IES ILLA DE TAMBO **Boletín refuerzo 2º trimestre** **1º bachillerato**

Nombre y apellidos: **Fecha límite de entrega:** 4-4-25

Instrucciones:

- Se entregará está hoja con las resoluciones de los ejercicios grapadas.
- Deberá de justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios . En caso contrario no se valorará el apartado.
- Una vez resuelto el ejercicio hay que redactar correctamente la solución. En caso contrario no se valorará completamente el apartado.
- Este boletín sirve para reforzar los contenidos vistos en clase de cara a los exámenes. No es sustitutivo de un correcto estudio de los materiales de clase: apuntes, ejercicios de clase, exámenes previos, tareas, etc.

Ejercicios	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	TOTAL	NOTA
Puntos	1,5	0,75	1	1,5	1	0,5	0,75	0,75	1,75	1	0,5	11	10
Nota													

1. Determinar los dominio de las siguientes funciones.

   a) $f(x) = ln(x^2 - 9)$

   b) $g(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x^2-4}}$

   c) $h(x) = \dfrac{2x^3 - 5}{x^2 - 9}$

   d) $i(x) = \sqrt{2x-4} - \sqrt{-2x+6}$

   e) $m(x) = \dfrac{1}{x^2-4} + \sqrt{x^2-1}$

   f) $n(x) = log(\dfrac{x+5}{x}) - \sqrt{-2x+6}$

2. Dadas las funciones $f(x) = \dfrac{3x+2}{x-1}$ y $g(x) = \dfrac{x+5}{2x-3}$, calcular y simplificar $f \circ g$. Determinar su dominio.

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de forma exacta y aproxima la solución:

   a) $5^{x+1} \cdot 2^{3x} = 40$

   b) $25^x - 2 \cdot 5^x - 3 = 0$

   c) $log(x+3) + log(x-4) - log(9-x) = 1$

4. Una empresa que fabrica **bicicletas eléctricas** tiene un coste de producción dado por la función:

$$C(x) = \sqrt{5x+30}$$

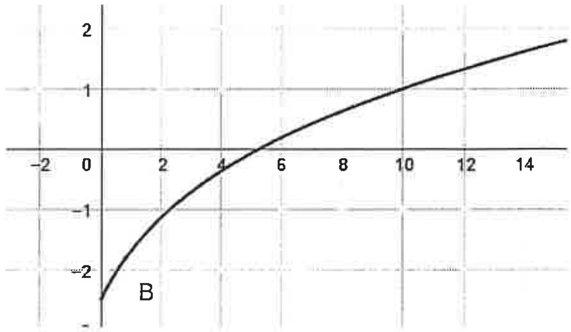
donde x es la cantidad de bicicletas fabricadas en **miles de unidades** y C(x) es el **coste total en millones de euros**. Los ingresos obtenidos vienen dados por la función:

$$I(x) = 3\sqrt{x+1}$$

donde x es la cantidad de bicicletas fabricadas en **miles de unidades** e I(x) son los ingresos obtenidos **en millones de euros**.

   a) Determinar la función de beneficios y su dominio matemático. ¿Cuál es el dominio en el contexto del problema? 0,15

b) En base a la siguiente gráfica, describir brevemente la evolución de la función de beneficios. 0,15



c) ¿Cuántos beneficios tendremos con una producción de 12 000 bicicletas? 0,15

d) ¿En qué momento se comenzará a tener beneficios? 0,35

e) ¿Cuántas bicicletas harán falta para obtener un millón de euros de beneficio? (Usar la fórmula). 0,7

5. Un equipo de científicos está estudiando el crecimiento de una población de bacterias en un laboratorio. Se observa que la cantidad de bacterias sigue un crecimiento exponencial, con las siguientes condiciones:

Colonia A: Inicialmente hay 500 bacterias y su población se duplica cada 2 horas.

Colonia B: Su población crece según la función.

$$n(t) = 4000 \cdot 4^{-t}$$

donde t está en horas. Se pide:

0,75 a) Escribe la función N que modela el crecimiento de la población de la Colonia A en función del tiempo t en horas.

0,1 b) ¿Qué cantidad de bacterias habrá entre ambas poblaciones a las 5 horas?

0,3 c) ¿En cuántas horas la población de la Colonia A superará el millón de bacterias?¿Y la colonia B?

0,35 d) ¿En qué instante ambas colonias tendrán la misma cantidad de bacterias? Representa con dicha información las funciones N y n en unos mismos ejes coordenados.

6. Si dos poblaciones evolucionan según las funciones:

$$N(t) = 3 \cdot 2^{\frac{t}{2}} \qquad \text{y} \qquad n(t) = 5 \cdot 2^{t}$$

donde el tiempo se mide en días y el número de individuos en miles de individuos. ¿Cúanto tardará en haber 1 millón de individuos entre ambas poblaciones?

7. Una colonia de bacterias comienza con 1400 individuos. El número total de bacterias decrece exponencialmente según el modelo:

$$B(t) = Ce^{kt}$$

donde B es el número de bacterias en función del tiempo t, medido en horas. Se sabe que después de 3 horas la población se ha reducido a 1000 bacterias.

