IES ILLA DE TAMBO A **Examen matemáticas 1º bachillerato** **Fecha:** ___/__/____

Nombre y apellidos: **Curso:** **Grupo:** **N.º:**

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de típex y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios . En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	TOTAL	NOTA
Puntos	1,25	1,5	1,5	2,25	2,5	9	10
Nota							

1. Calcula el siguiente límite **sin usar fórmulas:**

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^{3x} \overset{0,5}{=} 1^{\infty} \text{ IND} \overset{0,25}{=} \lim_{x\to\infty}\left(1-1+\frac{2x+3}{2x-1}\right)^{3x} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-2x+1}{2x-1}+\frac{2x+3}{2x-1}\right)^{3x}$$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{2x-1}\right)^{3x} \overset{0,5}{=} \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{\cancel{2x-1}}{\frac{2x-1}{4}}\right)^{3x} \overset{0,25}{=} \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{2x-1}{4}}\right)^{\frac{2x-1}{4}\cdot\frac{4}{2x-1}\cdot 3x}$$

$$\overset{\Delta}{=} \lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{2x-1}{4}}\right)^{\frac{2x-1}{4}}\right]^{\frac{12x}{2x-1}} = e^{b} \overset{1,25}{=} e^{6}$$

$$b = \lim_{x\to\infty}\frac{12x}{2x-1} = \lim_{x\to\infty}\frac{12x}{2x} = 6$$

No poner $\lim_{x\to\infty}$ penaliza 0,25

2. Deriva las siguientes funciones:

a) $f(x) = (2x+3)^5 e^x$ $\quad (u\cdot v)' = u'v + uv'$

$$f'(x) \overset{0,5}{=} [(2x+3)^5]' e^x + (2x+3)^5 (e^x)' \overset{0,75}{=} [5(2x+3)^4 2] e^x + (2x+3)^5 e^x$$

$$= 10(2x+3)^4 e^x + (2x+3)^5 e^x$$

b) $g(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{x+3}} = \left(\dfrac{x+2}{x+3}\right)^{1/2}$ $\quad (u^n)' = n u^{n-1} u'$

$$g'(x) \overset{0,5}{=} \frac{1}{2}\left(\frac{x+2}{x+3}\right)^{-1/2}\left(\frac{x+2}{x+3}\right)' \overset{0,75}{=} \frac{1}{2}\left(\frac{x+3}{x+2}\right)^{1/2}\frac{1\cdot(x+3)-(x+2)\cdot 1}{(x+3)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x+3}{x+2}}\,\frac{1}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{1}{2(x+3)^2}\sqrt{\frac{x+3}{x+2}}$$

3. Determina la derivada de la función $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ en el punto $x = -1$ usando la definición de derivada.

$$\boxed{f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

0,75

$$f'(-1) = \lim_{x \to -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \to -1} \frac{2x^2 - 5x + 1 - 8}{x + 1} = \lim_{x \to -1} \frac{2x^2 - 5x - 7}{x + 1} = \frac{0}{0} \text{ IND}$$

0,5

$$= \lim_{x \to -1} \frac{\cancel{(x+1)}(2x-7)}{\cancel{x+1}} = \lim_{x \to -1} 2x - 7 = -2 - 7 = \boxed{-9}$$

1,25 1,5

No poner $\lim_{x \to -1}$ penaliza 0,25

	2	-5	-7
-1		-2	7
	2	-7	0

4. El beneficio acumulado (en miles de euros) de una empresa de material escolar a lo largo del año puede modelarse con la siguiente función:

$$B(t) = 0{,}1t^3 - 1{,}2t^2 + 3t, \quad \text{con } t \in [0, 12]$$

donde t es el tiempo medido en meses .

0,75 a) Estudia la monotonía de la función y sus extremos relativos.

