

LECCIÓN 4. REGLA DE LAPLACE.

La regla de Laplace es una forma sencilla de calcular probabilidades en experiencias aleatoria en las que se cumplan dos condiciones:

- Hay un **número finito de resultados posibles**. Esto es lo mismo que decir que el espacio muestral es finito.
- Todos los resultados posibles son **equiprobables**. Esto significa que todos tienen la misma probabilidad.



Imagen generada con IA. ChatGpt

Cuando se verifican ambas condiciones se cumple la **regla de Laplace**, que dice lo siguiente. La probabilidad de un suceso A se puede calcular como:

$$P(A) = \frac{CF}{CP} = \frac{\text{CASOS FAVORABLES}}{\text{CASOS POSIBLES}}$$

Donde

CF = Número de resultados posibles que componen el suceso A. (Casos favorables al suceso A)

CP = Número de resultados posibles. (Casos posibles)

La regla de Laplace es una consecuencia directa de la propiedad 8 de la lección anterior.

EJEMPLO 1: a) Calcular la probabilidad de que al tirar una moneda equilibrada salga cruz:

$$P(+)=\frac{CF}{CP}=\frac{1}{2}=0,5$$

b) Se lanza un dado equilibrado de 6 caras. Determinar la probabilidad de que salga par:

$$P(\text{par})=\frac{CF}{CP}=\frac{3}{6}=0,5$$

En ocasiones para contar los CF y los CP necesitaremos representaciones visuales como los **diagramas en árbol** o las **tablas de doble entrada**, que podemos ver en los siguientes ejemplos:

EJEMPLO 2: Se lanzan al aire 3 monedas. Determina la probabilidad de que salgan a) al menos 2 caras y b) exactamente 2 caras.

Para contar mejor los CF y los CP en la regla de Laplace podemos usar un **diagrama en árbol**:

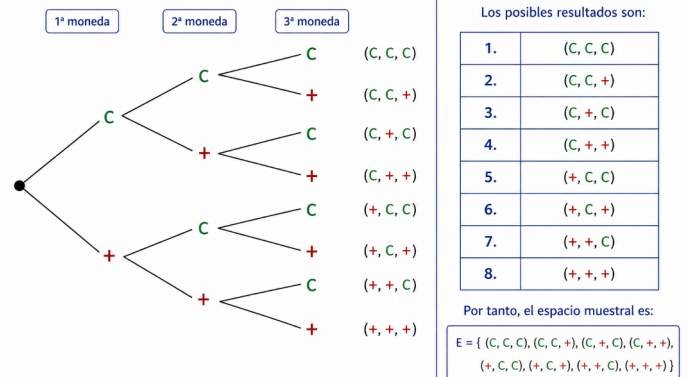
Como lanzamos 3 veces una moneda de 2 caras tenemos que:

$$CP=2\cdot 2\cdot 2=2^3=8$$

Deducimos entonces:

$$a)P(\text{"al menos 2 caras"})=\frac{CF}{CP}=\frac{4}{8}=0,5$$

$$b)P(\text{"exactamente 2 caras"})=\frac{CF}{CP}=\frac{3}{8}=0,375$$



EJEMPLO 3: Lanzamos dos dados de 6 caras y sumamos el resultado. Determinar si es más probable obtener un 7 o un 6.

En este caso para contar vamos a usar una **tabla de doble entrada**:

Como lanzamos dos dados y cada uno tiene 6 caras, tenemos:

$$CP = 6 \cdot 6 = 36$$

Usando la tabla es evidente que:

$$P(6) = \frac{CF}{CP} = \frac{5}{36} \qquad P(7) = \frac{CF}{CP} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Por lo que es más probable sacar un 7.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

En algunas situaciones se requiere combinar la regla de Laplace con las propiedades de la lección anterior.

