ESTRUCTURAS

Una estructura es un conjunto de elementos sólidos, unidos entre sí y con el exterior capaces de soportar cargas en estado de equilibrio.

Una estructura debe cumplir las siguientes funciones:

- Mantener la forma y soportar su propio peso.
- Resistir las fuerzas externas.
- Soportar pesos.

CARGAS Y ESFUERZOS SOBRE UNA ESTRUCTURA

Las cargas son las fuerzas externas que actúan sobre la estructura, mientras que los esfuerzos son los efectos que las cargas provocan en la estructura.

Cargas

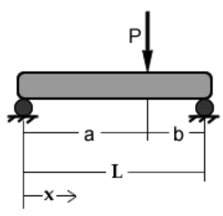
Las cargas se dividen en dos grandes grupos:

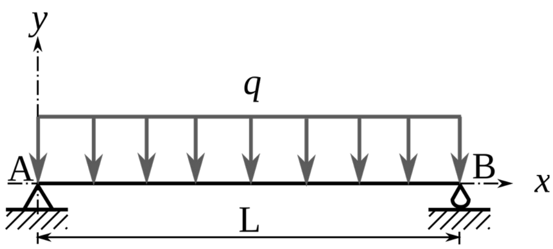
- **Cargas estáticas**. En ellas, el módulo, punto de aplicación y sentido de la fuerza no cambian con el tiempo.
- **Cargas dinámicas**. Varían con el tiempo, de tal forma que provocan vibraciones y desplazamientos al modificar el estado de reposo del cuerpo.

Según la continuidad de la presencia de la carga en el tiempo, se pueden dividir en

- **Permanentes**. Existen siempre, manteniéndose constantes en magnitud y posición. Son cargas estáticas. En ellas se incluye el propio peso de la estructura.
- **Variables o sobrecargas.** Aparecen ocasionalmente y no son permanentes, debiéndose a agentes externos, tanto naturales como no.

Las cargas pueden ser **puntuales**, si se consideran aplicadas en un único punto; o **uniformemente repartidas**, si se distribuyen de manera uniforme a lo largo de la superficie del elemento estructural.





Esfuerzos

Los esfuerzos se clasifican en función del efecto que la carga tiene sobre el elemento que la sufre.

1. **Tracción**

Esfuerzo producido por cargas axiales que actúan en la dirección del eje y que tienden a estirar el elemento estructural.

2. **Compresión**

Esfuerzo producido por cargas axiales que actúan en la dirección del eje y tienden a aplastar el elemento estructural.

3. Flexión

Esfuerzo producido por cargas perpendiculares al eje principal del elemento estructural y que tiende a doblarlo. La parte del elemento sobre el que se aplica la fuerza de flexión sufrirá un esfuerzo de compresión y la contraria, de tracción

4. Torsión

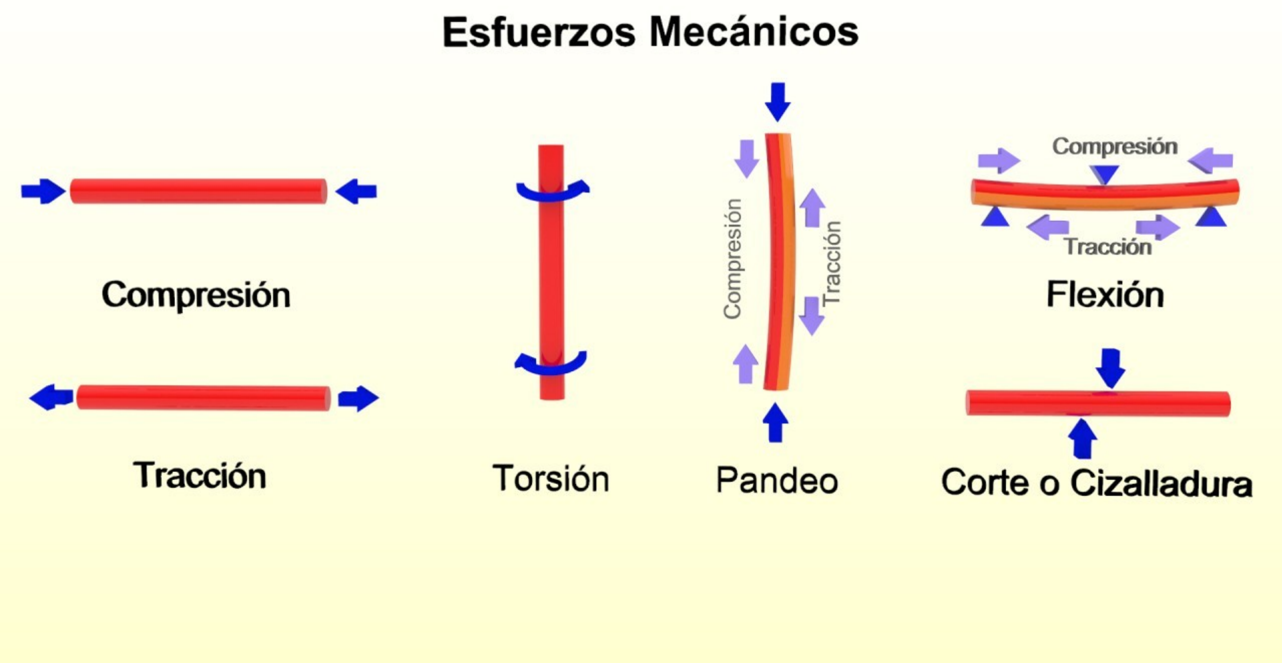
Hay torsión sobre un elemento estructural cuando aparece un par de giro que tiende a retorcer la barra sobre su eje.