0,75 b) Usa esta información para hacer un esbozo de la gráfica de la función.

a) Dom $B = [0, 12]$

$B'(t) = 0{,}3t^2 - 2{,}4t + 3$ 0,75

P. CRÍTICOS $B'(t) = 0 \Rightarrow 0{,}3t^2 - 2{,}4t + 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{2{,}4 \pm \sqrt{2{,}4^2 - 4 \cdot 0{,}3 \cdot 3}}{2 \cdot 0{,}3} =$

$= \begin{cases} x_1 = 4 + \sqrt{6} \simeq 6{,}45 \\ x_2 = 4 - \sqrt{6} = 1{,}55 \end{cases}$ 0,5

MONOTONÍA

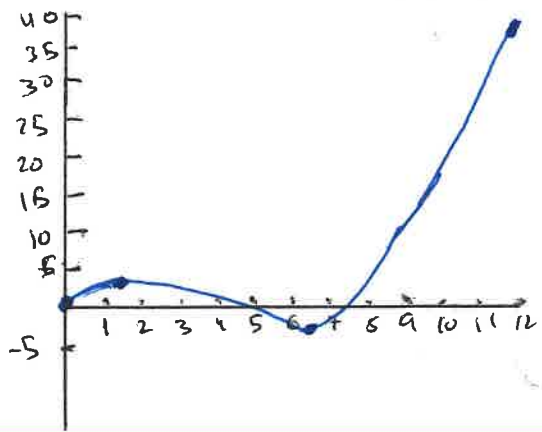
0 $B'(1) > 0$ 1,55 $B'(2) < 0$ 6,45 $B'(7) > 0$ 12

$B'(t) = 0{,}3t^2 - 2{,}4t + 3$

0,75

mR $(0,0)$ MR $(1'55, 2'19)$ mR $(6'45, -3'94)$ MR $(12, 36)$

b)



0,75

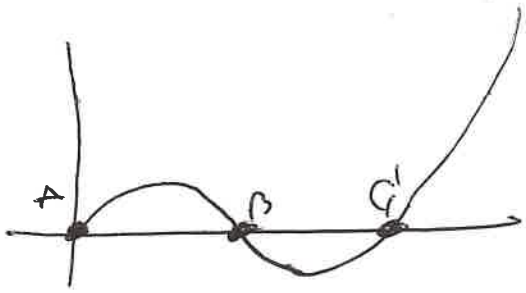
Nombre y apellidos: **Fecha:** ___/__/____

0,5 c) ¿En qué momento los beneficios son máximos y mínimos?

- Los beneficios son mínimos en t = 6,45 meses (mediados de Julio). En este momento hay pérdidas por un valor de 3 740 €
- Los beneficios son máximos en t = 12 meses (fin de año) Se obtienen unos beneficios anuales de 36 000 €.

0,75 d) Sin resolver ninguna ecuación, a partir de la información que da la gráfica. ¿ En algún momento los beneficios son nulos? ¿Cuántas veces?

En la gráfica se observa que habrá 3 momentos en los que los beneficios son nulos. ⇓ A, B, C



5. Representa graficamente la función $f(x) = \dfrac{-2x^2}{x-1}$ estudiando los siguientes puntos:

a) Dominio 0,15 ~~b~~ 0,5 b) Puntos de corte con lo ejes 0,2 c) Asíntotas verticales 0,15

d) Monotonía 0,75 e) Ramas infinitas 0,75

① Dom $f = \mathbb{R} - \{1\}$

② P. corte ejes

EJE X $(y=0) \Rightarrow \dfrac{-2x^2}{x-1} = 0 \Rightarrow -2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0,0)$

EJE Y $(x=0) \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow (0,0)$

③ A. Verticales

$\lim_{x \to 1} \dfrac{-2x^2}{x-1} = \dfrac{-2}{0} \Rightarrow$ Hay AV en $x=1$

④ Monotonía $f'(x) = 0$

$$f'(x) = \frac{-4x(x-1) - (-2x^2)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{-4x^2+4x+2x^2}{(x-1)^2} = \frac{-2x^2+4x}{(x-1)^2}$$ 0,75

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{-2x^2+4x}{(x-1)^2}=0 \Rightarrow -2x^2+4x=0 \Rightarrow x(-2x+4)=0$$ 0,5

