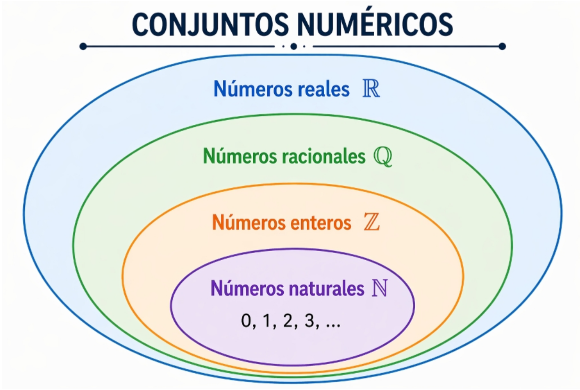
UNIDAD 7. NÚMEROS COMPLEJOS

LECCIÓN 1. Introducción



Vamos a ver cómo los distintos conjuntos numéricos que has estudiado en secundaria surgen de manera natural en el álgebra al intentar resolver distintos tipos de ecuaciones.

Los números más sencillos son los **números naturales,** que sirven para contar.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Consideremos la ecuación :

$$x + 5 = 2$$

Esta ecuación no tiene solución en $\mathbb{N}$. Para resolver ecuaciones como esta, es necesario considerar los **números negativos**, es decir, los **números enteros:**

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots\}$$

En $\mathbb{Z}$ la ecuación anterior si tiene solución $x = -3$.

Consideremos ahora la ecuación:

$$2x = 5$$

Esta ecuación no tiene solución en $\mathbb{Z}$. Para resolverla necesitamos introducir las fracciones, es decir, los **números racionales**:

$$\mathbb{Q} = \{a/b \,|\, a, b \in \mathbb{Z}\,,\ b \neq 0\}$$

En $\mathbb{Q}$ la ecuación anterior tiene solución $x = \dfrac{5}{2}$.

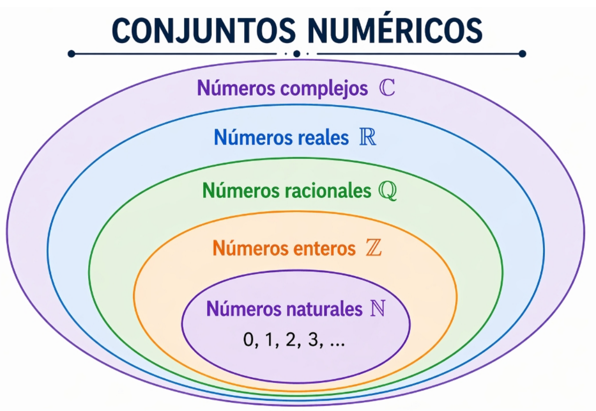
Sin embargo, no todos los números pueden expresarse como fracción. Por ejemplo, la ecuación:

$$x^2 = 2$$

no tiene solución en $\mathbb{Q}$. Su solución $\sqrt{2}$ es un número irracional, y al considerar estos números obtenemos el conjunto de los **números reales** $\mathbb{R}$.

Pero incluso en $\mathbb{R}$ encontramos ecuaciones sin solución. Por ejemplo:

$$x^2 + 1 = 0$$



No existe ningún número real cuyo cuadrado sea -1. Para resolver ecuaciones como esta, introducimos un nuevo número:

$$i = \sqrt{-1}$$

y ampliamos el conjunto de los números reales dando lugar a los **números complejos**.

Este nuevo tipo de números se ha demostrado tremendamente útil dentro de las matemáticas y de la física.

"Es un hecho extraordinario que los números que se inventaron primero para proporcionar soluciones a ciertas ecuaciones algebraicas resulten ser los mismos números sobre los que se construye la estructura física del mundo." (Roger Penrose – Premio Nobel de Física 2020. 1996)

"Los números complejos constituyen, en mi opinión, la parte más importante de las matemáticas."
(Roger Penrose – Premio Nobel de Física 2020. 1996)