

Nombre y apellidos:

Curso:

Grupo:

N.º:

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de tizas y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios. En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	TOTAL	NOTA
Puntos	1,5	1,5	1,5	2,0	2,0	9	10
Nota							

1. Calcula el siguiente límite :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{3\sqrt{x+5} - 9} \stackrel{0/0}{=} \text{INDI} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^2 - 16)(3\sqrt{x+5} + 9)}{(3\sqrt{x+5} - 9)(3\sqrt{x+5} + 9)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^2 - 16)(3\sqrt{x+5} + 9)}{9(x+5) - 81}$$

$$\stackrel{0/5}{=} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+4)(x-4)(3\sqrt{x+5} + 9)}{9x - 36} \stackrel{0/5}{=} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+4)(x-4)(3\sqrt{x+5} + 9)}{9(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+4)(3\sqrt{x+5} + 9)}{9}$$

$$\stackrel{1/25}{=} \frac{8 \cdot 18}{9} = 16$$

No poner  $\lim_{x \rightarrow 4} -0/5$

2. Deriva las siguientes funciones:

a)  $f(x) = x^4 e^{\cos x}$

$$f'(x) = (x^4 e^{\cos x})' = (x^4)' e^{\cos x} + x^4 (e^{\cos x})'$$

$$= 4x^3 e^{\cos x} + x^4 e^{\cos x} (-\sin x)$$

b)  $g(x) = \sqrt[5]{\frac{x-2}{x}}$

$$g'(x) = \left[ \left( \frac{x-2}{x} \right)^{1/5} \right]' = \frac{1}{5} \left( \frac{x-2}{x} \right)^{1/5 - 1} \left( \frac{x-2}{x} \right)'$$

$$= \frac{1}{5} \left( \frac{x-2}{x} \right)^{-4/5} \frac{1 \cdot x - (x-2) \cdot 1}{x^2} = \frac{1}{5} \left( \frac{x}{x-2} \right)^{4/5} \frac{2}{x^2}$$

$$= \frac{2}{5x^2} \sqrt[5]{\left( \frac{x}{x-2} \right)^4}$$

3. Determina la ecuación de la recta normal a la función  $f(x) = \frac{3x+2}{x}$  en el punto  $x = 1$ . ¿Qué ángulo forma con el eje OX?

$N: y - f(1) = -\frac{1}{f'(1)} (x - 1)$  0,75

$f(1) = 5$

$f'(x) = \frac{3 \cdot x - (3x+2) \cdot 1}{x^2} = \frac{3x - 3x - 2}{x^2} = \frac{-2}{x^2}$  0,5 0,75  
 $f'(1) = -2$

Luego  $N: y - 5 = \frac{1}{2} (x - 1)$  1

Ángulo  $\tan \alpha = m \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \alpha \approx 26^\circ 33' 54''$  1,5

4. Un modelo estima el número acumulado de seguidores (en miles) que obtiene un youtuber durante los dos primeros años tras abrir su canal mediante la función:

$$S(t) = -0,012t^3 + 0,3t^2 + 1,5t, \quad \text{con } t \in [0, 24]$$

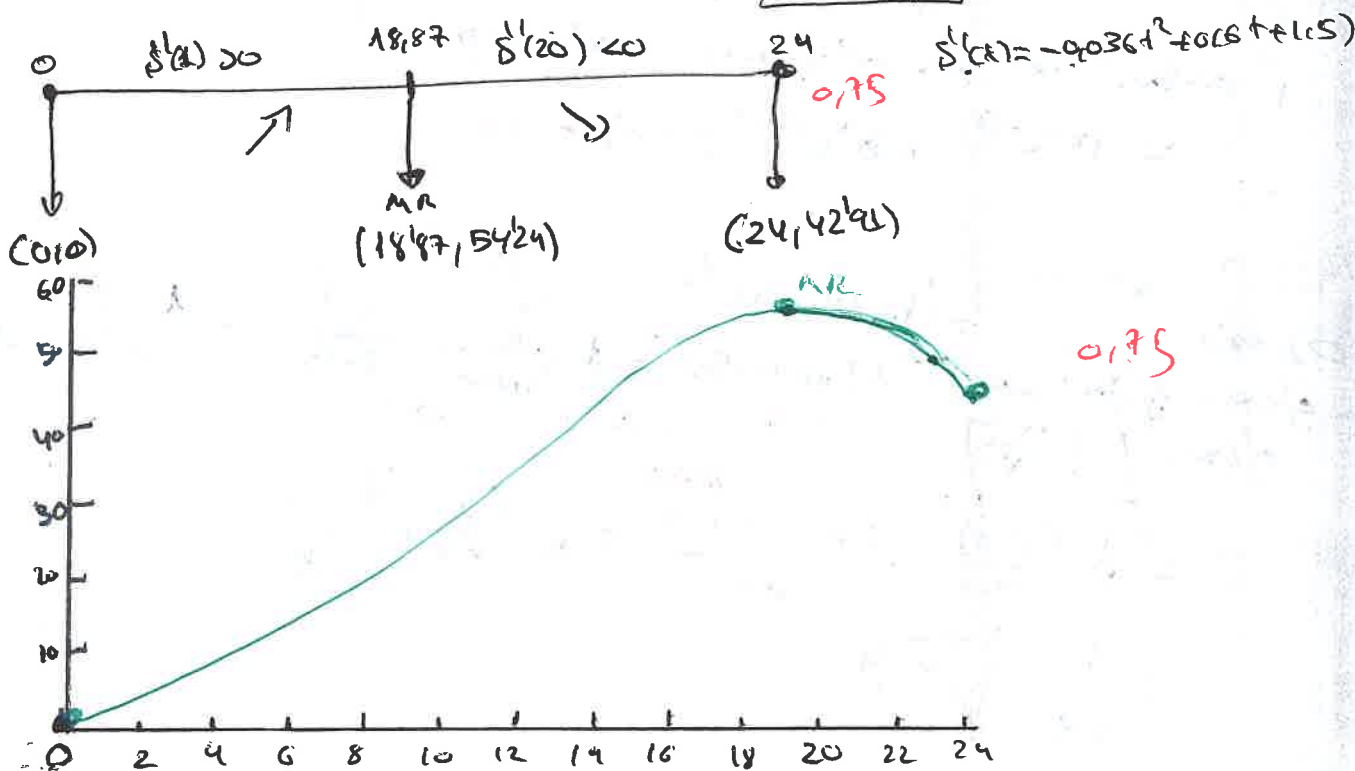
donde  $t$  es el tiempo medido en meses.

