① $N(t) = 1 + \frac{t^2}{t^2+2} \Rightarrow \boxed{N(t) = \frac{2t^2+2}{t^2+2}}$

a) $N(t) = \frac{2t^2+2}{t^2+2}$

① Dom $N = \mathbb{R}$

② P. cort ejes

Eje T ($y=0$) $\Rightarrow \frac{2t^2+2}{t^2+2} = 0 \rightarrow 2t^2+2=0 \rightarrow 2t^2=-2 \rightarrow t^2=-1 \rightarrow \nexists$ sol

EJE Y ($t=0$) $\Rightarrow N(0) = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow (0,1)$

③ A. verticales No hay

④ Monotonía ($N'(t)=0$)

$N'(t) = \frac{4t(t^2+2) - (2t^2+2)2t}{(t^2+2)^2} = \frac{4t^3+8t - 4t^3 - 4t}{(t^2+2)^2} = \frac{4t}{(t^2+2)^2}$

$\frac{4t}{t^2+2} = 0 \rightarrow 4t=0 \rightarrow \boxed{t=0}$

$N'(-1) < 0$ | 0 | $N'(1) > 0$

$N'(t) = \frac{4t}{(t^2+2)^2}$

mR $(0,1)$

⑤ Curvatura ($N''(t)=0$)

$N''(t) = \frac{4(t^2+2)^2 - 4t \cdot 2(t^2+2)2t}{(t^2+2)^4} = \frac{4(t^2+2)[(t^2+2)-4t^2]}{(t^2+2)^4}$

$= \frac{4[-3t^2+2]}{(t^2+2)^3}$ // $\frac{4[-3t^2+2]}{(t^2+3)^3} = 0 \rightarrow 4[-3t^2+2] = 0 \rightarrow -3t^2+2=0$

$\rightarrow -3t^2 = -2 \rightarrow t^2 = \frac{2}{3} \rightarrow t = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$

