IES ILLA DE TAMBO **Examen matemáticas 1º bachillerato** **Fecha:** ___/__ /____

Nombre y apellidos: 1º BACH B **Curso:** **Grupo:** **N.º:**

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de típex y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios . En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	TOTAL
Puntos	1,5	1,5	2	2,5 (1+1+0,25+0,25)	2,5 (0,2+0,2+0,1+0,5+0,5+1(RG))	10
Nota						

1. Deriva las siguientes funciones: (0,75 cada una)

a) $f(x) = \cos x \cdot (5x^2 - 2x)^8$

(0,375)

$$f'(x) = [\cos x \cdot (5x^2-2x)^8]' = (\cos x)' \cdot (5x^2-2x)^8 + \cos x \cdot [(5x^2-2x)^8]'$$

(0,75)

$$= (-\operatorname{sen} x)(5x^2-2x)^8 + \cos x \cdot 8(5x^2-2x)^7(5x^2-2x)'$$

$$= -\operatorname{sen} x(5x^2-2x)^8 + \cos x \cdot 8(5x^2-2x)^7(10x-2) =$$

b) $g(x) = ln\left(\dfrac{2x+3}{3x+2}\right)$

(0,375) (0,75)

$$g'(x) = \left[\ln\left(\frac{2x+3}{3x+2}\right)\right]' = \frac{1}{\frac{2x+3}{3x+2}} \cdot \left(\frac{2x+3}{3x+2}\right)' = \frac{3x+2}{2x+3} \cdot \frac{2(3x+2)-(2x+3)\cdot 3}{(3x+2)^2}$$

$$= \frac{3x+2}{2x+3} \cdot \frac{\cancel{6x}+4-\cancel{6x}-9}{(3x+2)^2} = \frac{\cancel{(3x+2)}\,-5}{(2x+3)\,(3x+2)^{\cancel{2}}} = \frac{-5}{(2x+3)(3x+2)}$$

2. Usa la definición de derivada para calcular la derivada de $f(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$ en el punto $x = 1$.

$$f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \qquad a = 1$$

(0,5) (0,75)

$$f'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{\frac{x-1}{x+2} - 0}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{\frac{x-1}{x+2}}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{x-1}}{(x+2)(\cancel{x-1})} = \lim_{x\to 1} \frac{1}{x+2}$$

$$= \frac{1}{3}$$ (1,5)

3. Responde razonablemente si $f(x) = \begin{cases} e^{2x+6} & \text{si } x \leq -3 \\ \dfrac{1}{x+4} & \text{si } x > -3 \end{cases}$ es derivable en el valor x=-3.

<u>CONTINUIDAD</u> (1)

$f(-3) = e^0 = 1$

$\lim_{x \to -3^-} e^{2x+6} = e^0 = 1$

$\lim_{x \to -3^+} \frac{1}{x+4} = \frac{1}{1} = 1$

$\Rightarrow$ Como $f(-3) = \lim_{x \to -3^-} f(x) = \lim_{x \to -3^+} f(x)$, f es continua en $x=-3$

<u>DERIVABILIDAD</u> (2) $f'(x) = \begin{cases} 2e^{2x+6} & \text{si } x < -3 \\ \dfrac{-1}{(x+4)^2} & \text{si } x > -3 \end{cases}$

$f'(-3^-) = 2e^0 = 2$

$f'(-3^+) = \frac{-1}{1^2} = -1$

$\Rightarrow$ Como $f'(-3^-) \neq f'(-3^+)$, f no derivable en $x=-3$

4. Una especie invasora ha sido introducida en un ecosistema cerrado. El tamaño estimado de su población (en miles de individuos), en función del tiempo transcurrido desde su introducción, viene dado por:

$$P(t) = -0{,}05t^3 + 0{,}6t^2 - 1{,}5t + 13, \quad \text{con } t \in [0, 11]$$

donde t se mide en años.

(1) a) Estudia la monotonía de la función y localiza sus extremos relativos.