0,25 a) Determinar la función B.

0,5 b) Otra colonia evoluciona según la función $b(t) = 500 \cdot 3^{t}$. Representar ambas conjuntamente. En caso de cortarse ambas gráficas determinar el valor exacto.

8. En una empresa de tecnología, se estudia el crecimiento del número de usuarios de una nueva aplicación móvil. El número de usuarios, en miles de personas, después de t semanas viene dado por la función

$$N(t) = 2 \cdot \log(t+4) - \log(t+2)$$

0,2 a) Determina el dominio matemático de la función.

b) ¿Cuál es el dominio contextual?

0,1

0,1 c) Determina el número de usuarios a las 6 semanas.

0,35 d) ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar los 1 000 usuarios?

9. Calcula los siguientes límites sin usar fórmulas ni métodos resumidos: (0,15 cada uno)

a) $\lim_{x\to\infty} \frac{-2x^5+5x^3+3x}{8x^5+4x^4+1} = -\frac{1}{4}$ b) $\lim_{x\to -5} \frac{2x^2+4x-30}{x^2-25} = \frac{8}{5}$ c) $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{5+x}-1}{\sqrt{x}+3} = \frac{2}{5}$

d) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{-2x+3}{-2x+1}\right)^{\frac{3x+5}{4}} = e^{-\frac{3}{4}}$ e) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{2\sqrt{x+3}-4} = 4$ f) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+6x}+3x^2+x}{\sqrt{x+3}+9x^2} = \frac{2}{3}$

g) $\lim_{x\to\infty} (\sqrt{4x^2-x}-2x) = \frac{-1}{4}$

→ 0,55

10. Representar gráficamente, de forma esquemática, una función con las siguientes características:

Dom $f = (-\infty, 2)$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 1 < f(1)$

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = -3$

f creciente en $(-\infty, 1)$ y decreciente en $(1, 2)$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$

f tiene una asíntota vertical en $x = 2$

Responde razonadamente a las siguientes cuestiones:

0,15 a) ¿Es posible que $f(0) = -4$? ¿Es posible que $f(0) = 1$? ¿Qué rango de valores puede alcanzar $f(0)$?

0,15 b) ¿Cuál es el valor máximo que alcanza la función?

0,15 c) ¿Cuánto vale $\lim_{x\to 1} f(x)$?

11. Estudia siguientes funciones son continuas. En caso de tener alguna discontinuidad indicar de que tipo es y representar dicha discontinuidad.

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-3}, & x < 3 \\ 5x-9, & x \geq 3 \end{cases}$ 0,17

b) $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x+7}, & x < 2 \\ x^2+1, & x \geq 2 \end{cases}$ 0,17

c) $h(x) = \begin{cases} \sqrt{x+7}, & x < 2 \\ x^2-1, & x \geq 2 \end{cases}$ 0,17

1

a) $f(x)=\ln(x^2-9)$ $\quad \boxed{x^2-9>0}$

i) $x^2-9=0 \to x^2=9 \to x=\pm\sqrt{9} \to x=\pm 3$

ii) Signo x^2-9

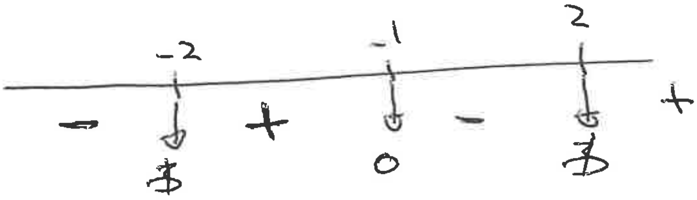
$$\boxed{\text{Dom } f = (-\infty,-3)\cup(3,\infty)}$$

b) $g(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x^2-4}}$ $\quad \boxed{\dfrac{x+1}{x^2-4}\geq 0}$

i) • $x+1=0 \to \boxed{x=-1}$

• $x^2-4=0 \to x^2=4 \to x=\pm\sqrt{4} \to \boxed{x=\pm 2}$

ii) Signo $\dfrac{x+1}{x^2-4}$



$$\boxed{\text{Dom } g = (-2,-1]\cup(2,\infty)}$$

c) $h(x)=\dfrac{2x^3-5}{x^2-9}$ $\quad x^2-9=0 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{9} \Rightarrow \boxed{x=\pm 3}$

$$\boxed{\text{Dom } h = \mathbb{R}-\{-3,+3\}}$$

d) $i(x)=\underbrace{\sqrt{2x-4}}_{i_1}-\underbrace{\sqrt{-2x+6}}_{i_2}$ $\quad i = i_1 - i_2$

$\text{Dom } i = \text{Dom } i_1 \cap \text{Dom } i_2$

1) $\text{Dom } i_1 = [2,\infty)$

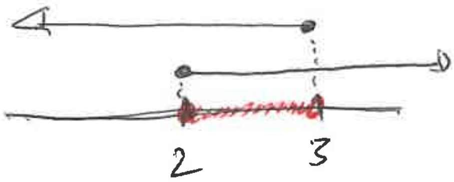
$2x-4\geq 0 \Rightarrow 2x\geq 4 \Rightarrow x\geq \frac{4}{2} \Rightarrow x\geq 2$

