q}{\neg(\neg p \wedge \neg q)}$$

Como nela interveñen dúas conectivas, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera conxunción e de calquera disxunción.

	p	$\wedge$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	f	v
caso 4	f	f	f

	p	$\vee$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	v	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	f	f

Á vista das táboas de verdade da conxunción e da disxunción, e tendo en conta o que nos di a regra na súa forma básica, trátase agora de argumentar ou xustificar por qué razón a premisa da Tercera Lei de De Morgan pode substituírse pola conclusión.

O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto sabemos que a premisa $p \vee q$ ten que ser verdadeira por ser premisa: polo tanto un dos dous membros ou os dous membros da disxunción deben ser verdadeiros, é dicir, ten que ocorrer algún dos casos 1,2 ou 3 da disxunción.

Se un dos dous membros da disxunción ou os dous teñen que ser verdadeiros, isto é o mesmo que dicir que eses dous membros non poden formar unha conxunción na que os dous sexan falsos, é dicir, non pode ocorrer o caso 4 da conxunción entre eses dous membros. Desta forma defínese a disxunción verdadeira mediante a negación dunha conxunción deses dous membros na cal ambos fosen falsos. Isto é o que afirma a Terceira Lei de De Morgan: unha disxunción verdadeira pode definirse mediante a negación da conxunción dos dous membros

negados. Os casos 1, 2 e 3 da disxunción defínense mediante a negación do caso 4 da conxunción.

d) Cuarta Lei de De Morgan: Obtense negando ambos membros na forma básica da terceira lei. Definición: Un enunciado que sexa a negación dunha disxunción pode substituírse por outro enunciado que sexa a conxunción dos membros desa disxunción, pero negados á súa vez. A súa forma básica será:

$$\frac{\neg(p \vee q)}{\neg p \wedge \neg q}$$

Pero tamén pode aplicarse a fórmulas mais complexas. Por exemplo:

$$\frac{\neg(\neg p \vee \neg q)}{p \wedge q} \quad \text{ou ben:} \quad \frac{\neg[\neg p \vee \neg(r \rightarrow s)]}{p \wedge (r \rightarrow s)}$$

Demostración: Para demostrar calquera regra de inferencia o primeiro que temos que facer é escribir a regra nunha fórmula única. Isto faremolo partindo da forma básica da regra e unindo as premisas mediante a conectiva " $\wedge$ " e, a continuación, toda a fórmula resultante da unión das premisas unirase á conclusión mediante a conectiva " $\rightarrow$ ". No caso da Cuarta Lei de De Morgan só temos unha premisa, polo que a fórmula será: $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$. Unha vez escrita a regra en forma de fórmula única calcularemos a súa táboa de verdade e comprobaremos que o resultado final da táboa deberá ser unha tautoloxía.

P	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
	v	v	f	f	f	f	v
v	f	v	f	f	v	f	v
f	v	v	f	v	f	f	v
f	f	f	v	v	v	v	v

↓
Tautoloxía

Xustificación: Para xustificar unha regra de inferencia teremos que ter presente a regra na súa forma básica e tamén a táboa de verdade da conectiva ou conectivas que interveñen na regra. No caso da Cuarta Lei de De Morgan interveñen dúas conectivas: a conxunción e a disxunción.

A regra na súa forma básica di:

$$\frac{\neg(p \vee q)}{\neg p \wedge \neg q}$$

Como nela interveñen dúas conectivas, temos que ter en conta a táboa de verdade de calquera conxunción e de calquera disxunción.

	p	$\wedge$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	f	v
caso 4	f	f	f

	p	$\vee$	q
caso 1	v	v	v
caso 2	v	v	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	f	f

Á vista das táboas de verdade da conxunción e da disxunción, e tendo en conta o que nos di a regra na súa forma básica, trátase agora de argumentar ou xustificar por qué razón a premisa da Cuarta Lei de De Morgan pode substituírse pola conclusión.

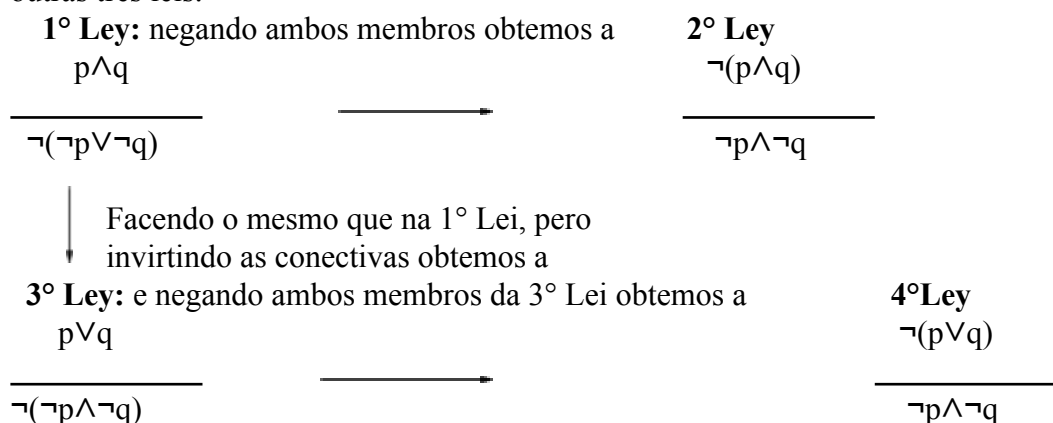
O primeiro que temos que ter en conta é que as premisas son, por definición, verdadeiras. Por tanto sabemos que a premisa $\neg(p \vee q)$ ten que ser verdadeira por ser premisa: o cal quere dicir que $p \vee q$ non pode ser verdadeira, é dicir, non se pode dar o caso 1, 2 ou 3 da disxunción; isto significa que unicamente pode ocorrer o caso no que a disxunción é falsa, é dicir, o caso 4 da disxunción: cando ambos membros son falsos.

Se unicamente pode ocorrer que a disxunción sexa falsa porque ambos membros sexan falsos, tal e como afirma negativamente a premisa $\neg(p \vee q)$, isto é o mesmo que dicir que nunha conxunción ningún dos dous membros pode ser verdadeiro, é dicir, só podemos formar con eses dous membros unha conxunción na que ambos sexan falsos. Isto só ocorre no caso 4 da conxunción.