$P'(t) = -0{,}15t^2 + 1{,}2t - 1{,}5$ $\quad P'(t) = 0 \Rightarrow -0{,}15t^2 + 1{,}2t - 1{,}5 = 0 \begin{cases} t_1 \simeq 6{,}45 \\ t_2 \simeq 1{,}55 \end{cases}$

0,25

0,75

	$P'(1)$		$P'(2)$		$P'(7)$	
0	↘	1,55	↗	6,45	↘	11
$(0,13)$		mr $(1.55, 11.93)$		MR $(6.45, 14.67)$		$(11, 2.55)$

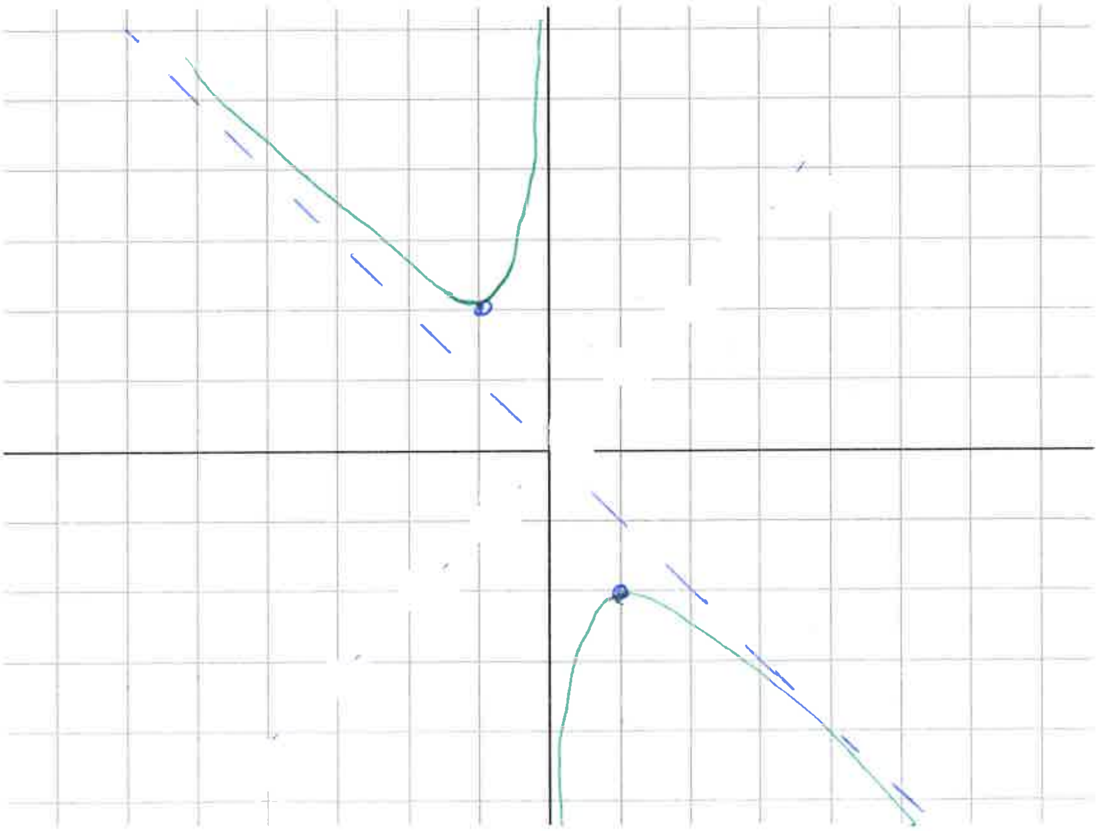
↘ 1

$f'(x) = 0 \rightarrow \frac{-x^2+1}{x^2} = 0 \rightarrow -x^2+1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