2) $\text{Dom } i_2 = (-\infty,3]$

$-2x+6\geq 0 \Rightarrow -2x\geq -6 \Rightarrow x\leq \frac{-6}{-2} \Rightarrow x\leq 3$

Por lo tanto

$$\boxed{\text{Dom } i = \text{Dom } i_1 \cap \text{Dom } i_2 = [2,3]}$$



e) $m(x) = \underbrace{\frac{1}{x^2-4}}_{m_1} + \underbrace{\sqrt{x^2-1}}_{m_2}$ $\qquad m = m_1 + m_2$

$\text{Dom } m = \text{Dom } m_1 \cap \text{Dom } m_2$

i) $\text{Dom } m_1 = \mathbb{R} - \{-2, +2\}$

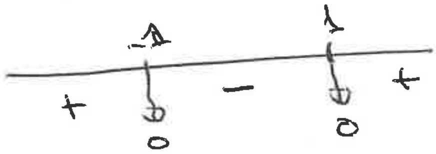
$x^2-4=0 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm\sqrt{4} \rightarrow x=\pm 2$

ii) $\text{Dom } m_2 = (-\infty,-1] \cup [1,\infty)$

$\boxed{x^2-1 \geq 0}$

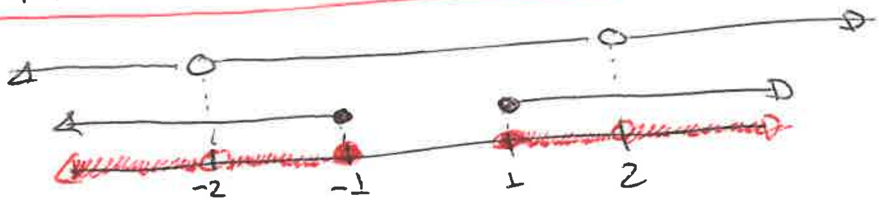
• $x^2-1=0 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm\sqrt{1} \rightarrow x=\pm 1$

• Signo x^2-1



Luego

$\boxed{\text{Dom } m = \text{Dom } m_1 \cap \text{Dom } m_2 = (-\infty,-2) \cup (-2,-1] \cup [1,2) \cup (2,\infty)}$



f) $n(x) = \underbrace{\log\left(\frac{x+5}{x}\right)}_{n_1} - \underbrace{\sqrt{-2x+6}}_{n_2}$ $\qquad n = n_1 - n_2 \qquad \text{Dom } n = \text{Dom } n_1 \cap \text{Dom } n_2$

i) $\text{Dom } n_1 = (-\infty,-5) \cup (0,\infty)$

$\frac{x+5}{x} > 0 \qquad \bullet \begin{cases} x+5=0 \rightarrow \boxed{x=-5} \\ \boxed{x=0} \end{cases}$

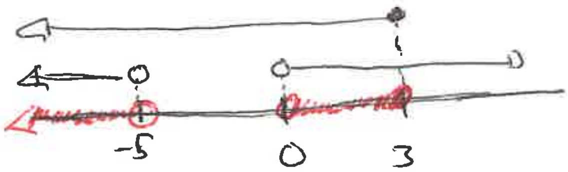
• Signo $\frac{x+5}{x}$

ii) $\text{Dom } n_2 = (-\infty,3]$

$-2x+6 \geq 0 \rightarrow -2x \geq -6 \Rightarrow x \leq \frac{-6}{-2} \Rightarrow \boxed{x \leq 3}$

Por lo tanto:

$\boxed{\text{Dom } n = \text{Dom } n_1 \cap \text{Dom } n_2 = (-\infty,-5) \cup (0,3]}$



②

$f(x)=\frac{3x+2}{x-1}$ $\qquad g(x)=\frac{x+5}{2x-3}$

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f\left(\frac{x+5}{2x-3}\right)=\frac{3\left(\frac{x+5}{2x-3}\right)+2}{\left(\frac{x+5}{2x-3}\right)-1}=\frac{\frac{3x+15}{2x-3}+2}{\frac{x+5}{2x-3}-1}=$$

$$=\frac{\frac{3x+15}{2x-3}+\frac{2(2x-3)}{2x-3}}{\frac{x+5}{2x-3}+\frac{(-1)(2x-3)}{2x-3}}=\frac{\frac{3x+15}{2x-3}+\frac{4x-6}{2x-3}}{\frac{x+5}{2x-3}+\frac{-2x+3}{2x-3}}=\frac{\frac{7x+9}{\cancel{2x-3}}}{\frac{-x+8}{\cancel{2x-3}}}=\frac{7x+9}{-x+8}$$

Luego: $\boxed{(f\circ g)(x)=\frac{7x+9}{-x+8}}$ su dominio es $\mathbb{R}-\{8\}$