$\boxed{\cancel{x=0}}$

$\Rightarrow -2x+4=0$

$-2x=-4$

$\boxed{x=2}$

$f'(-1)<0$ $\boxed{0}$ $f'(0{,}5)>0$ $\boxed{1}$ $f'(1{,}5)>0$ $\boxed{2}$ $f'(3)<0$

$$f'(x) = \frac{-2x^2+4x}{(x-1)^2}$$

↘ MR $(0,0)$ ↗ AV ↗ MR $(2,-8)$ ↘ 0,75

(5) ~~Curvatura~~

(6) R. Infinitos

Grado numerador $\Rightarrow 2$
Grado denominador $\Rightarrow 1$ $\Big\} \Rightarrow$ Asíntota oblicua 0,75

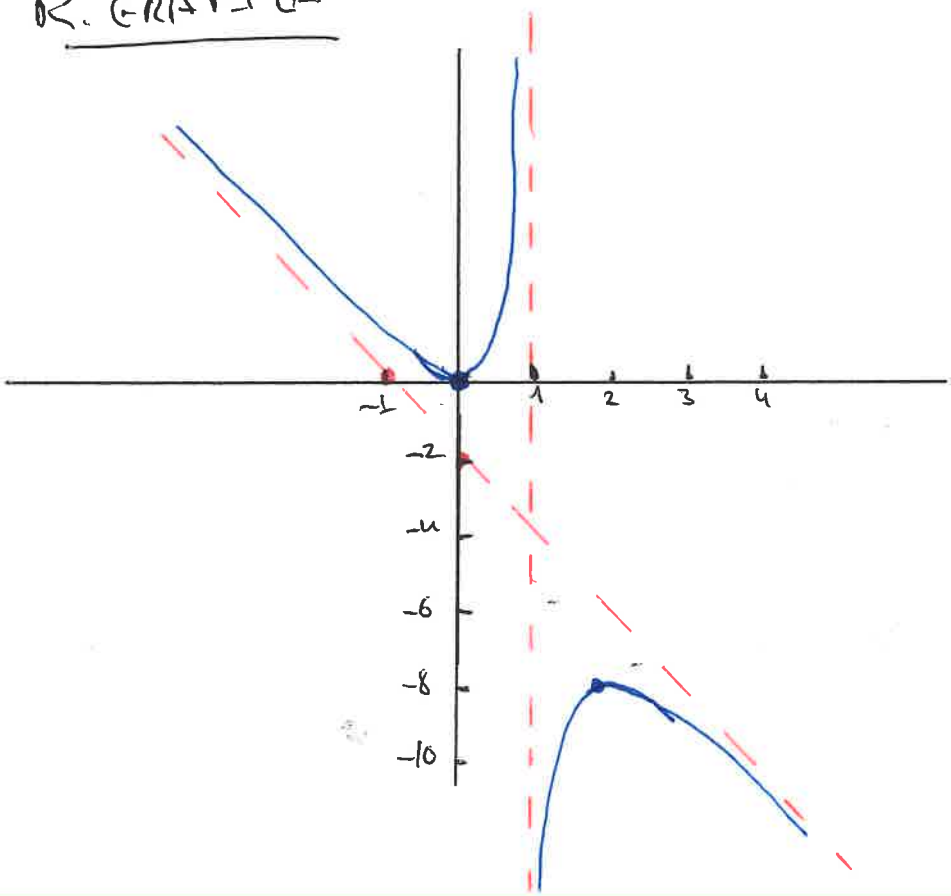
$y = mx+n$

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{-2x^2}{x-1}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^2}{x(x-1)} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^2}{x^2-x} = -2$$ 0,5

$$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^2}{x-1} + 2x = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^2}{x-1} + \frac{2x^2-2x}{x-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x}{x-1} = -2$$ 0,75

AO: $y=-2x-2$

R. GRÁFICA



AO: $y=-2x-2$

x	0	-1
y	-2	0