5. Corte o cizalla

Tiende a cortar el objeto. Se produce cuando hay dos fuerzas de sentido contrario, muy próximas entre sí y que actúan en direcciones perpendiculares al elemento.

6. Pandeo

El pandeo se produce cuando un cuerpo sometido a compresión responde flexionándose en lugar de comprimiéndose.



ELEMENTOS ESTRUCTURALES

Cimientos

Están excavados en el suelo, y transmiten las cargas de la estructura al suelo. Principalmente trabajan a **compresión**, y suelen estar hechos de hormigón, ya que es un material con una excelente resistencia a compresión.

Pilares y columnas

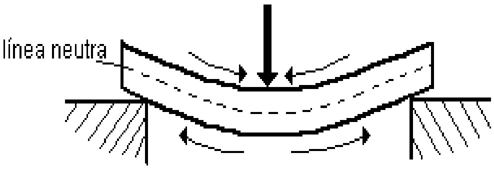
Son elementos verticales sobre los que se apoyan otros elementos, como las vigas. Están sometidos a **compresión**, aunque pueden sufrir **pandeo** si su sección es demasiado pequeña. Asimismo, en los puntos de unión con otros elementos pueden estar sometidos esfuerzos de **cizalladura**. Su misión es recibir los esfuerzos de los elementos horizontales y transmitirlos a los cimientos.

Si la sección del elemento es circular recibe el nombre de **columna**, y si es poligonal se le llama **pilar**.

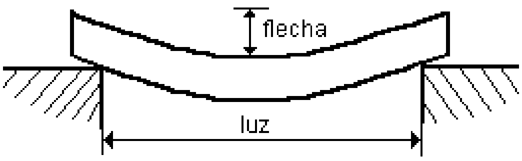
Se suelen fabricar de hormigón, acero o madera

Vigas

Son elementos horizontales o inclinados sometidos a esfuerzos de **flexión** y **cizalladura**. Al estar sometidas a flexión, la parte superior de las vigas está sometida a esfuerzos de compresión, y la inferior a tracción. Ambos esfuerzos son máximos en la superficie y van disminuyendo hacia el interior, de tal forma que existe una zona en la que se pasa de un tipo de esfuerzo a otro y que por tanto no está sometida a ninguna de las dos. Esta zona se denomina **fibra o línea neutra.**



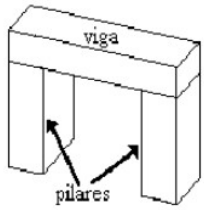
La máxima deformación que sufre la viga se llama **flecha** y a la distancia entre los apoyos **se** denomina **luz.**



Un caso particular de viga, habitual en muchos tipos de estructuras, es la denominada **viga voladiza**: se trata de una viga que tiene un solo apoyo. Al igual que las vigas con dos apoyos, la viga voladiza soporta fuerzas de flexión, pero en este caso la deformación máxima se produce en el extremo.

En un edificio, las vigas reciben la carga del suelo que soportan y lo transmiten a los pilares sobre los que se apoyan.

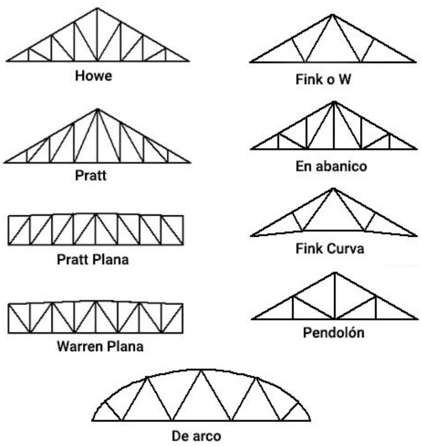
Las vigas se pueden fabricar en acero, hormigón armado o madera.



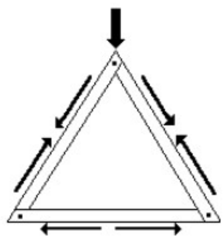
Pórtico

Es un elemento estructural formado por la unión de vigas y columnas

Cerchas



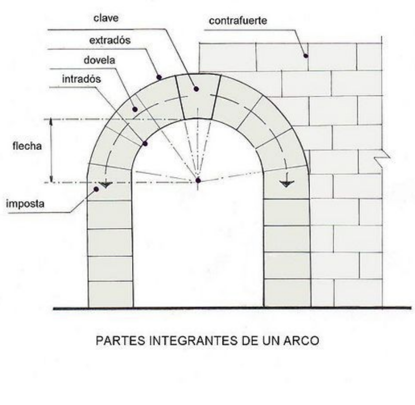
Las cerchas son armazones en los que las barras que las forman se unen entre sí formando triángulos. De esta forma se consiguen estructuras muy rígidas, ya que el triángulo no se deforma al recibir una fuerza. Las barras de una cercha están sometidas o bien a tracción o a compresión, pero nunca a flexión.



Arcos

Son estructuras formadas por una serie de elementos simples (con forma de triángulo o cuña) que dan al conjunto una forma curva.