EJEMPLO 4: De los 39 alumnos de una clase, 16 escogieron como idioma el francés, y 27, el inglés. Nueve alumnos eligieron ambos idiomas y el resto no escogió ninguno de ellos. Si se elige al azar a un alumno de dicha clase, hallar las siguientes probabilidades:

- a) Escogió francés b) Escogió Inglés c) Escogió ambos idiomas.
d) Escogió francés o inglés. e) Escogió francés, pero no inglés. f) No escogió ni inglés ni francés.

$$a) P(F) = \frac{CF}{CP} = \frac{16}{39} \approx 0,41 \qquad b) P(I) = \frac{CF}{CP} = \frac{27}{39} \approx 0,69 \qquad c) P(F \cap I) = \frac{CF}{CP} = \frac{9}{39} \approx 0,23$$

$$d) P(F \cup I) = P(F) + P(I) - P(F \cap I) = \frac{16}{39} + \frac{27}{39} - \frac{9}{39} = \frac{34}{39} \approx 0,87$$

$$e) P(F - I) = P(F) - P(F \cap I) = \frac{16}{39} - \frac{9}{39} = \frac{7}{39} \approx 0,18$$

$$f) P(\bar{F} \cap \bar{I}) = P(\overline{F \cup I}) = 1 - P(F \cup I) = 1 - \frac{34}{39} = \frac{5}{39} \approx 0,13$$

EJERCICIOS

- Se extrae una carta de la baraja española. ¿Qué es más probable?
 - Que salga sota de bastos o rey de espadas.
 - Que salga un oro o una figura.
 - Que salga un oro o que no salga oro
 - Que salga una figura o que no salga figura.
- En una biblioteca se encuestó a 80 estudiantes. Se sabe que 50 han leído alguna novela o algún cómic durante el último mes. Además, 35 han leído alguna novela y 28 han leído algún cómic. Si se escoge un estudiante al azar, hallar:
 - La probabilidad de que haya leído ambos tipos de lectura.
 - La probabilidad de que haya leído novela pero no cómic.
 - La probabilidad de que no haya leído ninguno de los dos.
 - La probabilidad de que solo haya leído una de los dos.

3. Lanzamos un dado de 4 caras y otro de 8 y multiplicamos los resultados. ¿Cuáles son los resultados más y menos probables?
4. Tenemos dos urnas. En la primera hay 4 bolas numeradas del 1 al 4 y en la segunda hay 3 bolas rojas y 2 azules. Determina la probabilidad de que
 - a) salga un número impar y una bola azul.
 - b) salga un número impar o una bola roja.

Describe los sucesos correctamente.

5. Tenemos dos urnas. En la primera hay 6 bolas numeradas del 1 al 6 y en la segunda hay 3 bolas rojas y 3 azules. Determinar la probabilidad de que:
 - a. salga un número mayor que 4 y una bola azul.
 - b. salga un número mayor que 4 o una bola roja.
6. Tenemos dos urnas. En la primera hay 4 bolas numeradas del 1 al 4 y en la segunda hay 2 bolas rojas y 3 azules. Determinar la probabilidad de que:
 - a. salga un número par y una bola azul.
 - b. no salga un número par o salga una bola roja.
7. Tenemos dos urnas. En la primera hay 5 bolas numeradas del 1 al 5 y en la segunda hay 3 bolas rojas y 2 azules. Determinar la probabilidad de que:
 - a. salga un número impar y una bola roja.
 - b. salga un número impar o una bola azul.
 - c. salga exactamente uno de los dos sucesos anteriores.
8. Se escoge un número al azar del 1 al 100 (incluidos ambos) . Se pide:
 - a. Calcular la probabilidad de que salga un número menor que 9.
 - b. Calcular la probabilidad de que salga un número par.
 - c. Calcular la probabilidad de que salga múltiplo de 3.
 - d. Calcular la probabilidad de que salga múltiplo de 2 o múltiplo de 3.
 - e. Calcular la probabilidad de que no salga múltiplo de 3.
 - f. La probabilidad de que no salga múltiplo de 2 ni múltiplo de 3.
 - g. Calcular la probabilidad de que salga un número impar.
 - h. Calcular la probabilidad de que salga múltiplo de tres e impar.
 - i. Calcular la probabilidad de que salga par o impar.
 - j. Calcular la probabilidad de que salga par e impar.
9. (Ampliación) Demostrar la regla de Laplace a partir de la propiedad 8 de la probabilidad vista en el apartado 2.