③

a) $5^{x+1}\cdot 2^{3x}=40 \rightarrow \log\left(5^{x+1}\cdot 2^{3x}\right)=\log 40 \rightarrow \log 5^{x+1}+\log 2^{3x}=\log 40$

$\rightarrow (x+1)\log 5+3x\log 2=\log 40 \rightarrow x\log 5+\log 5+3x\log 2=\log 40$

$\rightarrow x\log 5+3x\log 2=\log 40-\log 5 \rightarrow x(\log 5+3\log 2)=\log 40-\log 5$

$\rightarrow \boxed{x=\frac{\log 40-\log 5}{\log 5+3\log 2}\simeq 0{,}564}$ Comprobación ✓

NOTA
También se puede simplificar la solución mediante las propiedades de los logaritmos:

$$x=\frac{\log 40-\log 5}{\log 5+3\log 2}=\frac{\log\left(\frac{40}{5}\right)}{\log 5+\log 2^3}=\frac{\log 8}{\log 5+\log 8}=\frac{\log 8}{\log(5\cdot 8)}=\frac{\log 8}{\log 40}=\log_{40}8$$

COMPROBACIÓN

$\cdot\, x\simeq 0{,}564 \rightarrow 5^{0{,}564+1}\cdot 2^{3\cdot 0{,}564}\simeq 40$ ✓

b) $25^x - 2\cdot 5^x - 3 = 0 \rightarrow u^2 - 2u - 3 = 0 \begin{cases} \rightarrow u_1 = -1 & \underline{\text{CASO I}} \\ \rightarrow u_2 = 3 & \underline{\text{CASO II}} \end{cases}$

$$\boxed{\begin{array}{l} u = 5^x \\ u^2 = (5^x)^2 = (5^2)^x = 25^x \end{array}}$$

<u>CASO I</u> $5^x = -1$ Imposible, ya que $5^x > 0$

<u>CASO II</u> $5^x = 3 \rightarrow \log_5 5^x = \log_5 3 \rightarrow x \underbrace{\log_5 5}_{1} = \log_5 3 \rightarrow x = \log_5 3$

$x \simeq 0{,}683$

<u>SOLUCIÓN</u> $\boxed{x = \log_5 3 \simeq 0{,}683}$ Comprobación ✓

c) $\log(x+3) + \log(x-4) - \log(9-x) = 1 \rightarrow \log\left((x+3)(x-4)\right) - \log(9-x) = 1$

$\rightarrow \log\left(\dfrac{(x+3)(x-4)}{9-x}\right) = 1 \rightarrow \dfrac{(x+3)(x-4)}{9-x} = 10^1 \rightarrow \dfrac{x^2-4x+3x-12}{9-x} = 10$

$\rightarrow x^2 - x - 12 = 10(9-x) \rightarrow x^2 - x - 12 = 90 - 10x \rightarrow \boxed{x^2 + 9x - 102 = 0}$

$\rightarrow x = \dfrac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4\cdot 1\cdot(-102)}}{2\cdot 1} = \dfrac{-9 \pm \sqrt{489}}{2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{-9+\sqrt{489}}{2} \simeq 6{,}557 \\ x_2 = \dfrac{-9-\sqrt{489}}{2} \simeq -15{,}557 \end{cases}$

<u>COMPROBACIÓN</u>

- $x_1 \simeq 6{,}557 \rightarrow \log(6{,}557+3) + \log(6{,}557-4) - \log(9-6{,}557) \simeq 1$ ✓
- $x_2 \simeq -15{,}557 \rightarrow \underbrace{\log(-12{,}557)}_{\nexists} + \ldots$ ✗

<u>SOLUCIÓN</u> $\boxed{x = \dfrac{-9+\sqrt{489}}{2} \simeq 6{,}557}$

4)

a) $B(x) = I(x) - G(x) = 3\sqrt{x+1} - \sqrt{5x+30}$

Como $B = I - G$ entonces $\underline{Dom\, B = Dom\, I \cap Dom\, G}$

1) $Dom\, I = [-1, \infty)$

$x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1$

2) $Dom\, B = [-6, \infty)$

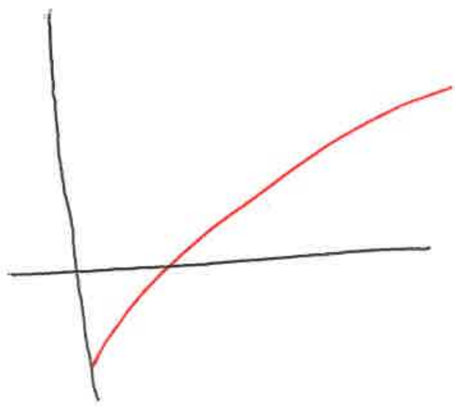
$5x+30 \geq 0 \rightarrow 5x \geq -30 \rightarrow x \geq -\frac{30}{5} \rightarrow x \geq -6$

