IES ILLA DE TAMBO | Examen matemáticas 1º bachillerato | Fecha: ___/__/____

Nombre y apellidos: CORRECCIÓN 1º BACH B **Curso:** **Grupo:** **N.º:**

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de típex y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios . En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	6	NOTA
Puntos	2	1,8	1,6	1,5	1,5	1,6	10
Nota							

1. El número de suscriptores, en miles, de un periódico durante un año puede modelarse mediante la función

$$S(t) = 0{,}1t^3 - 1{,}2t^2 + 3{,}6t + 38, \qquad t \in [0, 12],$$

donde t es el tiempo medido en meses. Haz un esbozo razonado de la gráfica de la función, estudiando previamente la monotonía y los extremos relativos.

(1) MONOTONÍA   Dom $S = [0,12]$

$S'(t) = 0{,}3t^2 - 2{,}4t + 3{,}6 \rightarrow S'(t) = 0 \rightarrow 0{,}3t^2 - 2{,}4t + 3{,}6 = 0 \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 6 \end{cases}$ 0,25

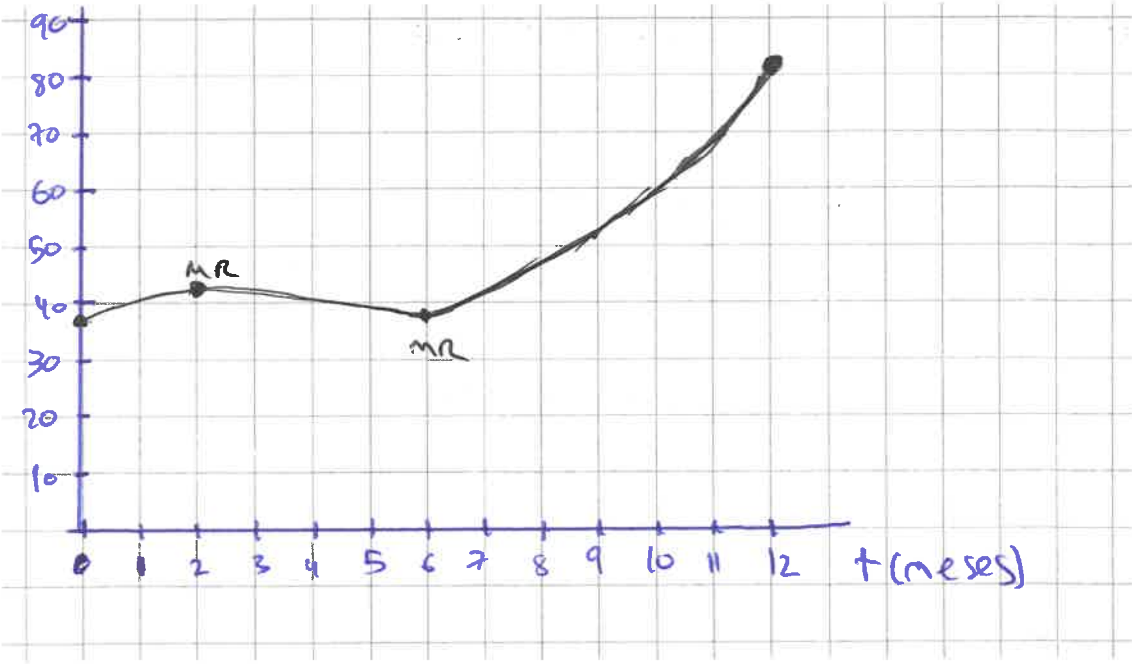
→ 0,5

$S'(1) > 0$ $S'(3) < 0$ $S'(7)$

0 ↗ 2 ↘ 6 ↗ 12

(0,38)   MR (2,41.2)   → 0,75   mR (6,38)   (12,81.2)

(1)



$$\left(\frac{x-a}{x^2}\right)' = \frac{1\cdot x^2-(x-a)\cdot 2x}{(x^2)^2} = \frac{x^2-2x^2+2ax}{x^4} = \frac{-x^2+2ax}{x^4}$$

2. ¿Para qué valores a y b la siguiente función es derivable en x=1? $f(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{x^2}, & x \leq 1, \\ bx+1, & x > 1. \end{cases}$

- f es continua en $(-\infty,1)-\{0\}$ por ser racional
- f es continua en $(1,\infty)$ por ser polinómica

CONTINUIDAD EN X=1

- $f(1) = \frac{1-a}{1} = 1-a$
- $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{x-a}{x^2} = \frac{1-a}{1} = 1-a$
- $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} bx+1 = b+1$