Las fuerzas que actúan sobre el arco se transmiten a los apoyos o estribos del mismo, que están sometidos a compresión. Se trata de una estructura muy resistente que permite cubrir grandes espacios,



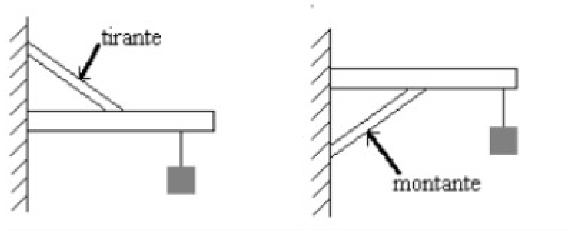
PARTES INTEGRANTES DE UN ARCO

por lo que se utiliza en puentes, estaciones, hangares, catedrales, etc. Hay varios tipos: arco de medio punto, apuntado, de herradura…

Tirantes y montantes

Son elementos de refuerzo para aumentar la rigidez de las estructuras.

Los tirantes son cables (normalmente de acero) que trabajan a tracción, mientras que los montantes son barras rígidas que lo hacen a compresión.



APOYOS Y UNIONES

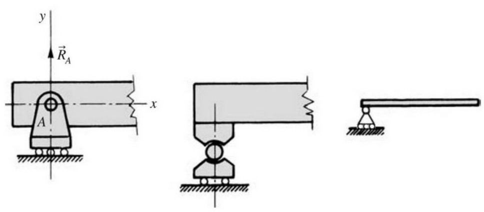
En las estructuras existen elementos de apoyo y enlace para las uniones entre los diferentes elementos estructurales (entre viga y pilar, entre pilar y cimiento, entre barras de una cercha…)

Estos elementos no sólo transmiten los esfuerzos, sino que además restringen los movimientos que puede tener la estructura, al producirse una reacción según la tercera ley de Newton. Como todo enlace supone una oposición a uno o más movimientos entre las piezas enlazadas, aparecerán los llamados **momentos y fuerzas de reacción**. Un cuerpo libre tiene seis grados de libertad: tres direcciones en el espacio para el desplazamiento y tres posibles giros en los ejes x, y y z. A cada grado de libertad impedido por las ligaduras le corresponderá una fuerza o momento de reacción.

Existen tres tipos de apoyos:

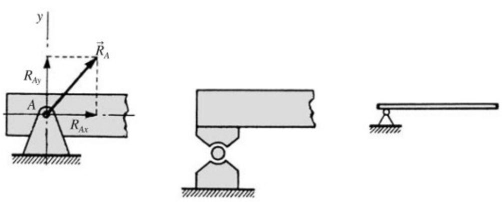
1. **Apoyo simple o articulado móvil**

Es libre de moverse en el eje x y girar en el plano xy. La reacción es una fuerza perpendicular al plano x (paralela al eje y), lo que equivale a una incógnita en el cálculo de esfuerzos.



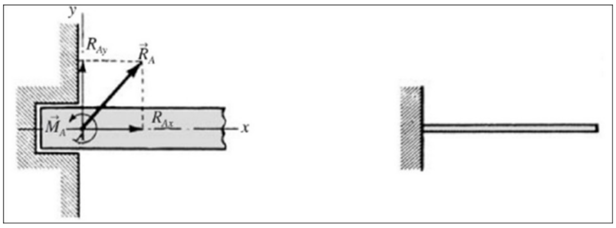
2. **Apoyo doble o articulado fijo**

No puede desplazarse ni en el eje x ni en el y, pero sí se permite el giro. Hay fuerzas de reacción el los ejes horizontal y vertical. (dos incógnitas)



3. Empotramiento

Se impide el desplazamiento en los ejes x e y el giro en el plano xy, por lo que hay tres reacciones (tres incógnitas): fuerzas en los ejes x e y y momento perpendicular el plano xy.



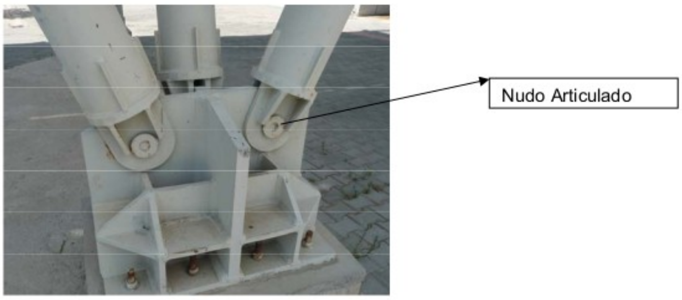
Los elementos (barras) que forman las estructuras tienen que unirse entre sí para dar forma a las mismas. En función de cómo sean las uniones puede haber dos tipos de estructuras:

1. Estructuras rígidas o reticuladas

Las barras están unidas entre sí de tal forma que no se permite el movimiento relativo entre las mismas al aplicar las cargas. En estas estructuras aparecen tanto fuerzas como momentos.

2. Estructuras articuladas

Las barras se unen mediante rótulas o articulaciones, que son elementos que permiten el movimiento relativo de las barras, por lo que no aparecen momentos. Si además las cargas se aplican sobre los nudos (puntos de unión entre las barras) sólo aparecerán esfuerzos de tracción y compresión en las barras (esfuerzos axiales).



CÁLCULO DE ESFUERZOS EN VIGAS

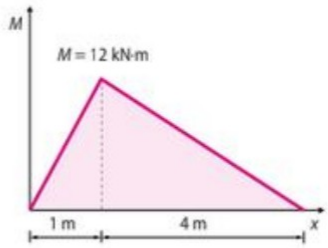
Consideramos que las vigas son elementos bidimensionales, por lo que para que esté en equilibrio se deben cumplir las siguientes condiciones:

- Que la suma de fuerzas en el eje x sea 0.
- Que la suma de fuerzas en el eje y sea 0.
- Que la suma de los momentos que ejercen las fuerzas sea 0 (como criterio de signos, los momentos que intenten girar la viga en el sentido horario serán negativos, y positivos los que tiendan a provocar giros antihorarios).

$$\sum F_x=0 ; \sum F_y=0 ; \sum M=0$$

Es decir, en equilibrio la viga ni se desplaza ni gira.