Luego, su dominio matemático es

$$\boxed{Dom\, B = Dom\, I \cap Dom\, G = [-1, \infty)}$$

Su dominio en el contexto del problema es $[0, \infty)$

b) Con 0 ventas la función tiene pérdidas. A medida que se venden más productos los beneficios aumentan. Los beneficios pasarán a ser positivos a partir de 5000 bicicletas aproximadamente.



c) $P(12) = 3\sqrt{12+1} - \sqrt{5 \cdot 12+30} = 3\sqrt{13} - \sqrt{90} = 3\sqrt{13} - 3\sqrt{10}$

$\simeq \boxed{1,330 \text{ millones de euros}} = 1\ 330\ 000$ €

d) $P(x) = 0 \rightarrow 3\sqrt{x+1} - \sqrt{5x+30} = 0 \rightarrow 3\sqrt{x+1} = \sqrt{5x+30} \xrightarrow{(\ )^2}$

$(3\sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{5x+30})^2 \rightarrow 9(x+1) = 5x+30 \rightarrow 9x+9 = 5x+30 \rightarrow$

$9x-5x = 30-9 \rightarrow 4x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{4} = 5,25$ miles de bicicletas

Sol: Tendrá beneficios si vende más de $\boxed{5\ 250 \text{ bicicletas}}$

e) $P(x) = 1 \rightarrow 3\sqrt{x+1} - \sqrt{5x+30} = 1 \rightarrow 3\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{5x+30} \xrightarrow{(\ )^2}$

$(3\sqrt{x+1})^2 = (1+\sqrt{5x+30})^2 \rightarrow 9(x+1) = 1 + 2\sqrt{5x+30} + 5x+30 \rightarrow 9x+9-5x-31 = 2\sqrt{5x+30}$

$\rightarrow 4x-22 = 2\sqrt{5x+30} \xrightarrow[:2]{} 2x-11 = \sqrt{5x+30} \rightarrow (2x-11)^2 = (\sqrt{5x+30})^2 \rightarrow 4x^2-44x+121 =$

$5x+30 \rightarrow 4x^2-44x+121-5x-30 = 0 \rightarrow 4x^2-49x+91 = 0 \rightarrow x_1 = 9,968$ ✓ ; $x_2 = 2,282$ ✗

Solución: Habrá que vender $\underline{\text{aproximadamente } 9\ 968 \text{ bicicletas}}$.

5

a) $\left.\begin{array}{l} N(0)=500 \\ N(2)=500\cdot 2 \\ N(4)=500\cdot 2^2 \\ N(6)=500\cdot 2^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{N(t)=500\cdot 2^{t/2}}$ o también $N(t)=500\cdot(\sqrt{2})^t$

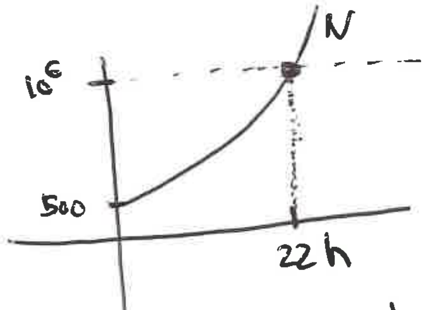
Nótese que es una función creciente

b) $N(5)+n(5)=500\cdot 2^{5/2}+4000\cdot 4^{-5} \simeq \boxed{2832 \text{ bacterias}}$

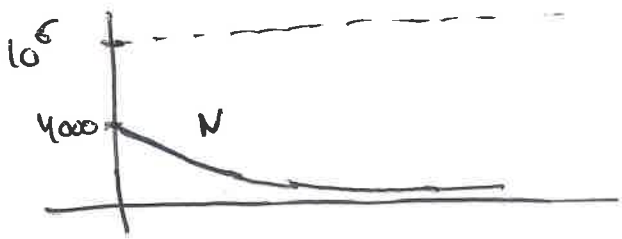
c) $N(t)=10^6 \to 500\cdot 2^{t/2}=10^6 \to 2^{t/2}=\frac{10^6}{500} \to 2^{t/2}=2000 \to$

$\log_2 2^{t/2}=\log_2 2000 \to \frac{t}{2}\underbrace{\log_2 2}_{1}=\log_2 2000 \to t=2\log_2 2000 \simeq 21,9$

La colonia A superará el millón de bacterias aproximadamente a las 22 horas



La colonia B nunca superará el millón de bacterias pues $n(t)=4000\cdot 4^{-t}$ es decreciente y empieza en 4000 individuos

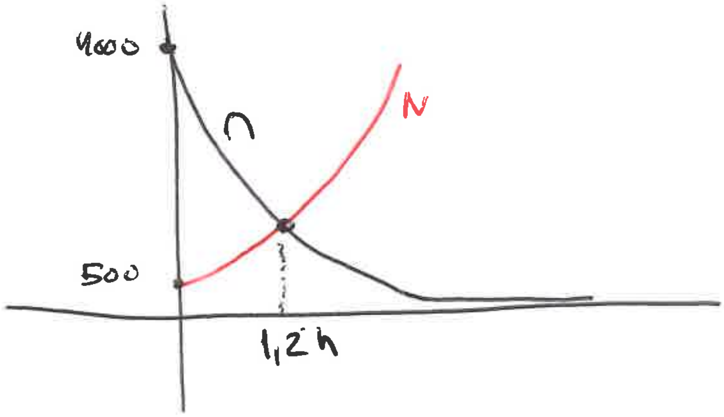


d) $N(t)=n(t) \to 500\cdot 2^{t/2}=4000\cdot 4^{-t} \to \log(500\cdot 2^{t/2})=\log(4000\cdot 4^{-t})$