$\Rightarrow$ Para que f sea continua en $x=1$

$1-a = b+1 \Rightarrow \boxed{b=-a}$

(+0,6)

DERIVABILIDAD EN X=1

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-x^2+2ax}{x^4} & \text{si } x<1 \\ b & \text{si } x>1 \end{cases}$$

$f'(1^-) = \frac{-1+2a}{1} = -1+2a$

$f'(1^+) = b$

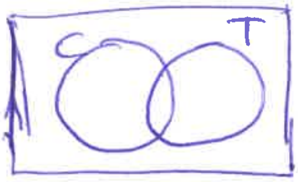
$\Rightarrow$ Para que f sea derivable en $x=1$

$\boxed{-1+2a=b}$ (+0,6)

Usando que $\boxed{b=-a}$ se deduce: $-1+2a=-a \Rightarrow 3a=1 \Rightarrow \boxed{a=\frac{1}{3}}$

$\boxed{\text{SOLUCIÓN: } \boxed{a=\frac{1}{3}} \text{ y } \boxed{b=-\frac{1}{3}}}$ (+0,6)

3. En una ciudad, el 64% de los trabajadores utiliza el coche para desplazarse al trabajo y el 46% utiliza transporte público alguna vez durante la semana. Además, se sabe que el 28% utiliza ambas opciones. Si se escoge un trabajador al azar, calcula las siguientes probabilidades, describiendo en cada caso el suceso de forma correcta. $P(C)=0,64$ $P(T)=0,46$ $P(C\cap T)=0,28$



(+0,4) a) La probabilidad de que utilice coche o transporte público.

$P(C\cup T) = P(C)+P(T)-P(C\cap T)$

$= 0,64+0,46-0,28 = \boxed{0,82}$

(+0,4) b) La probabilidad de que utilice transporte público, pero no coche.

$P(T-C) = P(T)-P(T\cap C) = 0,46-0,28 = \boxed{0,18}$

(+0,4) c) La probabilidad de que no utilice coche ni transporte público.

$P(\bar{C}\cap\bar{T}) = P(\overline{C\cup T}) = 1-P(C\cup T) = 1-0,82 = \boxed{0,18}$

(+0,4) d) La probabilidad de que utilice solo una de las dos opciones.

$P(C\cup T - C\cap T) = P(C\cup T)-P(C\cap T) = 0,82-0,28$

$= \boxed{0,54}$

Nombre y apellidos: **Fecha:** ___/___ /_____

4. Se lanza un dado de 4 caras y otro de 6 caras. Luego multiplicamos los resultados obtenidos con cada dado. Se pide:

   a) La probabilidad de que el producto salga par. 0,75

   b) La probabilidad de que el producto salga impar o menor que 3. 0,75

1ºD \ 2ºD	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24

a) $P(\text{par}) = \frac{CF}{CP} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} = \boxed{0,75}$

1ºD \ 2ºD	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24

b) $P(\text{Impar o menor que } 3) = \frac{CF}{CP} = \frac{8}{24}$

$= \frac{1}{3} = \boxed{0,\hat{3}}$

5. Determina los números complejos z que verifican la ecuación: $z^6 = -64i$

   Represéntalos en el plano complejo.

$-64i = 64_{-90^\circ}$ 0,25

0,5

$z^6 = 64_{-90^\circ} \rightarrow z_K = \sqrt[6]{64}_{\frac{-90^\circ+360^\circ\cdot K}{6}} = 2_{-15^\circ+60^\circ K}$