Desta forma defínese o único caso no que unha disxunción é falsa mediante unha conxunción deses dous membros na cal necesariamente ambos son falsos. Isto é o que afirma a Cuarta Lei de De Morgan: unha disxunción falsa pode definirse mediante a conxunción dos seus dous membros negados. É dicir, o caso 4 da disxunción pode definirse mediante o caso 4 da conxunción.

Regra de memorización para as catro Leis de De Morgan

Se aprendemos cómo se constrúe a Primeira Lei de Morgan, podemos deducir fácilmente as outras tres leis.



Exercicios das Leis de De Morgan

Exercicio 164

- 1) $p \wedge r$
- 2) $\neg(\neg p \vee \neg q) \rightarrow t$
- 3) $a \vee q$
- 4) $\neg a$

$\vdash t$

Exercicio 165

- 1) $a \wedge b$
- 2) $\neg(\neg a \wedge c) \rightarrow d$
- 3) $\neg(\neg d \vee \neg b) \rightarrow p$

$\vdash p$

Exercicio 166

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $r \wedge \neg q$
- 3) $\neg(p \vee \neg r) \rightarrow s$
- 4) $\neg(\neg s \vee q) \rightarrow t$

$\vdash \neg(\neg t \wedge \neg a)$

Exercicio 167

- 1) $p \rightarrow q$
- 2) $(p \rightarrow r) \rightarrow \neg s$
- 3) $q \rightarrow r$
- 4) $\neg(s \wedge t) \rightarrow a$
- 5) $(b \vee \neg c) \rightarrow \neg a$

$\vdash c$

Exercicio 168

- 1) $(\neg p \vee q) \rightarrow r$
- 2) $\neg(s \vee r)$

$\vdash \neg q$

Exercicio 169

- 1) $\neg[\neg p \vee \neg(r \wedge s)]$

Exercicio 170

- 1) $\neg(p \wedge q)$
- 2) $\neg p \rightarrow \neg r$
- 3) $\neg q \rightarrow \neg s$
- 4) $\neg(r \wedge s) \rightarrow t$

$\vdash t$

Exercicio 171

- 1) a
- 2) b
- 3) $(c \vee d) \rightarrow \neg a$

$\vdash \neg(d \vee \neg b)$

Exercicio 172

- 1) $\neg(p \vee \neg q)$
- 2) $\neg(r \vee \neg s)$
- 3) $\neg(p \vee r) \rightarrow \neg t$

$\vdash \neg(t \vee \neg s)$

Exercicio 173

- 1) $p \wedge q$
- 2) $\neg(\neg q \vee \neg r) \rightarrow t$
- 3) $r \wedge s$
- 4) $\neg t \vee a$
- 5) $\neg(\neg a \wedge \neg b) \rightarrow c$
- 6) $\neg(\neg c \vee \neg p) \rightarrow d$

 $\vdash d$
9.1.11.- OUTRAS REGRAS DE INFERENCIA**1)REGRA DO TEOREMA DA DEDUCCIÓN**

Definición: Se supoñendo unha determinada premisa chegamos a unha determinada conclusión mediante regras de inferencia, podemos deducir unha implicación que teña por antecedente a premisa e por consecuente a conclusión.

Forma básica:

- 1) p
- 2) ...
- 3) ...
- 4) q

5) $p \rightarrow q$

Xustificación: Toda premisa é por definición verdadeira, e se mediante regras de inferencia (que preservan sempre a verdade na deducción) chegamos a unha conclusión desexada, podemos estar seguros de que esa conclusión ten que ser verdadeira. Por tanto obtemos un condicional cuxo consecuente ten que ser verdadeiro sendo o antecedente verdadeiro e polo tanto o condicional é verdadeiro (caso 1).

	p	$\rightarrow$	r
caso 1	v	v	v
caso 2	v	f	f
caso 3	f	v	v
caso 4	f	v	f

2)REGRA DA REDUCCIÓN AO ABSURDO OU PROBA INDIRECTA

Definición: Se de un conxunto de premisas e a negación da conclusión pode derivarse unha contradicción (absurdo), entón do conxunto de premisas pode derivarse lóxicamente a conclusión.

O procedemento para aplicar esta regra lóxica consiste en utilizar como premisa adicional o contradictorio da conclusión buscada. Das premisas dadas mais a premisa adicional, inténtase buscar unha contradicción calquera. Unha vez obtida a contradicción, a regra permítenos considerar como demostrada a conclusión a partir das premisas iniciais soamente.

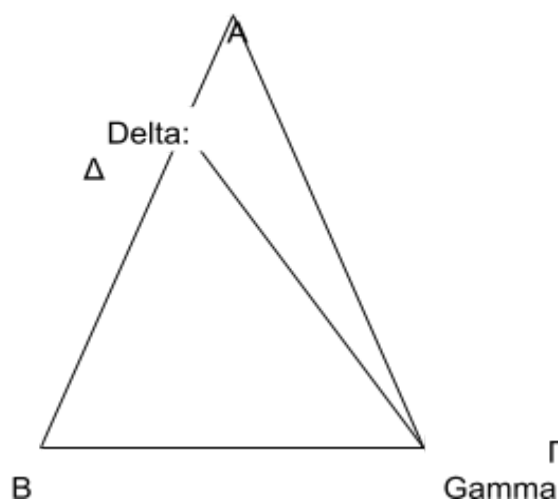
EXEMPLO 1: INTENTAMOS DEMOSTRAR A CONCLUSIÓN "e " A PARTIRES DAS SEGUINTES PREMISAS E COMEZAMOS SUPONEMOS O CONTRARIO: "NON e":

- 1) $a \rightarrow (b \wedge c)$
- 2) $(b \vee d) \rightarrow e$
- 3) $d \vee a$

-
- 4) $\neg e$
 - 5) $\neg(b \vee d)$ (Mt. 2,4)
 - 6) $\neg b \wedge \neg d$ (DM 5)
 - 7) $\neg d$ (Sim₂, 6)
 - 8) a (Tp. 3, 7)
 - 9) $b \wedge c$ (Mp. 1, 8)
 - 10) b (Sim₁,9)
 - 11) $\neg b$ (Sim₁,6)
 - 12) $b \wedge \neg b$ (Ad. 10, 11)
 - 13) e (Abs. 4-12)

EXEMPLO 2 (ABSURDO): EUCLIDES (Os Elementos, Libro I, proposición 6)

Se dous ángulos dun triángulo son iguais entre si, tamén os lados que subtenden aos ángulos iguais serán iguais entre si.