Momento flector



El momento flector en una viga nos da una medida de la curvatura de la viga al aplicar las cargas. Dado que las fuerzas van a ser verticales y las vigas horizontales, el ángulo entre ellas será siempre recto, por lo que el momento se puede expresar como M=F·d. En caso de tener una distribución uniforme de carga *q*, el momento flector se expresa como $M=q\cdot d^2/2$.

El momento flector a lo largo de la viga se representa mediante un diagrama en el que se muestra el valor del momento frente a la distancia a uno de los extremos de la viga.

Esfuerzos y fuerzas cortantes

La fuerza cortante (T) se define como la fuerza que actúa tangencialmente a una sección transversal de la viga y tiende a cortarla. Se mide en newtons.

El esfuerzo cortante relaciona la fuerza cortante con la geometría de la viga, y se mide en pascales.

$$\tau=\frac{T}{S}$$

Si la viga tiene una sección constante, el diagrama de esfuerzos cortantes se puede representar con las fuerzas cortantes. Si no, hay que tener en cuenta la variación del valor de la sección a lo largo de la viga.

Las fuerzas cortantes se pueden calcular a partir de los momentos flectores según la ecuación:

$$T=\frac{dM}{dx}$$

Cálculo en vigas simplemente apoyadas.

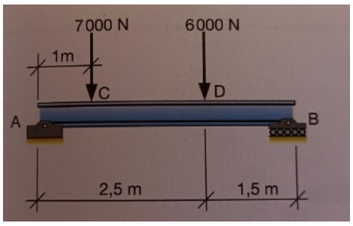
Las vigas simplemente apoyadas son aquellas que tienen un apoyo en cada extremo y pueden girar en cada apoyo. Normalmente un apoyo es fijo y el otro móvil.

Como se ha visto anteriormente, las cargas pueden ser puntuales o uniformemente distribuidas. En este último caso se convierte la carga en una única carga puntual aplicada en el centro de la viga. Así, si por ejemplo tenemos una carga de 20 kg/m uniformemente distribuida a lo largo de una viga de 10 m de longitud, se trataría como una carga puntual de 200 kg (20 kg/m · 10 m) aplicada a una distancia de 5 m de cada apoyo.

Para resolver un problema en una viga simplemente apoyada procederemos de la siguiente forma:

- **Determinar las reacciones en los apoyos (R_A y R_B)**. Para ello plantearemos las ecuaciones de equilibrio de la página 5. Dado que consideramos las cargas verticales, la reacción en el eje x en el apoyo fijo sera nulo, por lo que sólo habrá que calcular las reacciones en los apoyos según el eje y. Dado que las cargas siempre serán hacia abajo (negativas), las reacciones serán hacia arriba (positivas).,

- **Calcular los momentos flectores y las fuerzas cortantes.** Se determinan en cada tramo de la viga. Cada uno de los tramos viene determinado por los puntos en los que se aplican las fuerzas. Se puede hacer de dos formas:
  - Primero calcularemos los momentos flectores tomando las distancias a partir del apoyo de la izquierda, y luego las fuerzas cortantes derivando los momentos flectores, recordando que si hay una distribución uniforme de carga el momento no es F·d sino $q \cdot d^2/2$[1]
  - Primero calculamos las fuerzas cortantes por tramos sumando las fuerzas (cargas y reacciones) que haya en cada uno de ellos. Luego calculamos los momentos flectores a partir de las fuerzas cortantes.

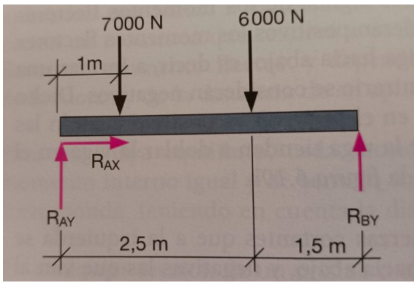


Veámoslo mediante un ejemplo.

Sea la viga simplemente apoyada de la figura con las cargas puntuales que en ella se indican. Vamos a calcular las reacciones en los apoyos, los momentos flectores y los esfuerzos cortantes. Para estos dos último trazaremos además sus diagramas.

En primer lugar calcularemos las reacciones en los apoyos A y B. Para ello dibujaremos lo que se llama **diagrama de sólido libre**, en el que dibujaremos todas las fuerzas presentes en el sistema. Dado que el apoyo B es móvil en él no habrá reacción en el eje x, ya que tiene libertad para moverse en esa dirección, cosa que no ocurre en el apoyo A, que es fijo.

Por lo tanto, el diagrama quedará como se indica a la derecha.



Planteamos ahora las ecuaciones para la condición de equilibrio:

$$\sum F_x = 0 ; \sum F_y = 0 ; \sum M = 0$$

No hay fuerzas externas en el eje x, luego la reacción en el eje x del apoyo A será nula:

$$R_{AX} = 0$$

En el eje y se cumple:

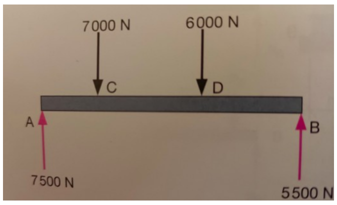
$$R_{AY} + R_{BY} - 7000\,N - 6000\,N = 0 \quad (1)$$

Y en cuanto a los momentos calculados respecto al apoyo A:

$$-7000\,N \cdot 1\,m - 6000\,N \cdot 2{,}5\,m + R_{BY} \cdot 4\,m = 0 \quad (2)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (1) y (2) obtendremos las reacciones:

$$\boxed{R_{AY} = 7500\text{ N};\ R_{BY} = 5500\text{ N}}$$



Ambas positivas porque apuntan en la dirección positiva del eje y.