$K = 0,1,2,3,4,5$

$z_0 = 2_{-15^\circ}$

$z_1 = 2_{-15^\circ+60^\circ} = 2_{45^\circ}$

$z_2 = 2_{-15^\circ+60^\circ\cdot 2} = 2_{105^\circ}$

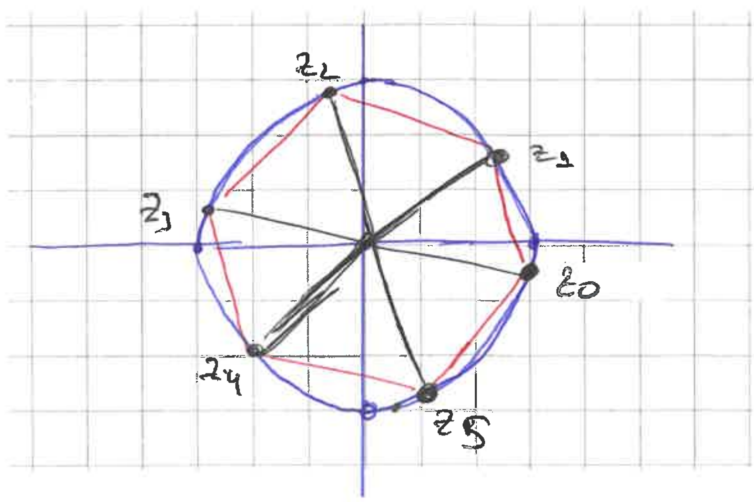
$z_3 = 2_{165^\circ}$

$z_4 = 2_{225^\circ}$

$z_5 = 2_{285^\circ}$

1

1,5



6. En cada apartado calcula y expresa el resultado en forma binómica. Indicar todos los pasos, en caso contrario no se valora el apartado.

0,5 a) $\overline{(2+3i)}(1-2i)^2 = (2-3i)(1^2-2\cdot1\cdot2i+(2i)^2) = (2-3i)(1-4i+4i^2)$

$= (2-3i)(1-4i-4) = (2-3i)(-3-4i) = -6-8i+9i+12i^2$ (0,25)

$= -6+i-12 = \boxed{-18+i}$ (0,5)

0,5 b) $\frac{2-5i}{3+4i} = (2-5i)(3+4i)^{-1} = (2-5i)\frac{\overline{3+4i}}{|3+4i|^2} = (2-5i)\frac{3-4i}{3^2+4^2} =$ (0,25)

$= \frac{(2-5i)(3-4i)}{25} = \frac{6-8i-15i+20i^2}{25} = \frac{6-23i-20}{25}$

$= \frac{-14-23i}{25} = \boxed{-\frac{14}{25}-\frac{23}{25}i}$ (0,5)

(0,4)

0,6 c) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{10} = (1_{135^\circ})^{10} = (1^{10})_{10\cdot135^\circ} = 1_{1350^\circ} = 1_{270^\circ} =$

$= 1(\underbrace{\cos 270^\circ}_{0} + i\,\underbrace{\text{sen}\, 270^\circ}_{-1}) = \boxed{-i}$ (0,6)

FORMA POLAR (0,2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2} = r_\alpha$ → Está en el 2º cuadrante

- $r = \left|-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4}+\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$
- $\tan\alpha = \frac{\sqrt{2}/2}{-\sqrt{2}/2} \rightarrow \tan\alpha = -1$ → $\alpha_1 = \arctan(-1) = -45^\circ$ X
  → $\boxed{\alpha_2 = \alpha_1+180 = -45^\circ+180^\circ = 135^\circ}$ V

IES ILLA DE TAMBO **Examen matemáticas 1º bachillerato** **Fecha:** ___/__/____

Nombre y apellidos: CORRECCIÓN 1º BACH-A **Curso:** **Grupo:** **N.º:**

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de típex y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios . En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	6	NOTA
Puntos	2	1,8	1,6	1,5	1,5	1,6	10
Nota							

1. El número de usuarios activos, en miles, de una plataforma digital durante sus primeros 12 meses puede modelarse mediante la función

$$U(t) = 0{,}2t^3 - 3t^2 + 12t + 15, \qquad t \in [0, 12],$$

donde t es el tiempo medido en meses. Haz un esbozo razonado de la gráfica de la función, estudiando previamente la monotonía y los extremos relativos.

(1) MONOTONÍA Dom $U = [0,12]$

$U'(t) = 0{,}6t^2 - 6t + 12 \rightarrow U'(t) = 0 \rightarrow 0{,}6t^2 - 6t + 12 = 0$ $\nearrow t_1 \simeq 7{,}24$ $\searrow t_2 \simeq 2{,}76$ 0,25