Demostración: Sexa o triángulo ABΓ que ten o ángulo ABΓ igual ao ángulo AΓB. Digo que tamén o lado AB é igual ao lado AΓ. Pois se AB non é igual a AΓ, un deles é maior.

Sexa AB o lado maior. E do lado maior AB quítese a recta ΔB igual ao lado menor AΓ e trácese ΔΓ.

Agora ben, , como ΔB é igual a AΓ e BΓ é común, tamén os dous lados ΔB, BΓ son iguais aos dous lados AΓ, ΓB, respectivamente, e o ángulo ΔBΓ é igual ao ángulo AΓB; polo tanto, a base ΔΓ é igual á base AB, e o triángulo ΔBΓ será igual ao triángulo AΓB, o menor será igual ao maior; o cal é absurdo; entón os lados AB e AΓ non son desiguais; logo son iguais.

Por conseguinte, se dous ángulos dun triángulo son iguais entre si, tamén os lados que subtenden aos ángulos iguais serán iguais entre si Q. E. D.

FORMALIZACIÓN LÓXICA DO PROBLEMA

Se dous ángulos dun triángulo son iguais entre si, tamén os lados que subtenden aos

p q
ángulos iguais serán iguais entre si.

Suposto por absurdo: supoñamos o contrario:

1.- Se os lados que subtenden aos ángulos iguais non son iguais entre si, entón un lado

r
 Non q
(AB) será maior que o outro lado (AΓ).

2.- Se o lado AB é o maior, entón del pódese quitar a recta ΔB igual ao lado menor (AΓ)

r s
 3.- Se a recta ΔB é igual ao lado menor AΓ, entón a base BΓ é común

s t
 4.- Se A recta ΔB é igual ao lado menor AΓ e a base BΓ é común, logo tamén os dous
lados ΔB, BΓ serán iguais aos dous lados AΓ, ΓB respectivamente.

5.- E se os dous lados ΔB, BΓ son iguais aos dous lados AΓ, ΓB respectivamente,

u
 entón a base ΔΓ é igual á base AB.

v q
 6.- Pero se a base ΔΓ é igual á base AB, entón os lados que subtenden aos ángulos
iguais son iguais entre si.

RESOLUCIÓN DO PROBLEMA

$\vdash p \rightarrow q$

1) $\neg q \rightarrow r$

2) $r \rightarrow s$

3) $s \rightarrow t$

4) $(s \wedge t) \rightarrow u$

5) $u \rightarrow v$

6) $v \rightarrow q$

7) $\neg (p \rightarrow q)$ (suposto por absurdo)

8) $p \wedge \neg q$ (FI, 7)

9) $\neg q$ (Sim 8)

10) R (Mp. 1,9)

11) S (Mp. 2,10)

12) t (Mp. 3,11)

13) $s \wedge t$ (AD. 11, 12)

- 14) u (Mp. 4, 13)
- 15) v (Mp. 5, 14)
- 16) q (Mp. 6, 15)
- 17) $q \wedge \neg q$ (AD. 16,9)
- 18) $p \rightarrow q$ (Abs. 7-17)

3) REGRA DA ELIMINACIÓN DA DISXUNCIÓN " POR CASOS "

Definición: Dada unha disxunción, se, por unha banda, suponemos un dos seus membros e mediante regras chegamos a un determinado resultado, e, por outra banda, suponemos o outro membro da disxunción e chegamos ao mesmo determinado resultado, a disxunción elimínase e queda substituída por ese determinado resultado.

Forma básica:

- | | |
|--|---|
| <div style="border-left: 1px solid black; height: 100px; margin-left: 5px;"></div> | <ul style="list-style-type: none"> 1) $p \vee q$ 2) p 3) ... 4) ... 5) r |
| <div style="border-left: 1px solid black; height: 100px; margin-left: 5px;"></div> | <ul style="list-style-type: none"> 6) q 7) ... 8) ... 9) r 10) r (Cas. 1, 2-5, 6-9) |

EXEMPLO 1 (CASOS E ABSURDO): TEXTO DE ARISTÓTELES SOBRE PARMÉNIDES

(TEXTO 4)

"Tócanos agora dicir que só desta maneira pode darse solución ás dificultades que suscitan os atigos.

En efecto, os filósofos primitivos, ao buscar a verdade e a natureza dos seres, equivocáronse, como arrastrados pola falta de experiencia cara a un camino distinto do verdadeiro. **Afirman que ningunha das cousas que existen se produce ou more, posto que é necesario que o que se produce ou se fai, se faga ou ben a partir do ser ou ben a partir do non-ser; agora ben, non se fai nin se produce, por existir xa; e da nada non pode proceder nin facerse nada**, porque é necesaria a presenza dun suxeito en todo facerse....

Nosoutros, en troques, e aínda eles mesmos, dicimos certamente que nada se produce absolutamente a partir do non-ser, pero que, con todo, algo si se produce accidentalmente do non-ser: en efecto a partir da privación prodúcese ou ven a ser algún ser, e a privación é en si mesma un non-ser, ao non existir en aquilo que ven a ser ou se fai. Pero todo isto é sobrado motivo de admiración, e desta maneira parece imposible que se produza algunha cousa a partir do non-ser...

