

Nombre y apellidos:

N B A C H A

Curso:

Grupo:

N.º:

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de típer y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios. En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	NOTA
Puntos	1,5	1,5	2	2,5 (1+1+0,25+0,25)	2,5 (0,2+0,2+0,1+0,5 + 0,5+1(RG))	10
Nota						

1. Deriva las siguientes funciones: **10,75 cada una**

a) $f(x) = \ln(x) \cdot (4x^2 - 2x)^7$

$$f'(x) = [\ln(x) \cdot (4x^2 - 2x)^7]' = [\ln(x)]' (4x^2 - 2x)^7 + \ln(x) [(4x^2 - 2x)^7]'$$

$$= \frac{1}{x} (4x^2 - 2x)^7 + \ln(x) \cdot 7(4x^2 - 2x)^6 (8x - 2)$$

b) $g(x) = \sqrt{\frac{2x+3}{3x+2}} = \left(\frac{2x+3}{3x+2}\right)^{1/2}$

$$g'(x) = \left[\left(\frac{2x+3}{3x+2}\right)^{1/2}\right]' = \frac{1}{2} \left(\frac{2x+3}{3x+2}\right)^{-1/2} \left(\frac{2x+3}{3x+2}\right)'$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3x+2}{2x+3}\right)^{1/2} \frac{2(3x+2) - (2x+3)3}{(3x+2)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3x+2}{2x+3}} \frac{6x+4 - 6x-9}{(3x+2)^2}$$

$$= \frac{-5}{2(3x+2)^2} \sqrt{\frac{3x+2}{2x+3}}$$

2. Usa la definición de derivada para calcular la derivada de $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ en el punto $x = -1$.

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ $a = -1$

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{x-1}{x+2} - (-2)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{x-1}{x+2} + 2}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{x-1}{x+2} + \frac{2x+4}{x+2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{3x+3}{x+2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x+3}{(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{3}{-1+2} = \boxed{3}$$

$$\boxed{f'(-1) = 3}$$

3. Determina el valor de a para que la función $f(x) = \frac{ax+1}{x^2-2}$ tenga un máximo relativo en $x = -1$.

$f'(x) = 0$ (0,25)

$$f'(x) = \left(\frac{ax+1}{x^2-2} \right)' = \frac{a(x^2-2) - (ax+1)(2x)}{(x^2-2)^2} = \frac{ax^2-2a-2ax^2-2x}{(x^2-2)^2} = \frac{-ax-2a-2x}{(x^2-2)^2}$$

$$f'(-1) = \frac{-a-2a+2}{(1-2)^2} = -3a+2 \rightarrow -3a+2=0 \rightarrow -3a=-2 \rightarrow a = \frac{-2}{-3} \rightarrow \boxed{a = \frac{2}{3}}$$

(1,5) (2)

4. El beneficio acumulado, en miles de euros, de una empresa que organiza festivales de música durante un año puede modelarse mediante la función

$$B(t) = 0,8t^3 - 10t^2 + 30t, \quad \text{con } t \in [0, 12]$$

donde t es el tiempo medido en meses.

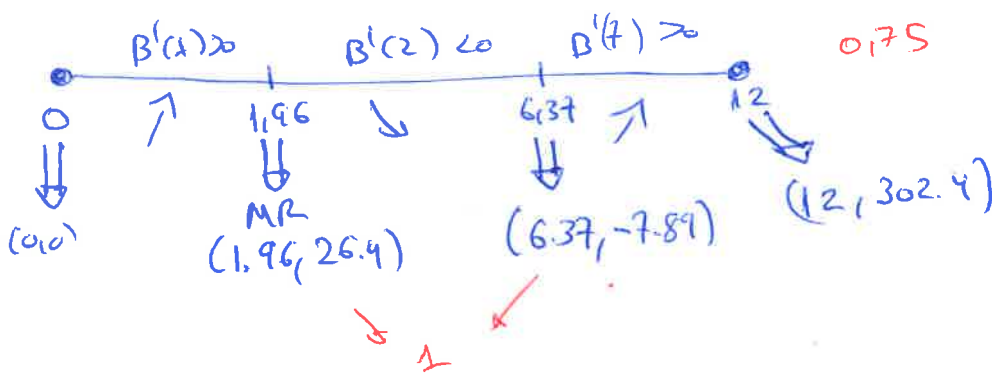
(1) a) Estudia la monotonía de la función y sus extremos relativos.