$\to \log 500+\log 2^{t/2}=\log 4000+\log 4^{-t} \to \log 500+\frac{t}{2}\log 2=\log 4000-t\log 4$

$\to \frac{t}{2}\log 2+t\log 4=\log 4000-\log 500 \to t\left(\frac{1}{2}\log 2+\log 4\right)=\log 4000-\log 500$

$\to t=\dfrac{\log 4000-\log 500}{\frac{1}{2}\log 2+\log 4}=\boxed{1,2 \text{ h}}$



⑥ $N(t) = 3 \cdot 2^{t/2}$ $\qquad n(t) = 5 \cdot 2^{t}$

$N(t) + n(t) = 1000 \rightarrow 3 \cdot 2^{t/2} + 5 \cdot 2^{t} = 1000 \rightarrow 3u + 5u^2 = 1000 \rightarrow$

$$\boxed{\begin{array}{l} u = 2^{t/2} \\ u^2 = (2^{t/2})^2 = 2^t \end{array}}$$

$\rightarrow \quad 5u^2 + 3u - 1000 = 0 \quad \begin{cases} u_1 \simeq 13{,}845 & \text{CASO I} \\ u_2 \simeq -14{,}445 & \text{CASO II} \end{cases}$

CASO I $\quad 2^{t/2} = 13{,}845 \rightarrow \log_2 2^{t/2} = \log_2 13{,}845 \rightarrow \frac{t}{2} \underbrace{\log_2 2}_{1} = \log_2 13{,}845$

$\rightarrow \frac{t}{2} = \log_2 13{,}845 \rightarrow t = 2 \log_2 13{,}845 \simeq 7{,}58$

CASO II $\quad 2^{t/2} = -14{,}445$ Imposible $\quad 2^{t/2} > 0$

COMPROBACIÓN

$3 \cdot 2^{\frac{7{,}58}{2}} + 5 \cdot 2^{7{,}58} \simeq 1000$ ✓

SOLUCIÓN: A las 7,58 h (aproximadamente) habrá 1 millón de individuos entre ambas poblaciones.

⑦

$B(t) = C_1 e^{Kt}$

a) • $B(0) = 1400 \to C_1 e^{K\cdot 0} = 1400 \to C_1 e^0 = 1400 \to C_1 \cdot 1 = 1400 \to \boxed{C_1 = 1400}$

• $B(3) = 1000 \to 1400\, e \;= 1000 \to e \;= \frac{1000}{1400} \to e = \frac{5}{7} \to$

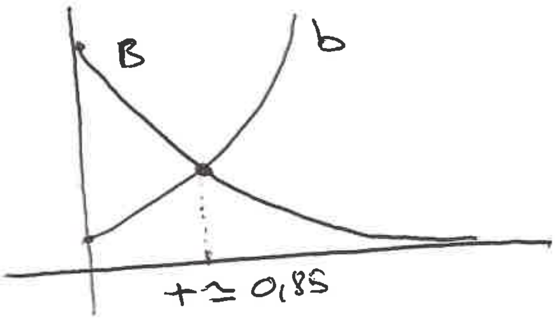
$\to \ln e \;= \ln\left(\frac{5}{7}\right) \to 3K \underbrace{\ln e}_{1} = \ln\left(\frac{5}{7}\right) \to 3K = \ln\left(\frac{5}{7}\right) \to$

$$\boxed{K = \frac{1}{3}\ln\left(\frac{5}{7}\right) \simeq -0{,}112}$$

La función es:

$$\boxed{B(t) = 1400\, e^{\frac{1}{3}\ln\left(\frac{5}{7}\right)t}} \quad \text{o también} \quad \boxed{B(t) \simeq 1400\, e^{-0{,}112t}}$$

b)



$B(t) = b(t) \Rightarrow 1400\, e^{\frac{1}{3}\ln\left(\frac{5}{7}\right)t} = 500\cdot 3^t$

$\Rightarrow \ln\left(1400\, e^{\frac{1}{3}\ln(5/7)t}\right) = \ln(500\cdot 3^t)$

$\Rightarrow \ln 1400 + \ln e^{\frac{1}{3}\ln(5/7)t} = \ln 500 + \ln 3^t$

$\Rightarrow \ln 1400 + \frac{1}{3}\ln\left(\frac{5}{7}\right)t \underbrace{\ln e}_{\substack{\parallel \\ 1}} = \ln 500 + t\ln 3 \Rightarrow \frac{1}{3}\ln\left(\frac{5}{7}\right)t - t\ln 3 = \ln 500 - \ln 1400$

$\Rightarrow t\left(\frac{1}{3}\ln\left(\frac{5}{7}\right) - \ln 3\right) = \ln 500 - \ln 1400 \Rightarrow t = \dfrac{\ln 500 - \ln 1400}{\frac{1}{3}\ln\left(\frac{5}{7}\right) - \ln 3} \simeq 0{,}85 \text{ h}$

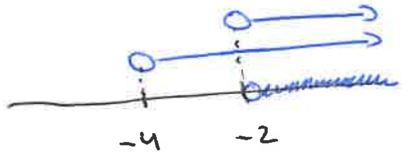
Las gráficas se cortan en $t \simeq 0{,}85$ h.