$t_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \simeq \boxed{0{,}82}$

$t_2 = -\sqrt{\frac{2}{3}} \simeq \boxed{-0{,}82}$

$N''(-1) < 0$ | $-0{,}82$ | $N''(0) > 0$ | $0{,}82$ | $N''(1)$

$\cap$ $\cup$ $\cap$

PI $(-0{,}82, 1{,}25)$

PI $(0{,}82, 1{,}25)$

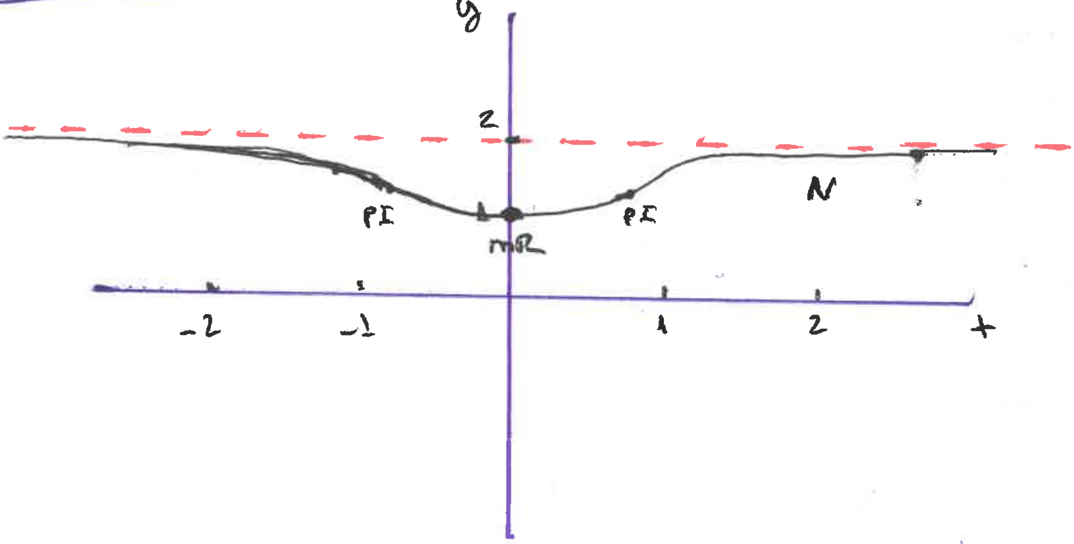
$N''(t) = \frac{4[-3t^2+2]}{(t^2+2)^3}$

⑥ Ramas infinitas

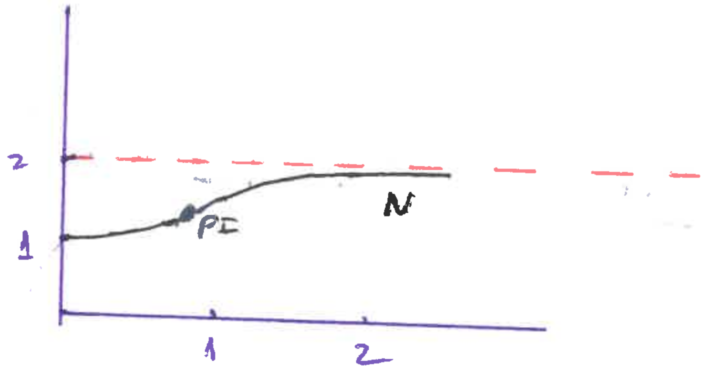
$N(t) = \dfrac{2t^2+2}{t^2+2}$ $\begin{matrix} \to \text{Grado } 2 \\ \to \text{Grado } 2 \end{matrix} \Bigg\} \Rightarrow$ Asíntota horizontal $y=2$

$$\lim_{t\to\infty} \frac{2t^2+2}{t^2+2} = \lim_{t\to\infty} \frac{2t^2}{t^2} = 2$$

R. GRÁFICA

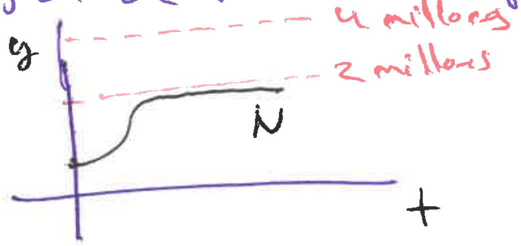


b)

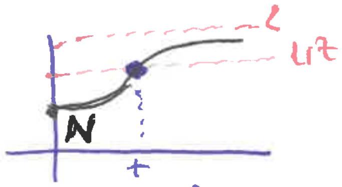


c) La población crece hasta estabilizarse entorno a los 2 millones de bacterias

d) Nunca alcanzará los 4 millones de bacterias, pues la gráfica de N nunca supera la asíntota $y=2$



Sí que alcanzará los 1,7 millones



Incluso se puede calcular dicho instante

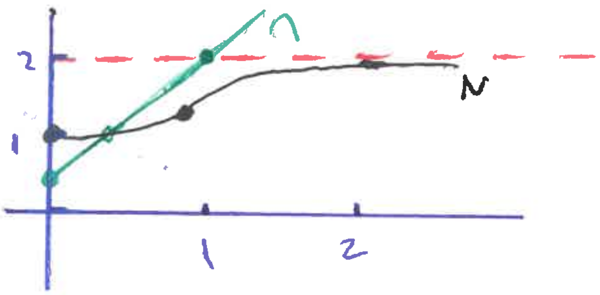
$N(t)=1{,}7 \rightarrow \frac{2t^2+2}{t^2+2}=1{,}7 \rightarrow 2t^2+2=1{,}7t^2+3{,}4 \rightarrow 0{,}3t^2=1{,}4$

$\rightarrow t^2=\frac{1{,}4}{0{,}3} \rightarrow t^2\simeq 4{,}67 \rightarrow t\simeq\sqrt{4{,}67} \rightarrow t\simeq 2{,}16$ días

Comprobación $N(2{,}16)=\frac{2\cdot 2{,}16^2+2}{2{,}16^2+2}\simeq 1{,}7$ ✓

c) $n(t)=1{,}5t+0{,}5$ es una función lineal (recta)

t	0	1
n	0,5	2



. El segundo cultivo parte de un número inicial inferior al primero, pero crece más rapidamente hasta superarlo.
A diferencia del primer cultivo, la población del 2º cultivo no se estabiliza en ningún momento y tiende a ∞.

Se podría calcular el instante en que la segunda población supera a la primera resolviendo la ecuación

$N(t)=n(t)$

aunque no es necesario.

② $f(x) = \dfrac{-2x+6}{x-1}$

a) ① $\mathrm{Dom} f = \mathbb{R} - \{1\}$

② P. Corte ejes

Eje x $(y=0) \rightarrow \dfrac{-2x+6}{x-1} = 0 \rightarrow -2x+6=0 \rightarrow \boxed{x=3} \rightarrow (3,0)$

Eje y $(x=0) \rightarrow f(0) = -6 \rightarrow (0,-6)$

③ A. verticales

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{-2x+6}{x-1} = \dfrac{4}{0} \rightarrow$ Hay AV en $x=1$

④ Monotonía $(f'(x)=0)$

$f'(x) = \dfrac{-2\cdot(x-1) - (-2x+6)\cdot 1}{(x-1)^2} = \dfrac{-2x+2+2x-6}{(x-1)^2} = \dfrac{-4}{(x-1)^2} \;//\; \dfrac{-4}{(x-1)^2} = 0 \rightarrow -4=0$ $\nexists$ sol