Ahora calcularemos las fuerzas cortantes y los momentos flectores, por los dos métodos indicados antes. Trabajaremos con las fuerzas en kN

a) <u>Calculando los momentos flectores y derivándolos para calcular las fuerzas cortantes.</u>

Momento en el tramo AC:

$$\sum M = 0 \Rightarrow R_{AY} \cdot x - M_{AC} = 0 \Rightarrow M_{AC} = R_{AY} \cdot x = 7{,}5\,kN \cdot x$$

Derivando calculamos la fuerza cortante:

1 En realidad, el momento se obtiene integrando la distribución de carga a lo largo de la viga $\int_0^d qxdx$ Si q es constante, se obtiene el resultado indicado arriba.

$$T_{AC}=\frac{dM_{AC}}{dx}=7{,}5\,kN$$

Para el tramo CD:

$$M_{CD}=R_{AY}\cdot x-7\,kN\cdot(x-1)=7{,}5\,kN\cdot x-7\,kN\cdot x+7\,kN=0{,}5\,kN\cdot x+7\,kN$$

$$T_{CD}=\frac{dM_{CD}}{dx}=0{,}5\,kN$$

Finalmente, para el tramo DB:

$$M_{DB}=M_{CD}-6\,kN\cdot(x-2{,}5)=0{,}5\,kN\cdot x+7\,kN\cdot x-7\,kN\cdot x+15\,kN=-5{,}5\,kN\cdot x+22\,kN$$

$$T_{DB}=\frac{dM_{DB}}{dx}=-5{,}5\,kN$$

b) Calculando primero las fuerzas cortantes.

Tramo AC:

La única fuerza en este tramo es R_{AY}, luego

$$T_{AC}=R_{AY}=7{,}5\,kN$$

$$M_{AC}=T_{AC}\cdot x=7{,}5\,kN\cdot x$$

Tramo CD:

Aparecen dos fuerzas, R_{AY} y la primera carga, por lo que

$$T_{CD}=7{,}5\,kN-7\,kN=0{,}5\,kN$$

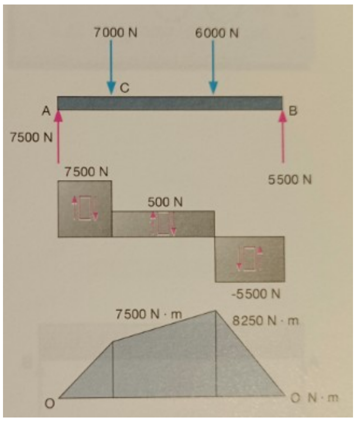
$$M_{CD}=7\,kN\cdot 1\,m+T_{CD}\cdot x=7\,kN\cdot m+0{,}5\,kN\cdot x$$

Y finalmente en el tramo DB

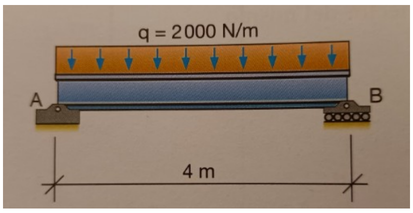
$$T_{DB}=0{,}5\,kN-6\,kN=-5{,}5\,kN$$

$$M_{DB}=7\,kN\cdot 1\,m-7\,kN\cdot 2{,}5\,m-T_{DB}\cdot x=22\,kN\cdot m-5{,}5\,KN\cdot x$$

Como se puede comprobar, hemos obtenido los mismos resultados con ambos métodos. Ya sólo queda dibujar los diagramas:



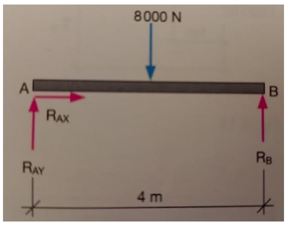
Viga simplemente apoyada con distribución uniforme de carga



Sea ahora la viga de la figura, sobre la que se aplica una carga uniforme de 2 kN/m. Para calcular las reacciones en los soportes, primero sustituimos la carga uniforme por una carga concentrada Q cuyo punto de aplicación sea el centro de gravedad de la distribución de carga q (la mitad de la distancia):

$$Q=q\cdot l=2\,kN/m\cdot 4\,m=8\,kN$$

Una vez hecho esto, dibujaremos el diagrama de cuerpo libre de la viga, a partir del cual calcularemos las reacciones en los apoyos aplicando las condiciones de estabilidad.



$$\sum F_x=0;\sum F_y=0;\sum M=0$$

Al igual que en el caso anterior, al ser la carga vertical $R_{AX}=0$

Para calcular las reacciones verticales

$R_{AY}+R_{BY}-8\,kN=0 \quad (1)$

$-8\,kN\cdot 2m+R_{BY}\cdot 4\,m=0 \quad (2)$

Resolviendo el sistema queda

$$\boxed{R_{AY} = 4\text{ kN};\ R_{BY} = 4\text{ kN}}$$

Ahora calcularemos los momentos flectores y las fuerzas cortantes.