O único modo, por conseguinte, de dar unha solución á dificultade é este. Outro, á súa vez, é o seguinte: que unhas mesmas cousas poden afirmarse segundo a súa potencia e segundo o seu acto". (Aristóteles, *Física I*, 8)

SIMPLIFICACIÓN DO PROBLEMA: (só da parte do texto en negrita que se refire a Parménides):

Resultado: O ser é eterno (ningún ser se produce ou more)

q

1) O ser existe

p

2) Se non é eterno, entón comeza (prodúcese ou se fai)

$\neg q \quad r$

3) Se comeza, entón ven do ser ou ven do non-ser

$r \quad s \quad \neg s$

4) Se ven do ser, entón non comeza (porque xa é)

$s \quad \neg r$

5) Se ven do non-ser, entón non existe

$\neg s \quad \neg p$

1) p

2) $\neg q \rightarrow r$

3) $r \rightarrow (s \vee \neg s)$

4) $s \rightarrow \neg r$

5) $\neg s \rightarrow \neg p$

6) $\neg q$ (suposto 1)

7) r

8) $s \vee \neg s$

9) s (suposto 2)

10) $\neg r$

11) $r \wedge \neg r$ (Conx. 8, 11, fin do suposto 2)

12) $\neg s$ (suposto 3)

13) $\neg p$

14) $p \wedge \neg p$ (Conx. 1, 14)

15) $r \wedge \neg r$ (Ex contradicione quodlibet, Fin do suposto 3)

16) $r \wedge \neg r$ (elim.. disxunción 10, 11-13 14-17)

17) q (reducc. Absurdo)

4) REGRA DA FALSIDADE DO IMPLICADOR

Definición: Se temos como premisa ou conclusión a negación dun implicador, podemos concluir a afirmación do antecedente dese condicional por unha banda, e/ou a negación do conseqüente por outra banda.

Forma básica:

1) $\neg (p \rightarrow q)$

2) p (FI., 1)

3) $\neg q$ (FI., 1)

Xustificación: Negar un condicional é o mesmo que dicir que, sendo o seu antecedente verdadeiro, en troques o conseqüente é falso (caso 2). Pero se isto é certo (verdadeiro), entón podemos afirmar que neste caso (caso 2) o antecedente ten que ser verdadeiro e/ou que o conseqüente ten que ser falso.

	p	$\rightarrow$	r	$\neg (p \rightarrow q)$
caso 1	v	v	v	f
caso 2	v	f	f	v
caso 3	f	v	v	f
caso 4	f	v	f	f

EXERCICIO (falsidade do implicador e absurdo) ARQUÍMEDES I

- 1) $p \wedge \neg q$
- 2) $\neg q \rightarrow r$
- 3) $r \rightarrow (s \wedge t)$
- 4) $(s \wedge t) \rightarrow u$
- 5) $u \rightarrow \neg p$

$\overline{\vdash p \rightarrow q}$

5) REGRA: EX CONTRADICTIONE QUODLIBET

Definición: esta expresión latina significa que a partir de dunha contradicción podemos deducir calquera cousa que nos interese. Se a partir de certas premisas ou conclusións obtemos unha contradicción, a regra permite deducir calquera fórmula.

Forma básica:

- 1) $p \wedge \neg p$
- 2) r (ECQ 1)

Xustificación: Se razoando con regras lóxicas obtemos unha contradicción, isto significa que as premisas das que partimos non poden ser todas verdadeiras, por iso podo afirmar calquera fórmula para utilizar outra regra que me permita obter unha conclusión que non sexa contradictoria.

EXEMPLO : ARQUÍMEDES II

FORMALIZACIÓN E RESOLUCIÓN DO PROBLEMA (Arquímedes II) (absurdo, falsidade do implicador, casos, ex contradictione quodlibet)

- 1) $\neg (r \wedge s) \rightarrow (t \vee u)$
- 2) $t \rightarrow v$
- 3) $x \wedge y$
- 4) $(x \wedge y) \rightarrow \neg v$
- 5) $u \rightarrow a$
- 6) $b \wedge c$
- 7) $(b \wedge c) \rightarrow \neg a$

8) $\neg [(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)]$ (susposto 1 Abs.)

9) $(p \wedge q) \wedge \neg (r \wedge s)$ (falsidade do implicador, 8)

- 10) $\neg (r \wedge s)$ (Simp_{2,9})
- 11) $t \vee u$ (Mp 1,10)
- 12) t (suposto 2 cas. 11)
- 13) v (Mp. 2,12)
- 14) $\neg v$ (Mp. 3,4)
- 15) $v \wedge \neg v$ (Conj. 13,14) cerro suposto 2
- 16) u (suposto 3, cas. 11)
- 17) a (Mp 5,16)
- 18) $\neg a$ (Mp. 6,7)
- 19) $a \wedge \neg a$ (Conx. 17,18)
- 20) $v \wedge \neg v$ (Ex contradictione quodlibet en 19) (cerro suposto3)
- 21) $v \wedge \neg v$ (E. C. 12-15, 16-20 cas.)
- 22) $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)$ (Abs. 8-21 quod erat demonstrandum)

6) REGRA DA CONMUTABILIDADE DA CONXUNCIÓN

1) $p \wedge q$

2) $q \wedge p$

7) REGRA DA CONMUTABILIDADE DA DISXUNCIÓN

1) $p \vee q$

2) $q \vee p$

8) REGRA DA CONTRAPOSICIÓN DO CONDICIONAL

1) $p \rightarrow q$

2) $\neg q \rightarrow \neg p$

9) REGRA DA IMPORTACIÓN

1) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

2) $(p \wedge q) \rightarrow r$

10) REGRA DA EXPORTACIÓN

1) $(p \wedge q) \rightarrow r$

2) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

11) REGRA DA DOBRE NEGACIÓN

1) $\neg \neg p$

1) p

2) p

2) $\neg \neg p$

13) REGRA DO SILOXISMO DESTRUCTIVO

1) $\neg p \vee \neg q$

2) $r \rightarrow p$

3) $s \rightarrow q$

4) $\neg r \vee \neg s$

14.- EJERCICIOS DE REFORZO (ATA O TOLLEND PONENS)