$f'(x) = \dfrac{-4}{(x-1)^2}$

$f'(0) < 0$ 1 $f'(2) < 0$

AV

⑤ Curvatura $(f''(x)=0)$

$f''(x) = \dfrac{0\cdot(x-1)^2 - (-4)\,2(x-1)\,1}{(x-1)^4} = \dfrac{8(x-1)}{(x-1)^4} = \dfrac{8}{(x-1)^3} \;//\; \dfrac{8}{(x-1)^3} = 0 \rightarrow 8=0$ $\nexists$ sol

$f''(x) = \dfrac{8}{(x-1)^3}$

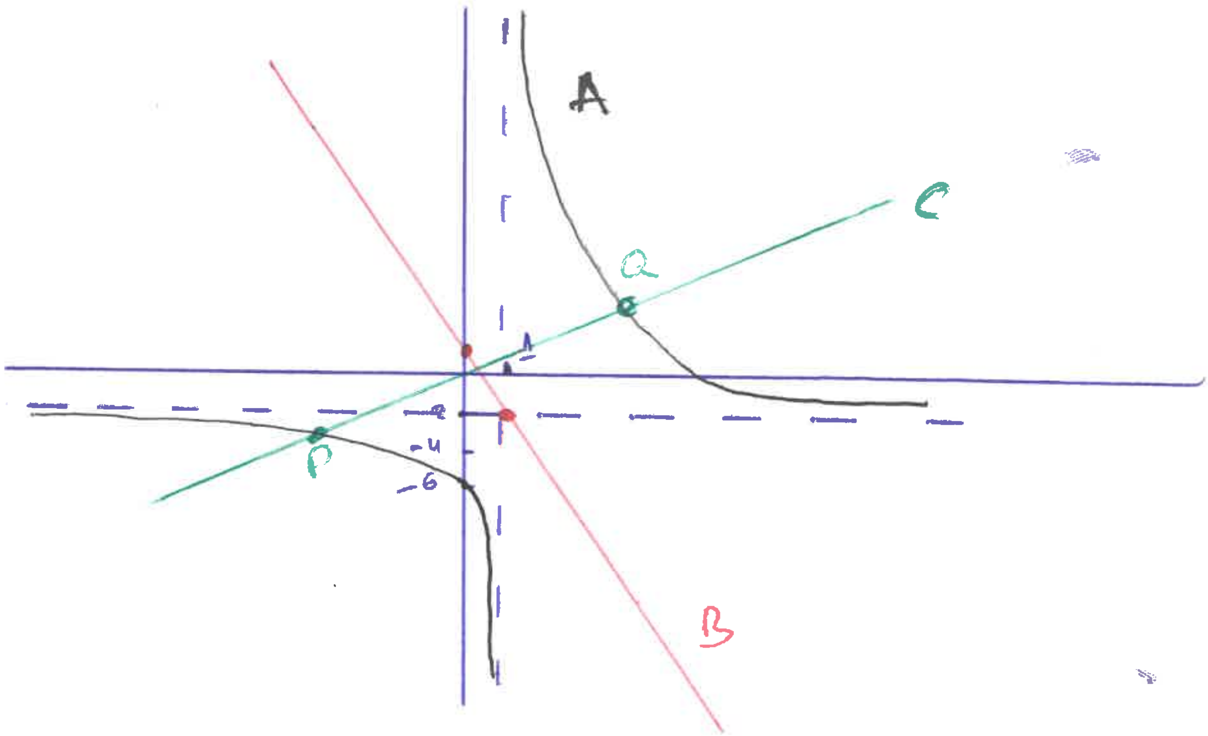
$f''(0) < 0$ 1 $f''(2) > 0$

AV

⑥ Ramas infinitas

$f(x) = \dfrac{-2x+6}{x-1}$ $\begin{matrix} \rightarrow \text{grado 1} \\ \rightarrow \text{grado 1} \end{matrix}$ $\Big\} \Rightarrow$ Asíntota horizontal $y=-2$

$\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{-2x+6}{x-1} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{-2x}{x} = -2$



b) B → $g(x) = -3x+1$

x	0	1
$g(x)$	1	-2

No se corta. Podríamos comprobarlo con una ecuación, pero por la imagen ya se entiende que no.

c) C → $h(x)=x$

x	0	1
$h(x)$	0	1

Claramente va a cortar a la primera en 2 puntos P y Q. Estos puntos se obtienen resolviendo la ecuación

$$f(x)=h(x) \rightarrow \frac{-2x+6}{x-1} = x \rightarrow -2x+6 = x(x-1) \rightarrow -2x+6 = x^2-x$$

$$\rightarrow x^2-x+2x-6=0 \rightarrow x^2+x-6=0 \rightarrow \begin{cases} x=-3 \rightarrow P=(-3,h(-3))=(-3,-3) \\ x=2 \rightarrow Q=(2,h(2))=(2,2) \end{cases}$$