$$M=R_{AY}\cdot x-q\cdot\frac{x^2}{2}=4\,kN\cdot x-2\,kN/m\cdot\frac{x^2}{2}=4\,x-x^2$$

Que es una parábola. En los extremos x=0 y x=4 vale 0. Para calcular dónde está el máximo igualamos la primera derivada a cero.

$$\frac{dM}{dx}=0\Rightarrow 4-2\cdot x=0\Rightarrow x=2\,m$$

Y el valor máximo del momento será:

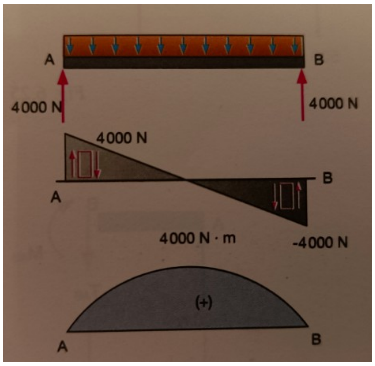
$$M_{max}=4\cdot 2-2^2=4\,kN\cdot m$$

Para calcular las fuerzas cortantes derivamos el momento.

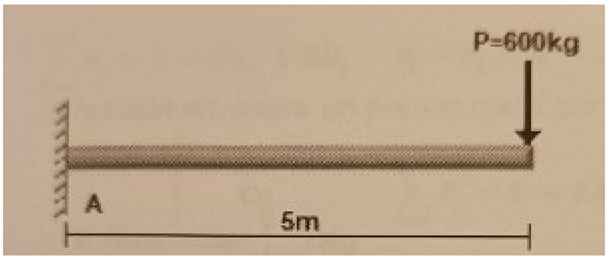
$$T=\frac{dM}{dx}=4\,kN-2\,kN/m\cdot x$$

Que es una recta decreciente cuyos valores en los extremos son para x=0, T=4 kN y para x=4, T=-4 kN, siendo la fuerza cortante nula en el centro.

Los diagramas quedarán:

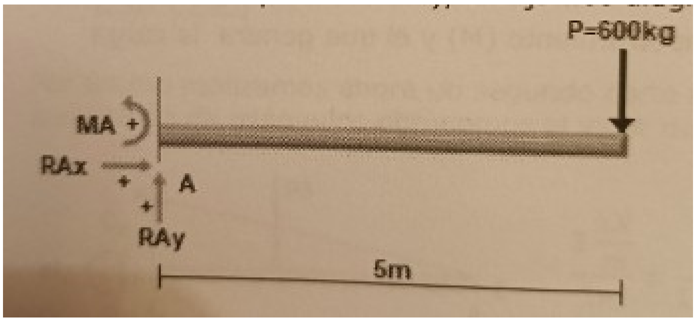


Cálculo en vigas en voladizo.



Recordemos que un empotramiento tiene tres incógnitas (dos reacciones de fuerzas en los ejes x e y y el momento del empotramiento.

De esta forma, el diagrama de cuerpo libre quedará de la siguiente forma, tomando los momentos en A:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - 600\,Kg \cdot 5\,m = 0 \Rightarrow M_A = 3000\,Kg \cdot m$$

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_{AY} - 600\,Kg = 0 \Rightarrow R_{AY} = 600\,Kg$$

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow R_{AX} = 0$$

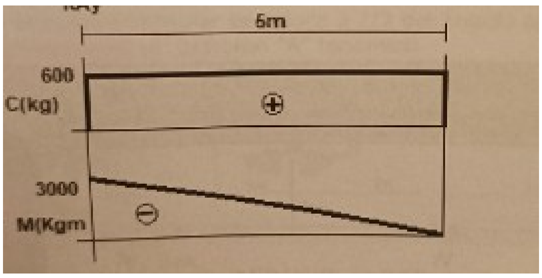
Calculamos ahora los momentos flectores y las fuerzas cortantes:

$$\sum M = 0 \Rightarrow 3000\,Kg \cdot m - 600\,Kg \cdot x + M = 0 \Rightarrow M = 600\,Kg \cdot x - 3000\,Kg \cdot m$$

Derivando:

$$T = \frac{dM}{dx} = 600\,Kg$$

Y las gráficas correspondientes serán:



CÁLCULO DE ESFUERZOS EN ESTRUCTURAS ARTICULADAS

Como se vio en la página 5, en las estructuras articuladas las barras están sometidas únicamente a tracción o compresión, dado que sus nudos permiten la rotación.

Estabilidad interna

Si llamamos *b* al número de barras de la estructura y *n* al número de nudos, las estructuras se clasifican, en función del exceso o defecto de barras en:

- **Inestables** (hay un defecto de barras) b<2n-3
- **Isostáticas** b=2n-3
- **Hiperestáticas** (hay un exceso de barras) b>2n-3

Estabilidad externa

En función del exceso o defecto de restricciones en los apoyos se clasifican en:

- **Inestables** número de incógnitas<3
- **Isostáticas** número de incógnitas=3
- **Hiperestáticas** número de incógnitas>3

Nos centraremos en estudiar las estructuras isostáticas tanto interior como exteriormente.

Al igual que en el caso de las vigas, en el equilibrio las estructuras no giran ni se desplazan, por lo que la condición de equilibrio será nuevamente:

$$\sum F_x=0 ; \sum F_y=0 ; \sum M=0$$

Considerando que estudiaremos estructuras articuladas bidimensionales.