Dom B = [0, 12]

Monotonía ($B'(t) = 0$)

$$B'(t) = 2,4t^2 - 20t + 30 \rightarrow 2,4t^2 - 20t + 30 = 0$$

$t_1 \approx 6,37$
 $t_2 \approx 1,96$ (0,25)



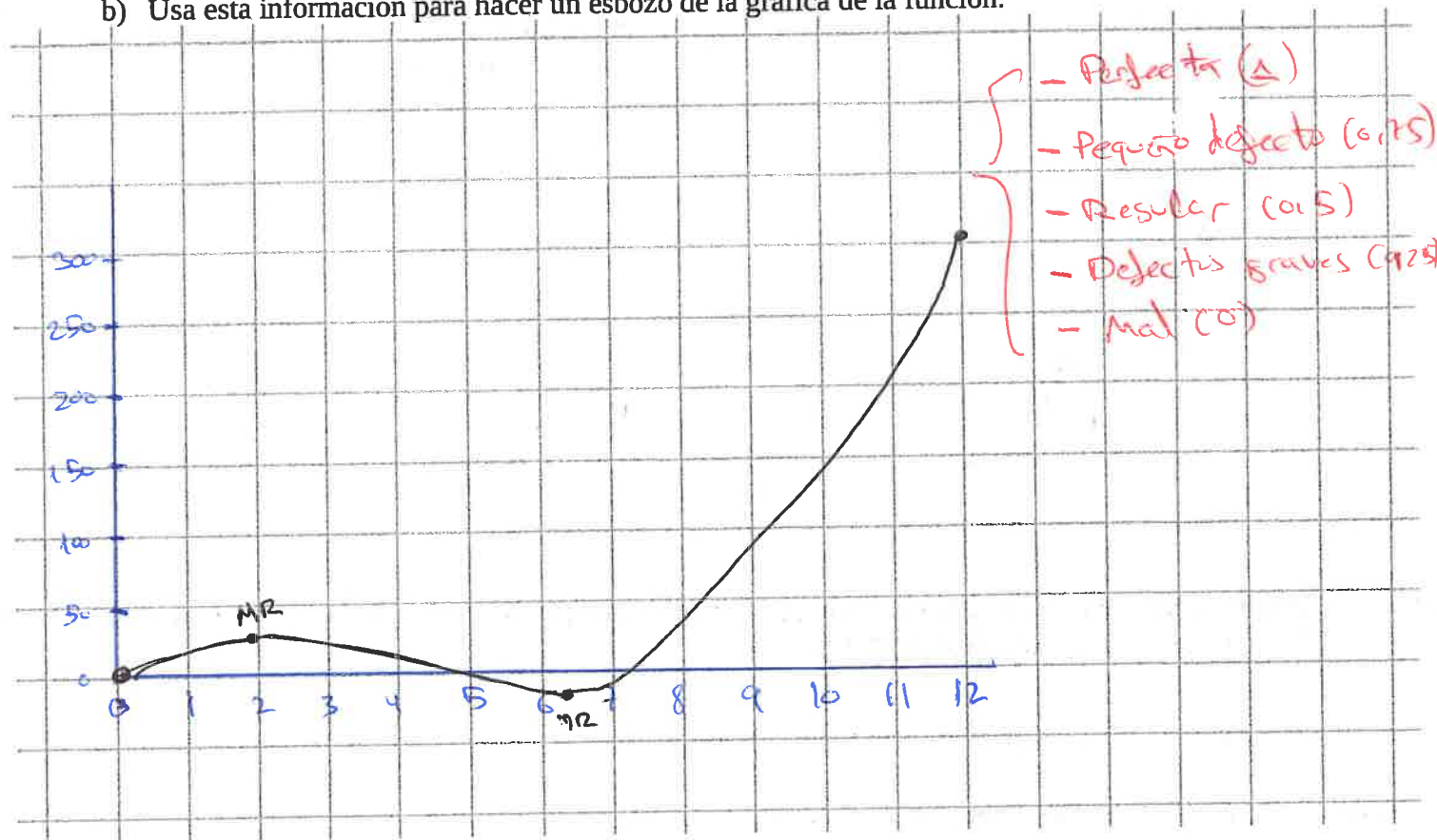
I. MONOTONÍA

Creciente : $(0, 1.96) \cup (6.37, 12)$
Decreciente : $(1.96, 6.37)$

E. RELATIVOS

Máximo relativo :
 $(1.96, 26.4)$
Mínimo relativo :
 $(6.37, -7.89)$

b) Usa esta información para hacer un esbozo de la gráfica de la función.



c) ¿En qué momento los beneficios son máximos y mínimos? (0,75)

Máximos al final final de año (t=12 meses)

Mínimos a principios de Julio (t ≈ 6,37 meses)

d) Indica el rango de la función. (0,75)

$$Rg B \approx [-7.89, 302.4]$$

5. Representa graficamente la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ estudiando los siguientes

- a) Dominio (0,12)
- b) Puntos de corte con lo ejes (0,12)
- c) Asíntotas verticales (0,1)
- d) Intervalos de monotonía (0,15)
- e) Extremos relativos (0,15)

Para la representación usa que su asíntota oblicua es: $y = x - 1$.

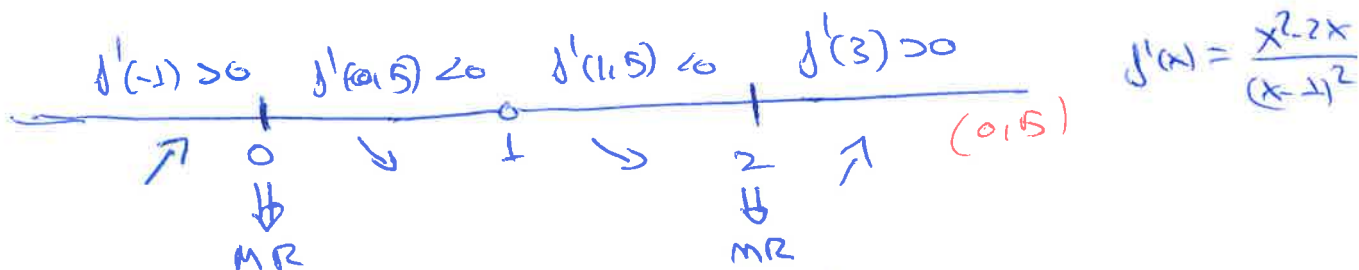
a) $Dom f = \mathbb{R} - \{1\}$ b) PCF ESE $X (y=0) \rightarrow \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 \rightarrow$
 $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2}$ ~~solución.~~
 No hay puntos de corte con el eje X
 ESE Y (x=0) $\rightarrow f(0) = \frac{2}{-1} = -2 \rightarrow (0, -2)$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = \frac{1}{0} = \pm \infty$ Hay una asíntota vertical en $x=1$

d) Monotonía ($f'(x) = 0$)

$$f'(x) = \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} \right)' = \frac{(2x-2)(x-1) - (x^2 - 2x + 2) \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - 2x + 2 - x^2 + 2x - 2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \parallel \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = 0 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \quad (0, 2, 5)$$



I. Monotonía

Creciente: $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$

Decreciente: $(0, 1) \cup (1, 2)$

e) E. Relativos

Máximo Relativo: $(0, f(0)) = (0, 2) \quad (0, 2, 5)$

Mínimo Relativo: $(2, f(2)) = (2, 2) \quad (2, 2, 5)$

Representación gráfica (punto)

- P: A
- PD: 0,75
- R: 0,5
- ED: 0,25
- M: 0

Ao: $y = x - 1$

x	0	1
y	-1	0