(8) $N(t) = \overbrace{2\log(t+4)}^{N_1} - \overbrace{\log(t+2)}^{N_2}$ $\qquad N = N_1 - N_2$

a) $\text{Dom } N = \text{Dom } N_1 \cap \text{Dom } N_2 = (-2, \infty)$

$\text{Dom } N_1 = (-4, \infty)$ | $\text{Dom } N_2 = (-2, \infty)$

$t+4 > 0 \rightarrow t > -4$ | $t+2 > 0 \rightarrow t > -2$



b) El dominio contextual es $[0, \infty)$

c) $N(6) = 2\log(6+4) - \log(6+2) = 2\log 10 - \log 8 = 2 - \log 8$

$\simeq 1{,}1$ miles de personas

SOL: A las 6 semanas hay aproximadamente 1 100 usuarios.

d) $N(t) = 1 \rightarrow 2\log(t+4) - \log(t+2) = 1 \rightarrow \log(t+4)^2 - \log(t+2) = 1$

$\rightarrow \log \frac{(t+4)^2}{t+2} = 1 \rightarrow \frac{(t+4)^2}{t+2} = 10^1 \rightarrow t^2 + 8t + 16 = 10(t+2)$

$\rightarrow t^2 + 8t + 16 = 10t + 20 \rightarrow t^2 + 8t + 16 - 10t - 20 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow t^2 - 2t - 4 = 0 \rightarrow t = 1 \pm \sqrt{5}$ $\rightarrow t_1 \simeq -1{,}24$ × Fuera del dominio

$\rightarrow \boxed{t_2 \simeq 3{,}24}$

SOL: Para llegar a 1000 usuarios deberán pasar aproximadamente 3,24 semanas.

9

a) $$\lim_{x\to\infty} \frac{-2x^5+5x^3+3x}{8x^5+4x^4+1} = \frac{-\infty}{\infty} \text{ INDT} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{-2x^5+5x^3+3x}{x^5}}{\frac{8x^5+4x^4+1}{x^5}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{-2x^5}{x^5}+\frac{5x^3}{x^5}+\frac{3x}{x^5}}{\frac{8x^5}{x^5}+\frac{4x^4}{x^5}+\frac{1}{x^5}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-2+\underbrace{\frac{5}{x^2}}_{\to 0}+\underbrace{\frac{3}{x^4}}_{\to 0}}{8+\underbrace{\frac{4}{x}}_{\to 0}+\underbrace{\frac{1}{x^5}}_{\to 0}} = \frac{-2}{8} = \boxed{-\frac{1}{4}}$$

b) $$\lim_{x\to -5} \frac{2x^2+4x-30}{x^2-25} = \frac{0}{0} \text{ INDT} = \lim_{x\to -5} \frac{\cancel{(x+5)}(2x-6)}{\cancel{(x+5)}(x-5)} = \lim_{x\to -5} \frac{2x-6}{x-5} = *$$

	2	4	-30
-5		-10	30
	2	-6	0

$$* = \frac{-16}{-10} = \boxed{\frac{8}{5}}$$

c) $$\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{5+x}-1}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{9}-1}{\sqrt{4}+3} = \frac{3-1}{2+3} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

d) $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{-2x+3}{-2x+1}\right)^{\frac{3x+5}{4}} = 1^{\infty} \text{ INDT} = \lim_{x\to\infty} \left(1-1+\frac{-2x+3}{-2x+1}\right)^{\frac{3x+5}{4}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{2x-1}{-2x+1}+\frac{-2x+3}{-2x+1}\right)^{\frac{3x+5}{4}} = \lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{2}{-2x+1}\right)^{\frac{3x+5}{4}} = \lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{\frac{-2x+1}{2}}\right)^{\frac{3x+5}{4}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{\frac{-2x+1}{2}}\right)^{\frac{-2x+1}{2}\cdot\frac{2}{-2x+1}\cdot\frac{3x+5}{4}} = \lim_{x\to\infty} \left[\left(1+\frac{1}{\frac{-2x+1}{2}}\right)^{\frac{-2x+1}{2}}\right]^{\frac{2}{-2x+1}\cdot\frac{3x+5}{4}}$$

$$= e^{\lim_{x\to\infty} \frac{2}{-2x+1}\cdot\frac{3x+5}{4}} = e^{\lim_{x\to\infty} \frac{6x+10}{-8x+4}} = e^{\frac{6}{-8}} = \boxed{e^{-\frac{3}{4}}}$$