Existen tres métodos para el cálculo de esfuerzos en este tipo de estructura:

- Método de los nudos.
- Método de las secciones o de Ritter.
- Método gráfico de Cremona.

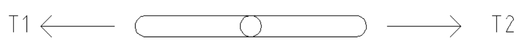
<u>Método de los nudos</u>

Para aplicar el método de los nudos seguiremos los siguientes pasos:

1. Calcular las reacciones en los apoyos mediante las ecuaciones de equilibrio del sistema (fuerzas y momentos).
2. Dibujar el diagrama de sólido libre de cada una de las partes (cada nudo).
3. Aplicamos las ecuaciones de equilibrio de fuerzas para cada nudo.
4. Si las fuerzas de reacción calculadas entran en el nudo, la barra está sometida a compresión.
5. Si las fuerzas de reacción calculadas salen del nudo, la barra está sometida a tracción.
6. Si el resultado es negativo, la fuerza tiene el sentido opuesto al que se le había asignado.

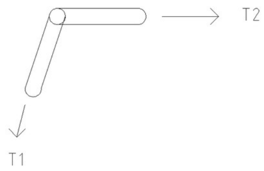
Se pueden simplificar los cálculos teniendo en cuenta algunos casos particulares:

- Un nudo con dos barras colineales y sin carga externa: las tensiones en ambas barras son idénticas:



$T_1=T_2$

- En un nudo con dos barras no colineales y sin carga las tensiones son nulas:

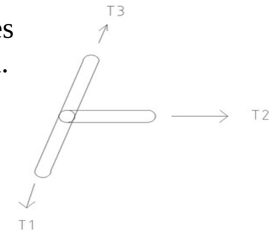


$T_{2y}=0$, por lo que $T_{1y}=T_1\cdot sen\alpha=0$, lo que implica que $T_1=0$ y por tanto $T_{1x}=0$ y por equilibrio $T_{1x}=T_2=0$

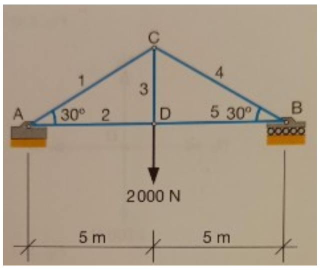
$$T_1=T_2=0$$

- Cuando en un nudo sobre el que no haya carga exterior concurren tres barras y dos de ellas están alienadas, la tensión en la tercera barra es nula.

$$T_2=0$$



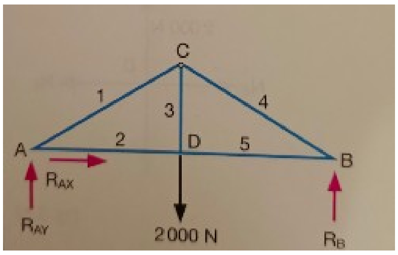
Ejemplo



Sea la cercha de la figura. Calcular las reacciones en los apoyos y las fuerzas a las que están sometidas cada una de las barras, indicando si están a tracción o compresión.

En primer lugar, dibujamos el diagrama de sólido libre, indicando sobre él las todas las fuerzas presentes. Al igual que en se hizo en el caso de las vigas, al ser el apoyo B móvil en él no habrá reacción en el eje x.

$$R_{AX}=0$$



En el eje y:

$$R_{AY}+R_{BY}-2kN=0 \quad (1)$$

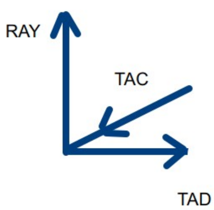
Y la suma de momentos respecto al punto A:

$$-2kN\cdot 5m+R_{BY}\cdot 10m=0 \quad (2)$$

Resolviendo el sistema queda:

$$\boxed{R_{AY} = 1\ kN;\ R_{BY} = 1\ kN}$$

Ahora calcularemos las fuerzas en cada barra, aplicando el equilibrio de fuerzas en cada nudo. Empezamos siempre por los apoyos:



En A:

Como la reacción R_{AY} va hacia arriba, la fuerza en la barra AC tiene que entrar en el nudo, por lo tanto suponemos que T_{AC} es un esfuerzo de compresión. Por lo tanto, la fuerza en la barra AD tiene que ser de tracción (saliendo del nudo). Como el ángulo entre las barras es de 30º, las ecuaciones para el nudo A serán:

$$\sum F_X=0\Rightarrow T_{AD}-T_{AC}\cdot\cos 30=0 \quad (3)$$

$$\sum F_Y=0\Rightarrow R_{AY}-T_{AC}\cdot sen 30=0 \quad (4)$$

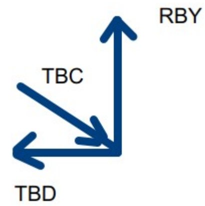
Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos:

T_{AC} = 2 kN (C)
T_{AD} = 1,73 kN (T)

Si alguna hubiese salido negativa, entonces el esfuerzo habría sido el contrario a supuesto al principio. En nuestro caso, al ser ambos positivos, hemos acertado al suponer que T_{AC} era de compresión y T_{AD} de tracción

Nudo B

Aplicamos las mismas consideraciones que en el nudo A



$$\sum F_X = 0 \Rightarrow T_{BC} \cdot \cos 30 - T_{BD} = 0 \quad (5)$$

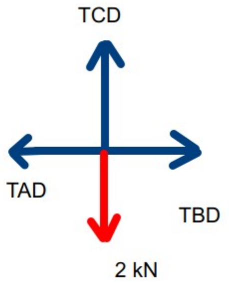
$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_{BY} - T_{BC} \cdot sen 30 = 0 \quad (6)$$

Si resolvemos el sistema de las ecuaciones (5) y (6) queda:

T_{BD} = 1,73 kN (T)

T_{BC} = 2 kN (C)

Sólo queda por calcular la fuerza a la que está sometida la barra CD. Podemos calcularla resolviendo los nudos D o C. Lo haremos en el D. Se puede usar luego el nudo C para comprobar que los resultados son correctos.