- 1.- Dase como primeira premisa o enunciado $p \rightarrow q$, e como segunda premisa o enunciado $\neg p$.
¿Podemos obter delas algunha conclusión?
- 2.- Se $p \rightarrow (q \vee r)$ e $\neg q \vee r$ son dúas premisas dadas, ¿cabería deducir delas algunha conclusión?
- 3.- Supoñamos as premisas p , por un lado, e $\neg p \vee \neg q$, por outro. ¿Qué regra de inferencia pode aplicarse sobre elas e qué conclusión deduciríamos?
- 4.- Se unha premisa é un condicional e outra a afirmación do seu consecuente, ¿podemos obter algunha conclusión válida?
- 5.- Supoñamos que $\neg(p \wedge q)$ é o consecuente dunha premisa. Supoñamos ademais que noutra premisa se afirma o antecedente da anterior. ¿Cál sería a conclusión que poderíamos obter?
- 6.- ¿Cal sería a xustificación do Tollendo Ponens?
- 7.- ¿A qué se lle chama unha tautoloxía?
- 8.- Se as premisas dadas son $\neg p \rightarrow \neg q$, por un lado, e q , por outro, e a conclusión deducida é p
¿podemos formar con estes datos unha tautoloxía? ¿cómo?
- 9.- ¿Qué entendemos polas expresións "afirmar o consecuente" e "afirmar o outro membro da disxunción"?
- 10.- Se $a \leftrightarrow b$ é un membro dunha disxunción e $\neg(b \leftrightarrow c)$ é outro membro desa disxunción; e logo se nos di que $\neg(a \leftrightarrow b)$, ¿Qué conclusión poderíamos obter?
- 11) Se p é unha premisa e $(a \rightarrow b) \vee c$ é o antecedente de $\neg p$, ¿Qué conclusión obteríamos?

15.- EJERCICIOS DE REFORZO (ATA O BICONDICIONAL)

- 1.- ¿Por qué motivo sobre unha premisa como $\neg(p \wedge q)$ non podemos aplicar a regra da simplificación?
- 2.- Se $\neg p \vee q$ é unha premisa dada ¿sería correcto concluír a partir dela q ?
- 3.- ¿Por qué é correcto que dado p como premisa se poda concluír, por exemplo, $p \vee r$?
- 4.- ¿Por qué motivo a regra da Adxunción pode aplicarse soamente co termo de enlace conxuntivo?
- 5.- ¿Qué circunstancia ten que darse para que dadas dúas premisas condicionais poda aplicarse sobre elas o Siloxismo Hipotético?

6.- Se me ofrecen as seguintes premisas: 1) a ; 2) $a \rightarrow c$; 3) $b \rightarrow d$. ¿De qué maneira podo chegar á conclusión $c \vee d$?

7.- Un problema de inferencia consta de dúas premisas, unha delas é $\neg(p \wedge q) \rightarrow \neg r$. Pídesenos deducir q . ¿Cál sería a premisa que falta e a partir dela qué pasos teríamos que dar?

8.- Dadas as premisas $a \wedge b$ e $(a \vee c) \rightarrow d$. ¿De qué maneira poderíamos concluír con d ?

9.- Se $a \vee b$ é unha conclusión obtida aplicando o Siloxismo Disxuntivo, ¿De qué forma tiveron que darse a e b en premisas anteriores?

10.- Se $a \vee b$ é unha conclusión obtida aplicando a Lei da Adición, ¿Qué dúas situacións posibles se tiveron que dar con anterioridade?

II.- LÓXICA DE PREDICADOS OU ARISTOTÉLICA

1.- O SILOXISMO

Ata agora temos estudado a lóxica de enunciados que trataba da parte da liguaxe enunciativa fronte a outros usos como o interrogativo e o exclamativo. Os enunciados eran frases afirmativas completas que se substituían mediante letras empezando pola p .

Aristóteles, en troques, non se interesou por enunciados completos senón polo que dentro dun enunciado se predica do suxeito. Por iso chamamos a esta parte da lóxica, lóxica de predicados. Non se trata agora de analizar como se conectan enunciados completos, senón das relacións de inclusión ou exclusión que existen entre predicados de varios enunciados cando teñen un termo en común chamado "termo medio".

Aristóteles estudou o razonamento deductivo atendendo á extensión dos predicados que usamos nos enunciados. Un razoamento deductivo a partires dos predicados denominouno Aristóteles "siloxismo". Un siloxismo é, pois, un razoamento formado por dúas premisas e unha conclusión que se encontra incluída nos predicados das premisas.

Por conseguinte, un siloxismo consta sempre de tres enunciados, dous dos cales son premisas e un que é unha conclusión que está incluída nas premisas. O siloxismo consta sempre dos seguintes elementos:

Premisa maior (contén o termo maior)

Premisa menor (contén o termo menor)

Conclusión (o termo menor é o suxeito e o termo maior é o predicado)

a) **Premisa maior**: é aquela que contén o "**termo maior**" que abarca mais que todos os demais. O "termo maior" é sempre o predicado da conclusión.

b) **Premisa menor**: É aquela que contén o "**termo menor**" que é o menos abaricante de todos. O "termo menor" é sempre o suxeito da conclusión.

c) **Termo medio**: é o termo que enlaza a premisa maior coa menor; ou dito de outro modo: o termo que enlaza o "termo maior" co "termo menor".

En resume: Todo siloxismo consta de tres enunciados, cada un deles cun suxeito e un predicado, de tal maneira que a premisa maior e a premisa menor deben conter o mesmo "termo medio" que pode funcionar como suxeito ou como predicado nas premisas. Por conseguinte, en total en todo siloxismo debe haber tres termos: O termo menor é sempre

suxeito da conclusión e, ademais, debe aparecer como suxeito ou predicado de algunha premisa; o termo maior é sempre o predicado da conclusión e, ademais, debe aparecer tamén como suxeito ou predicado de algunha das premisas; e o termo medio só pode aparecer nas premisas (non na conclusión) ben como suxeito ou ben como predicado.

Por tanto, de entrada soamente podemos saber como estarán colocados os "termos" menor (suxeito da conclusión) e o "temo maior" (predicado da conclusión) na conclusión, cuxo suxeito e predicado deben aparecer da seguinte forma:

Primeira premisa
Segunda premisa

S - P

Sabemos tamén que nas premisas teñen que aparecer "S" e "P" xunto co "termo medio" "M" que debe aparecer unha vez en cada premisa. Pero existen moitas posibles combinacións entre o temo maior, o termo menor e o termo medio nas premisas; anque non todas as combinacións posibles constitúen un siloxismo válido. Aristóteles e os lóxicos medievais estudaron detalladamente todas estas posibilidades de combinar termo maior, menor e medio nas premisas. E a cada unha destas combinacións válidas déronlle o nome de "figuras do siloxismo".