$\searrow \quad -1 \quad \nearrow \quad 0 \quad \nearrow \quad 1 \quad \searrow$

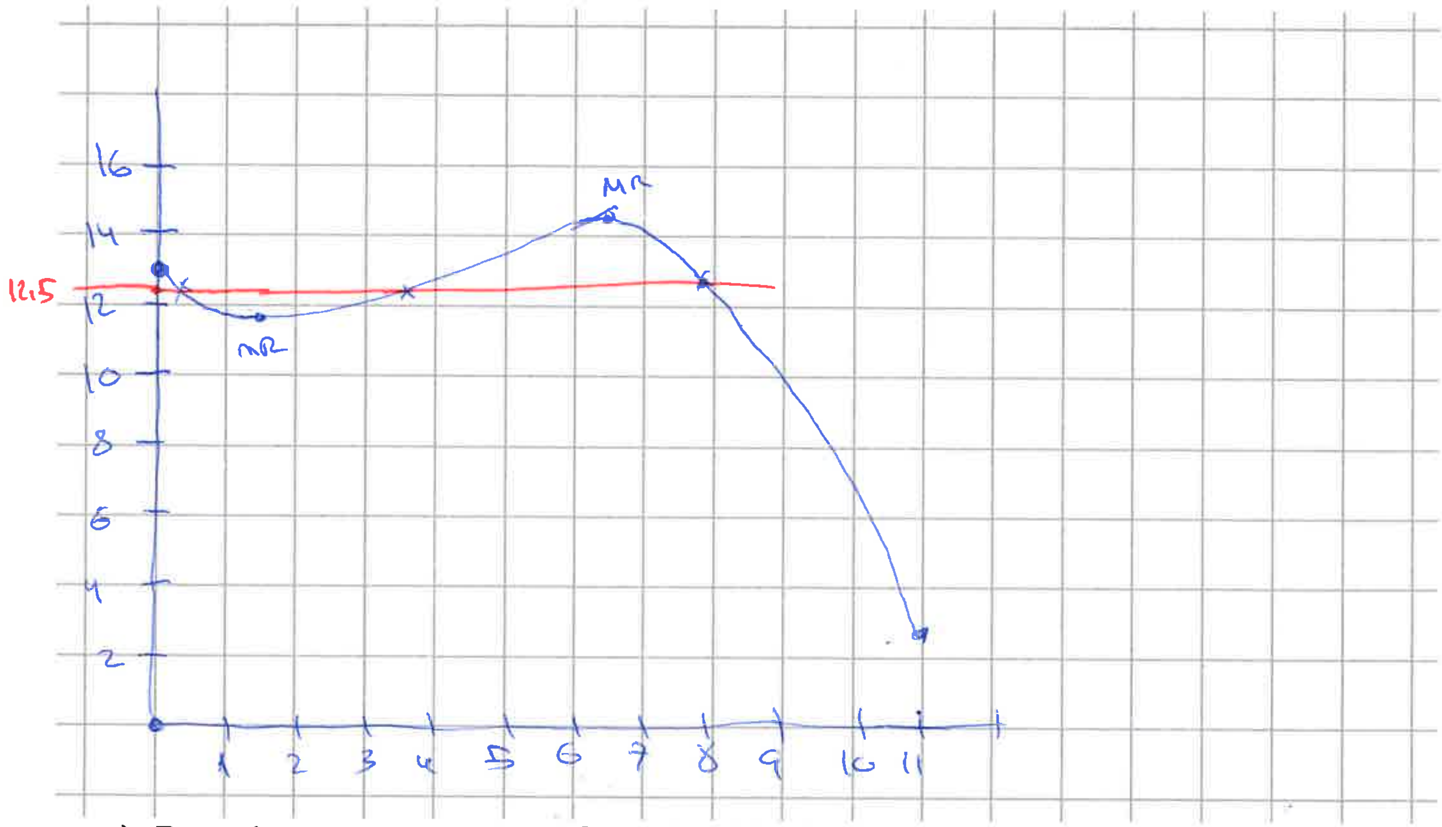
Máximo R. $(-1, f(-1)) = (-1, 2)$

Mínimo R. $(1, f(1)) = (1, -2)$



Nombre y apellidos: **Fecha:** ___/__/____

1 b) Haz un esbozo de la gráfica de la función.



c) Determina en que momentos se alcanza la población máxima y mínima. 0,25

Máxima a los 6,45 años
mínima a los 11 años

d) ¿Cuántas veces la población alcanza un tamaño de 12 500 individuos? 0,25

$P(t) = 12,5 \Rightarrow$ 3 veces (ver gráfica)

5. Representa graficamente la función $f(x) = \dfrac{-x^2-1}{x}$ estudiando los siguientes puntos:

a) Dominio (0,2) b) Puntos de corte con lo ejes (0,2) c) Asíntotas verticales (0,1)
d) Monotonía (1)

Para la representación usa que su asíntota oblícua es: $y = -x$.

a) Dominio $\quad Dom f = \mathbb{R} - \{0\}$

b) No hay

c) $\lim_{x \to 0} \frac{-x^2-1}{x} = \frac{-1}{0} = \pm\infty$ Hay AV a $x=0$

d) Monotonía $\quad f'(x) = 0$

$f'(x) = (\quad)' = \dfrac{-2x \cdot x - (-x^2-1)\cdot 1}{x^2} = \dfrac{-2x^2 + x^2 + 1}{x^2} = \dfrac{-x^2+1}{x^2}$