T_{AD} y T_{BD} son ambas de 1,73 kN y apuntan en sentidos contrarios, por lo que se anulan entre sí.

Del equilibrio de fuerzas en el eje Y se ve fácilmente que:

T_{CD} = 2 kN (T)

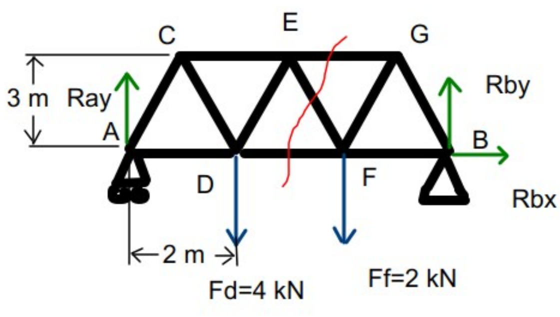
Y el problema está resuelto, ya que conocemos las reacciones en los apoyos así como el valor y sentido de las fuerzas en cada una de las barras.

Método de las secciones o de Ritter.

Se emplea cuando sólo queremos estudiar una parte de la estructura y no toda, por lo que permite calcular la tensión de una barra sin necesidad de obtener las de las barras restantes. Los pasos a aplicar son los siguientes:

1. Calcular las reacciones en los apoyos mediante las ecuaciones de equilibrio del sistema.
2. Dividir la estructura en dos partes por medio de una sección que corte como máximo tres barras de tensiones desconocidas.
3. Se aísla uno de los fragmentos y se traza el diagrama de sólido libre, suponiendo que todas las barras están a tracción (fuerzas saliendo de los nudos).
4. Se plantean las condiciones de equilibrio (fuerzas y momentos nulos) y se calculan las fuerzas. Si en una barra la fuerza es positiva, significa que está a tracción. Si el resultado es negativo, la barra en cuestión está a compresión.

Ejemplo



Deseamos calcular los esfuerzos en las barras EG, EF y DF de la estructura de la izquierda. En primer lugar, calculamos las reacciones en los apoyos, igual que en el método de los nudos.

Como no hay fuerzas externas en el eje x, $R_{BX} = 0$.

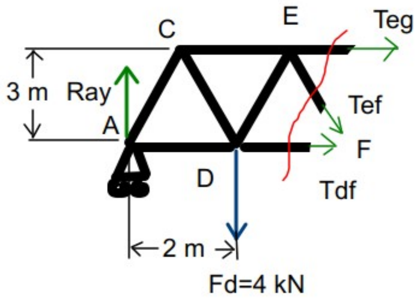
$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow R_{AY} - 4\,kN - 2\,kN + R_{BY} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -4\,kN \cdot 2\,m - 2\,kN \cdot 4\,m + R_{BY} \cdot 6\,m = 0$$

Resolviendo el sistema se obtienen las reacciones

R_{AY} = 3,33 kN; R_{BY} = 2,67 kN

A continuación cogemos la parte de la estructura que queda a la izquierda del corte, y suponemos que la fuerza en las tres barras incógnitas es de tracción.



Calculamos los momentos en el punto F e igualamos a cero, teniendo en cuenta que las fuerzas T_{DF} y T_{EF} no contribuyen al momento al apuntar al nudo F (son paralelas al vector distancia) y el criterio de signos:

$$-R_{AY}\cdot 4+F_d\cdot 2-T_{EG}\cdot 3=0\Rightarrow T_{EG}=-1{,}78\ N(C)$$

Al salir negativa, la tensión indica que la barra EG está sometida a compresión.

Con las ecuaciones de equilibrio para las fuerzas en los ejes x e y calculamos las otras dos tensiones:

$$\sum F_Y=0\Rightarrow R_{AY}-F_d-T_{EF}\cdot\cos 18{,}43=0\Rightarrow T_{EF}=-0{,}7\ kN(C)$$

La barra EF también está a compresión. Finalmente:

$$\sum F_X=0\Rightarrow T_{DF}+T_{EG}+T_{EF}\cdot sen\,18{,}43=0\Rightarrow T_{DF}=2\,kN\,(T)$$

Al ser positiva, la barra DF está sometida a un esfuerzo de tracción.

<u>Método de Cremona</u>

Es un forma gráfica de aplicar el método de los nudos a estructuras isostáticas.

1. Calcular las reacciones en los apoyos mediante las ecuaciones de equilibrio del sistema.
2. Numeramos cada barra y asignamos una letra a cada nudo.
3. Comenzamos por un nudo que tenga sólo dos barras, estableciendo las condiciones de equilibrio.
4. Operamos con nudos sucesivos, eligiéndolos de tal forma que sólo existan dos barras de fuerzas desconocidas.
5. Se van construyendo las gráficas, dibujando a escala polígonos de fuerza cerrados para cada nudo, teniendo en cuenta que cada fuerza en una barra, que actúa sobre los dos nudos en los que se apoya, sólo se representa una vez.
6. Se miden las fuerzas en el polígono y se pasan a una tabla. Las tensiones que entren en los nudos serán de compresión y las que salgan de tracción.