2.- FIGURAS DO SILOXISMO

Son as distintas figuras que presenta un siloxismo correcto dependendo onde vaia colocado o "termo medio" ("M"). En total existen catro figuras do siloxismo:

Primeira Figura	Segunda Figura	Terceira Figura	Cuarta Figura
M - P	P - M	M - P	P - M
S - M	S - M	M - S	M - S
S - P	S - P	S - P	S - P

Para saber cál é a figura dun siloxismo comezamos sempre pola conclusión e denominamos "S" ao suxeito da conclusión e "P" ao predicado da conclusión. A continuación buscamos nas premisas onde se repite o mesmo suxeto e o mesmo predicado. Finalmente deben sobrarnos dous termos que son idénticos: ambos son o "temo medio".

Por exemplo:

Algún sabio non é rico
M P
Todo sabio é hombre
M S

Este siloxismo pertence á 3º Figura

Algún home é rico
S P

Outro exemplo:

Todo home é mortal
M P
Xoán é home
S M

Este siloxismo pertence á 1º Figura.

Xoán é mortal

3.- MODOS DUN SILOXISMO

Depende de se as premisas e a conclusión son universais ou particulares e afirmativas ou negativas.

- a) **Calidade dos enunciados:** As premisas e a conclusión poden ser **afirmativas** ou **negativas** segundo a súa calidade.
- b) **Cantidade dos enunciados:** As premisas e a conclusión poden ser **universais** (cando comeza por "todo-a/s....."), ou ben poden ser **particulares** (cando comezan por "Algún-ha/s.....").

Por tanto, nun siloxismo haberá unha determinada combinación de enunciados afirmativos ou negativos e universais ou particulares. Os lóxicos medievais déronlle as seguintes iniciais ás distintas clases de enunciados:

A: Universal afirmativa (por exemplo: Todos os homes son mortais)

E: Universal negativa (por exemplo: Ningún can pensa)

I: Particular afirmativa (por exemplo: Algún home é filósofo)

O: Particular negativa (por exemplo : Algún homee non é xusto)

A primeira e a terceira conteñen as letras "A" e "I" que resultan de abreviar a expresión latina "afirmo"; por tanto ambas son afirmativas, anque a primeira é universal e a terceira é particular. A segunda e a cuarta conteñen as letras "E" e "O" porque resultan de abreviar a expresión latina "nego"; polo tanto, ambas son negativas, anque a segunda é universal e a cuarta é particular.

Para averiguar o modo dun siloxismo, temos que darlle unha destas abreviaturas a cada un dos enunciados que forman o siloxismo. De isto resultará unha combinación de tres letras e esta combinación chámase modo do siloxismo.

Por exemplo:

Algún sabio non é rico → **O**
 M P

Este é un siloxismo pertencente á 3º Figura

Todo sabio é home → **A**
 M S

O modo deste siloxismo é: **OA O**

Algún home non é rico → **O**
 S P

Os modos do siloxismo dedúcense das posibles combinacións entre os 4 tipos de proposicións (AEIO) coas 3 proposicións de cada siloxismo en cada unha das catro figuras. Así pois as combinacións posibles serán: como cada figura combina os 4 tipos de proposicións (AEIO) en 3 proposicións que son as que contén cada siloxismo, resultará que en cada figura poden darse $4^3=64$ posibles combinacións dos tipos de proposicións (AEIO). Pero como existen 4 figuras, as posibles combinacións dos 4 tipos de proposicións nas 4 figuras serán $64 \times 4 = 256$.

A maioría destes modos pechan contra as regras da correcta dedución no siloxismo. Así unicamente existen 24 combinacións que son correctas. E como 4 delas interesan moi pouco porque extraen unha conclusión particular de premisas que autorizan unha universal, por iso os lóxicos medievais conservaron soamente 19 modos relevantes: 4 para a primeira figura, 4

para a segunda figura, 6 para a terceira e 5 para a cuarta. Por conseguinte as figuras correctas do siloxismo son as seguintes:

1º Figura: AAA, EAE, AII, EIO.

2º Figura: EAE, AEE, EIO, AOO.

3º Figura: AAI, EAO, IAI, AII, OAO, EIO.

4º Figura: AAI, AEE, IAI, EAO, EIO.

Para recordar estas combinacións de vocais, os medievais usaron palabras cuxas vocais conteñen cada un destes modos válidos. Son as seguintes:

1º Figura: Barbara, Celarent, Darii, Ferio.

2º Figura: Cesare, Camestres, Festino, Baroco.

3º Figura: Darapti, Felapton, Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison.

4º Figura: Bamalip, Camenes, Dimatis, Fesapo, Fresison.

Ferio (ferir, golpear)(de maneira bárbara a arpía Celeno feriu a Darío rei dos persas)

Festino (apresurarse)

Datisi (Datis, Xeneral persa vencido por Milciádates)

Camenes (Camenas: ninfas de cantos proféticos identificadas coas musas; canto, poema)

4.- REGRAS DO SILOXISMO

Non todos os siloxismos son correctos, é dicir, ás veces é ilexítimo extraer a conclusión a partires das premisas. Cando un siloxismo é incorrecto dícese que é un "**sofisma**". Un siloxismo pode ser falso por varias causas. Así os lóxicos estudaron as regras que deben cumprir os siloxismos para que estes sexan correctos, é dicir, que a conclusión poida extraerse das premisas de modo correcto. Estas regras son de dous tipos: as primeiras refírense aos termos que forman parte dos siloxismos e as segundas refírense aos enunciados:

A) REGLAS REFERENTES AOS TERMOS (as dúas primeiras referidas a todos os termos e as dúas seguintes referidas ao termo medio)

4.1.-Primeira Regra: Nun siloxismo non pode haber mais de tres termos: o menor, o maior e o medio.