$U'(1) > 0$ $U'(3) < 0$ $U'(8) > 0$ → 0,5

0 ↗ 2,76 ↘ 7,24 ↗ 12

$0 \Downarrow (0,15)$

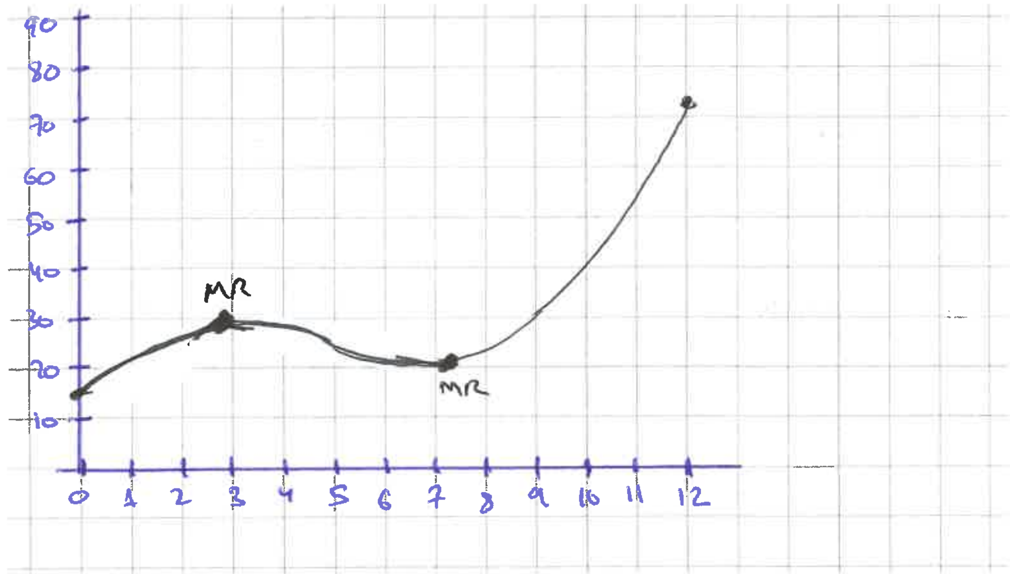
$2{,}76 \Downarrow$ MR $(2.76, 29.47)$ → 0,75

$7{,}24 \Downarrow$ mR $(7.24, 20.53)$

$12 \Downarrow (12, 72.6)$

1

(1)



2. Calcula la derivada de $f(x) = \dfrac{2x+4}{x+1}$ en el valor $x = 1$ usando la definición de derivada.

$$\boxed{f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

$$f(1) = \frac{2 \cdot 1 + 4}{1+1} = \frac{6}{2} = 3$$

(0,3) $\quad \frac{0}{0}$ IND (0,6)

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{\frac{2x+4}{x+1} - 3}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{\frac{2x+4}{x+1} + \frac{(-3)(x+1)}{x+1}}{x-1} =$$

(0,9) (1,2)

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\frac{2x+4}{x+1} + \frac{-3x-3}{x+1}}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{\frac{-x+1}{x+1}}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{-x+1}{(x+1)(x-1)}$$

(1,5) (1,8)

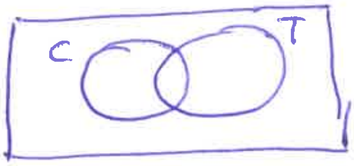
$$= \lim_{x \to 1} \frac{-\cancel{(x-1)}}{(x+1)\cancel{(x-1)}} = \lim_{x \to 1} \frac{-1}{x+1} = \frac{-1}{2}$$

$$\boxed{\text{Conclusión: } f'(1) = -\frac{1}{2}}$$

3. En un instituto, el 68% de los alumnos viene caminando al centro y el 42% utiliza transporte público alguna vez durante la semana. Además, se sabe que el 25% viene caminando y también utiliza transporte público. Si se escoge un alumno al azar, se pide calcular las siguientes probabilidades, describiendo en cada caso el suceso correctamente: $P(C) = 0{,}68$ $\quad P(T) = 0{,}42$ $\quad P(C \cap T) = 0{,}25$

0,4 a) Venga caminando o utilice transporte público.

$P(C \cup T) = P(C) + P(T) - P(C \cap T) = 0{,}68 + 0{,}42 - 0{,}25$
$= \boxed{0{,}85}$



0,4 b) Utilice transporte público, pero no venga caminando.

$P(T - C) = P(T) - P(T \cap C) = 0{,}42 - 0{,}25 = \boxed{0{,}17}$

0,4 c) No utilice transporte público ni venga caminando.

$P(\bar{T} \cap \bar{C}) = P(\overline{T \cup C}) = 1 - P(T \cup C) = 1 - 0{,}85 = \boxed{0{,}15}$

0,4 d) Haga solo una de las dos cosas.