- (0,75) a) Estudia la monotonía de la función y sus extremos relativos.  
(0,75) b) Usa esta información para hacer un esbozo de la gráfica de la función.

a)  $S'(t) = -0,036t^2 + 0,6t + 1,5$

$\text{Dom } S = [0, 24]$

$S'(t) = 0 \Rightarrow -0,036t^2 + 0,6t + 1,5 = 0 \Rightarrow$  0,75  
 $t_1 \approx -2,24$  x  
 $t_2 \approx 18,87$  0,5



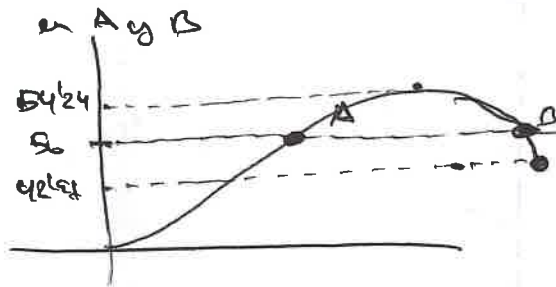
0,75

0,75 c) ¿En qué momento se alcanza el mayor número de seguidores?

A los 18'87 meses

0,5 d) ¿Cuántas veces tiene un número estimado de 50 seguidores? Razonalo graficamente.

2 veces en A y B



5. Representa graficamente la función  $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$  estudiando los siguientes puntos:

a) Dominio 0,15

b) Puntos de corte con los ejes 0,75

c) Asíntotas verticales 0,15

d) Monotonía 0,75

e) Ramas infinitas 0,75

a)  $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-2\}$

b) P. corte ejes

Eje Y ( $x=0$ )  $\Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow (0,0)$

Eje X ( $y=0$ )  $\Rightarrow \frac{x^2}{x+2} = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0,0)$

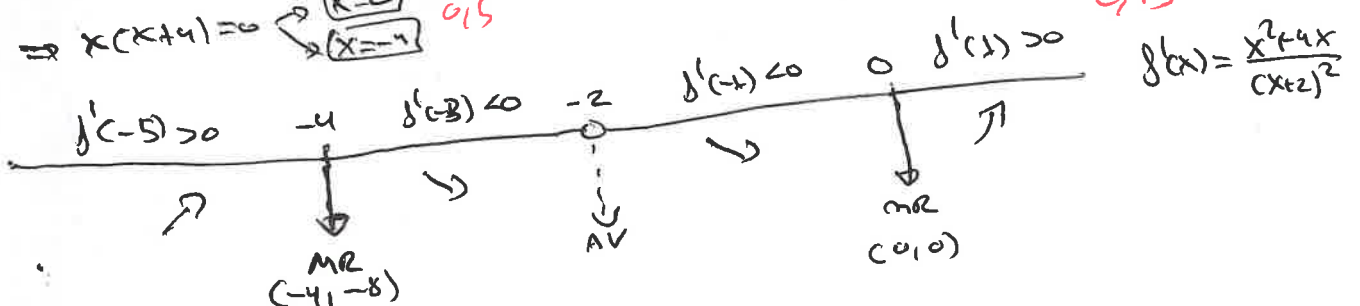
c) A. verticales

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2}{x+2} = \frac{4}{0} \Rightarrow$  Hay AV a  $x = -2$ .

d) Monotonía  $f(x) = 0$

$f'(x) = \frac{2x(x+2) - x^2 \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{2x^2 + 4x - x^2}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2} \parallel \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2} \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4x \geq 0$

$\Rightarrow x(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-4 \end{cases}$  0,15



e) Ramas infinitas

GRADO NUMERADOR  $\Rightarrow 2$   $\Rightarrow f$  tiene una asíntota oblicua  $y = mx + n$   
 GRADO DENOMINADOR  $\Rightarrow 1$  975

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x^2+2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x(x^2+2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^3+2x} = 1 \quad \text{0.5}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2+2} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + \frac{x^2-2x}{x^2+2}}{x^2+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x^2+2} = -2 \quad \text{975}$$

As:  $y = x - 2$

REPRESENTACION GRAFICA 0.5

$y = x - 2$   $\frac{x \pm 12}{y \pm 26}$