Por exemplo:

Ningún animal é can

 ? P

Algún home é racional

 S ?

Algún home non é can

 S P

Neste siloxismo hai catro termos: non hai termo medio.

4.2.- Segunda Regra: Os termos maior e menor que compoñen o siloxismo non poden ter maior extensión na conclusión que nas premisas. Por exemplo: gasterópodos: moluscos co pé carnoso co que se arrastran (teñen un "pé-estómago")

Todos os gasterópodos son ovíparos

M	P	
Algúns <u>gasterópodos</u> non son <u>animais comestibles</u>		Falso
M	S	

S	P
---	---

Este siloxismo non é correcto porque o termo maior "ovíparos" ten maior extensión na conclusión que na premisa maior. Na premisa maior "ovíparos" refírese unicamente ao conxunto de "todos os gasterópodos". Pero na conclusión considérase a todo o conxunto dos "ovíparos" e exclúese deste conxunto total dos ovíparos a algúns animais. Por tanto na premisa maior o termo "ovíparos" non está tomado en toda a súa extensión, pero na conclusión si o está. Anque sexa certo o que di a conclusión tomada por si mesma, o razoamento que expresa o siloxismo non é válido porque tal conclusión non pode extraerse das premisas.

Outro exemplo:

M	P
---	---

Algún <u>peixe</u> non é <u>ovíparo</u> (por exemplo a balea)	
M	S

S	P
---	---

Tamén neste siloxismo o termo maior "animal" ten maior extensión na conclusión que na premisa maior. Na premisa maior "animal" refírese ao subconxunto dos peixes. Pero na conclusión o concepto "animal" está tomado en toda a súa extensión.

Observación: a) O predicado dun enunciado afirmativo é sempre particular: exemplo: Todos os homes son mortais. "Mortal" aquí non está tomado en toda a súa extensión, pois non se refire a todo ser que é mortal, senón soamente a un subconxunto dos mortais: os homes.

b) O predicado dun enunciado negativo é sempre universal. Exemplo: Ningún home é volátil. Aquí "volátil" está tomado en toda a súa extensión e de todas as cousas que son volátiles exclúese a todos os homes.

4.3.- Nun siloxismo o termo medio tense que tomar en toda a súa extensión ao menos nunha das premisas. Por exemplo:

P	M
---	---

S	M
---	---

S	P
---	---

Este razonamento non é un siloxismo, senón un sofisma. Nel o termo medio "europeo" non está tomado en toda a súa extensión en ningunha das dúas premisas. Na primeira "europeo" non se refire á totalidade do conxunto dos europeos, senón ao subconxunto dos españois. Na segunda premisa "europeo" tampouco se refire ao conxunto total dos europeos, senón ao subconxunto dos eslavos que son europeos.

4.4.-Cuarta Regra: Nun siloxismo o termo medio nunca debe entrar na conclusión.

B) REGLAS REFERENTES AOS ENUNCIADOS

4.5.- Quinta Regra: Dúas premisas afirmativas non poden dar unha conclusión negativa

4.6.- Sexta Regra: Dúas premisas negativas non permiten obter ningunha conclusión.

4.7.- Séptima Regra: Dúas premisas particulares non permiten obter ningunha conclusión.

4.8.- Oitava Regra: A conclusión segue sempre a peor parte:

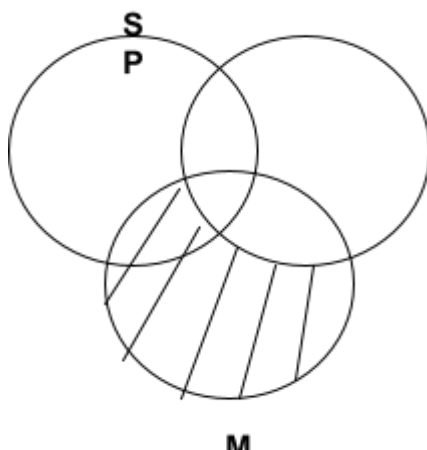
- a) Se unha premisa é particular, a conclusión tamén o será.
- b) Se unha premisa é negativa, a conclusión tamén o será.

5.- DIAGRAMAS DE VENN: MÉTODO PARA COMPROBAR SE UN SILOXISMO É CORRECTO OU É UN SOFISMA.

Para comprobar se un siloxismo é correcto debemos seguir os seguintes pasos:

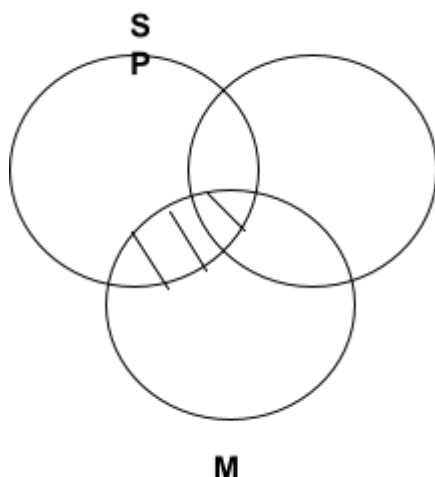
- 1) Simbolízanse os tres enunciados: dúas premisas e unha conclusión. Isto faise substituíndo os termos polas letras S, P e M.
- 2) Logo débúxanse tres círculos intersecados cada un dos cales representa a extensión que ten cada un dos tres termos do siloxismo. Acordaremos que os dous círculos superiores sempre representen, o primeiro ao termo menor ou suxeito (S) da conclusión e o segundo círculo represente ao termo maior ou predicado da conclusión. Reservaremos o círculo inferior para representar o termo medio.
- 3) Comézase representando as premisas. Se unha delas é universal e a outra particular, comezaremos sempre pola universal. Para representar unha premisa teremos en conta unicamente os dous círculos que representan os dous termos dos que consta esa premisa. Caben dúas posibilidades: a) se a premisa é universal a representación nos diagramas de Venn consistirá en eliminar "raíndoa" aquela parte de ambos círculos que o enunciado nos di que carece de elementos. b) Se a premisa é particular representarémola mediante unha "X" situada naquela parte de ambos círculos na que o enunciado nos di que debe haber "algún elemento" (isto é: ao menos un elemento). Repetiremos a mesma operación coas dúas premisas. Unha vez representadas, trátase agora de comprobar se o que nos di a conclusión quedou representado ou non. Por tanto a conclusión non se representa, senón que nos limitaremos a verificar se se cumpre o que di, unha vez representadas as premisas.
- 4) Comprobación: Se a conclusión quedou representada, o siloxismo é válido; e se non quedou representada díse que o siloxismo é inválido ou que é un "sofisma".