$P(T \cup C - T \cap C) = P(T \cup C) - P(T \cap C) = 0{,}85 - 0{,}25 = \boxed{0{,}6}$

Nombre y apellidos: **Fecha:** ___/___/_____

4. Sean A y B dos sucesos verificando:

$$P(A)=\frac{3}{5}, \qquad P(A\cup B)=\frac{4}{5}, \qquad P(A\cap B)=\frac{1}{4}.$$

Calcula: a) $P(B)$, b) $P(A-B)$

0,75 a) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\frac{4}{5} = \frac{3}{5} + P(B) - \frac{1}{4} \Rightarrow P(B)=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{5}+\frac{1}{4}$

$=\frac{4+5}{20}=\boxed{\frac{9}{20}}$

$\boxed{P(B)=\frac{9}{20}}$

0,75 b) $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{3}{5}-\frac{1}{4}=\frac{3\cdot4-1\cdot5}{20}=\frac{12-5}{20}=\frac{7}{20}$

$\boxed{P(A-B)=\frac{7}{20}}$

5. Determina los números complejos z que verifican la ecuación: $z^5=-32$

Representalos en el plano complejo.

$-32=32_{180^\circ}$ 0,25

0,5

$z^5=32_{180^\circ} \rightarrow z_K=\sqrt[5]{32}_{\frac{180^\circ+360^\circ\cdot K}{5}} = 2_{36^\circ+72^\circ K}$

$K=0,1,2,3,4$

$z_0=2_{36^\circ+72^\circ\cdot 0}=2_{36^\circ}$

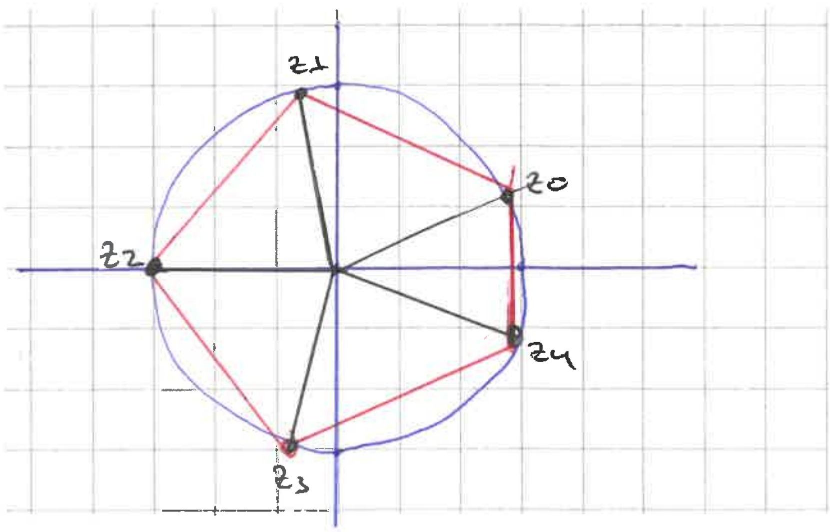
$z_1=2_{36^\circ+72^\circ\cdot 1}=2_{108^\circ}$ 1

$z_2=2_{180^\circ}$

$z_3=2_{252^\circ}$

$z_4=2_{324^\circ}$

1,5



6. En cada apartado calcula y expresa el resultado en forma binómica. Indicar todos los pasos, en caso contrario no se valora el apartado.

(0,5) a) $\overline{(2-3i)}(1+i)^2 = (2+3i)(1^2+2\cdot 1\cdot i+i^2) = (2+3i)(\cancel{1}+2i\cancel{-1})$

$= (2+3i)\cdot 2i = 4i+6i^2 = 4i-6 = \boxed{-6+4i}$

0,25 0,5

(0,5) b) $\dfrac{2-5i}{2+i} = (2-5i)(2+i)^{-1} = (2-5i)\dfrac{\overline{2+i}}{|2+i|^2} = (2-5i)\dfrac{2-i}{2^2+1^2}$

0,25

$= \dfrac{(2-5i)(2-i)}{5} = \dfrac{4-2i-10i+5i^2}{5} = \dfrac{4-12i-5}{5} = \dfrac{-1-12i}{5}$

$= \boxed{-\dfrac{1}{5}-\dfrac{12}{5}i}$ 0,5

0,4

(0,6) c) $(-\sqrt{3}+i)^9 = (2_{150^\circ})^9 = (2^9)_{9\cdot 150^\circ} = 512_{1350^\circ} = 512_{270^\circ} = \boxed{-512i}$ 0,6

FORMA POLAR 0,2 $-\sqrt{3}+i = r_\alpha \rightarrow 2^\circ$ cuadrante

- $r = |-\sqrt{3}+i| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$
- $\tan\alpha = \dfrac{1}{-\sqrt{3}}$ $\rightarrow \alpha_1 = \arctan\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) = -30^\circ$ ✗

$\rightarrow \boxed{\alpha_2 = \alpha_1+180^\circ = -30^\circ+180^\circ = 150^\circ}$ ✓