Vexamos algún exemplo de cómo debemos representar as premisas: O raiado indica a falta de elementos ou membros dese conxunto ou parte do conxunto. A "X" indica a existencia de ao menos un elemento nese conxunto ou parte do conxunto. O branco significa a falta de información de se existen ou non individuos.

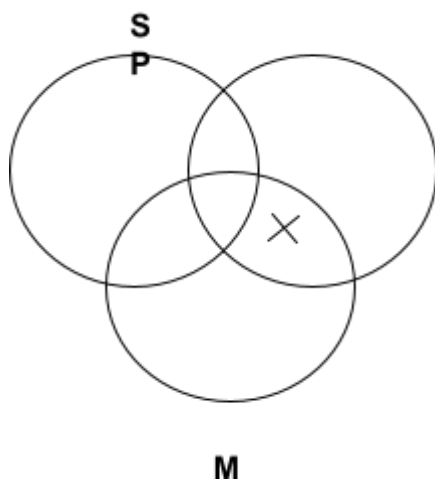


Exemplo 1: Se queremos representar a premisa universal afirmativa (A), como por exemplo "todos os M son P", teremos en conta unicamente os círculos P e M e non teremos en conta o círculo S. Como a premisa me di que todos os elementos que haxa de M teñen que pertencer a P, raiaremos aquela parte do círculo dos M que non sexan P

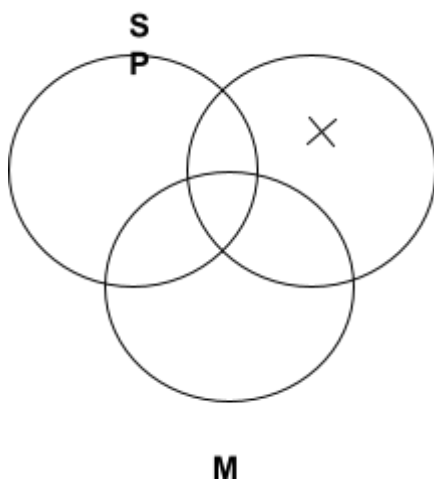
para indicar que nesta parte do círculo M non hai elementos. Observa o diagrama de Venn.



Exemplo 2: Se queremos representar unha premisa universal negativa (E), como por exemplo "Ningún M é S", teremos en conta unicamente os círculos M e S e non teremos en conta o círculo P. Como a premisa nos di que ningún dos elementos do círculo M pertence ao conxunto dos S, raiaremos a intersección de ambos círculos para indicar que nela non hai elementos que pertencen a ambos.



Exemplo 3: Se queremos representar unha premisa particular afirmativa (I), como por exemplo, "Algún M é P", teremos en conta únicamente os círculos M e P e non teremos en conta o círculo S. Como a premisa me di que hai algún elemento de M (ao menos un) que tamén pertence ao conxunto P, marcaremos cunha X a intersección entre os círculos M e P, tal e como aparece nos Diagramas de Venn.



Exemplo 4: Se queremos representar unha premisa particular negativa (O), como por exemplo "Algún P non é S", teremos en conta unicamente os círculos P e S e non teremos en conta o círculo M. Como a premisa nos di que existe algún elemento do conxunto P (ao menos un) que non pertence ao conxunto dos S, marcaremos cunha X a parte de P que non pertence a S, tal e como se mostra no Diagrama de Venn.

6.- EXERCICIOS:

Sinala a figura e o modo dos seguintes siloxismos e comproba mediante o método de Diagramas de Venn si son correctos ou son sofismas; e si son inválidos razoa por qué.

**6.1.- Algún sabio non é rico
Todo sabio é home**

Algún home non é rico

**6.2.- Algúns espanois son novelistas
Todos os españois son europeos**

Algúns novelistas son europeos

**6.3.- Ningún paquidermo é roedor
Todo elefante é paquidermo**

Ningún elefante é roedor

**6.4.- Ningún animal é can
Algún home é racional**

Algún home non é can

**6.5.- Ningún xuíz é mentireiro
Todos os bos actores son mentireiros**

Ningún xuíz é bo actor

**6.6.- Ningún home é ave
Algún animal é home**

Algún animal non é ave

**6.7.- Ningún fumador é bo deportista
Algúns nadadores son fumadores**

Algúns nadadores non son bos deportistas

**6.8.- Todos os enxeñeiros son matemáticos
Algúns electricistas son enxeñeiros**

Algúns electricistas son matemáticos

**6.9.- Todos os roedores son mamíferos
Todos os ratos son roedores**

Todos os ratos son mamíferos

**6.10.- Ningún peixe é mamífero
Todos os cans son mamíferos**

Ningún peixe é can

**6.11.- Todas as ambulancias son automóviles
Todos os automóviles son vehículos**

Todas as ambulancias son vehículos

**6.12.- Todos os realistas son monárquicos
Ningún demócrata é realista** (realista: persona pertencente á realeza)

Ningún demócrata é monárquico (monárquico: partidario da monarquía)

**6.13.- Ningún obrero é activo
Ningún abogado é obrero**

Todo abogado é activo

**6.14.- Todos os uruguaio son humanos
Algúns humanos son abogados**

Ningún abogado é uruguaio

**6.15.- Todos os sabios son despistados
Todos os sabios son estudosos**

Todos os estudosos son despistados

**6.16.- Ningún árabe é israelí
Todo palestino é árabe**

Ningún palestino é israelí

**6.17.- Ningún oficial é pacifista
Os insumisos son pacifistas**

Ningún insumiso é oficial

**6.18.- Algunhas serpes son venenosas
Todas as serpes son reptís**

Algúns reptís son venenosos

**6.19.- Algún europeo é bretón
Todo normando é europeo**

Algún bretón é normando