e) $$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{2\sqrt{x+3}-4} = \frac{0}{0} \text{ INDT} = \lim_{x\to 1} \frac{(x^2-1)(2\sqrt{x+3}+4)}{(2\sqrt{x+3}-4)(2\sqrt{x+3}+4)} = \lim_{x\to 1} \frac{(x^2-1)(2\sqrt{x+3}+4)}{(2\sqrt{x+3})^2-4^2}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x^2-1)(2\sqrt{x+3}+4)}{4(x+3)-16} = \lim_{x\to 1} \frac{(x^2-1)(2\sqrt{x+3}+4)}{4x-4} = \lim_{x\to 1} \frac{(x+1)\cancel{(x-1)}(2\sqrt{x+3}+4)}{4\cancel{(x-1)}}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x+1)(2\sqrt{x+3}+4)}{4} = \frac{2\cdot 8}{4} = \boxed{4}$$

d) $$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+6x}+3x^2+x}{\sqrt{x+3}+9x^2} = \frac{\infty}{\infty} \text{ INDT} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{\sqrt{9x^4+6x}+3x^2+x}{x^2}}{\frac{\sqrt{x+3}+9x^2}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{\sqrt{9x^4+6x}}{x^2}+\frac{3x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}}{\frac{\sqrt{x+3}}{x^2}+\frac{9x^2}{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4+6x}{x^4}}+3+\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x+3}{x^4}}+9} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9+\underbrace{\frac{6}{x^3}}_{\to 0}}+3+\underbrace{\frac{1}{x}}_{\to 0}}{\sqrt{\underbrace{\frac{1}{x^3}}_{\to 0}+\underbrace{\frac{3}{x^4}}_{\to 0}}+9} = \frac{\sqrt{9}+3}{9} = \frac{6}{9} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

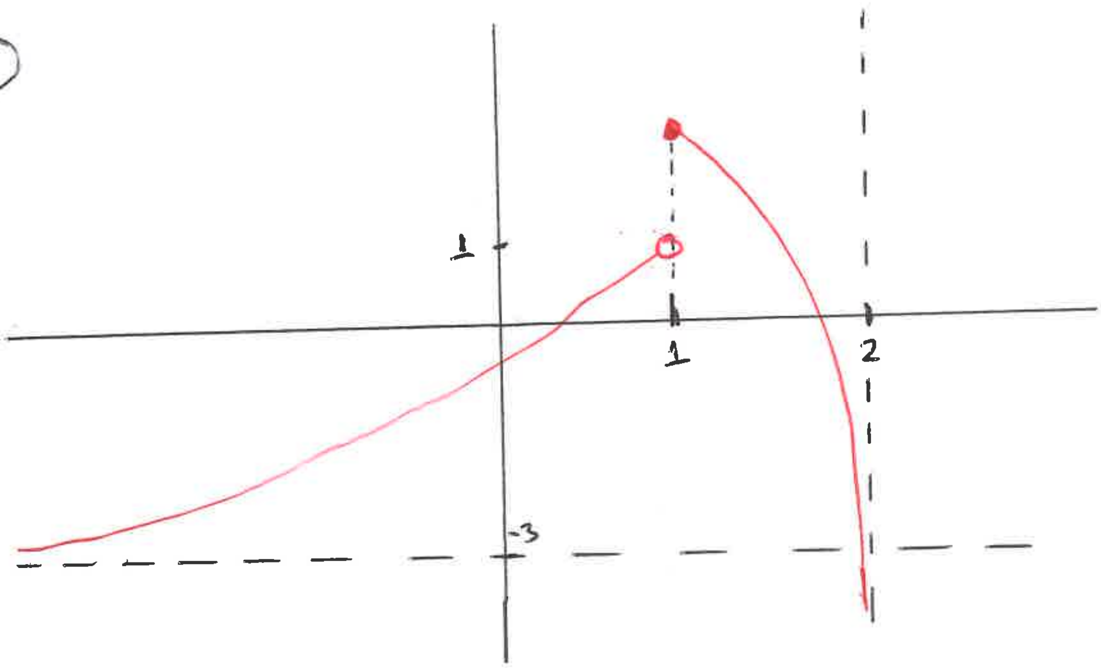
g) $$\lim_{x\to\infty} (\sqrt{4x^2-x}-2x) = \infty-\infty \text{ INDT} = \lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{4x^2-x}-2x)(\sqrt{4x^2-x}+2x)}{\sqrt{4x^2-x}+2x}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{4x^2-x})^2-(2x)^2}{\sqrt{4x^2-x}+2x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{4x^2}-x-\cancel{4x^2}}{\sqrt{4x^2-x}+2x} = \frac{-\infty}{\infty} \text{ INDT} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{-x}{x}}{\frac{\sqrt{4x^2-x}+2x}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-1}{\frac{\sqrt{4x^2-x}}{x}+\frac{2x}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-1}{\sqrt{\frac{4x^2-x}{x^2}}+2} = \lim_{x\to\infty} \frac{-1}{\sqrt{4-\underbrace{\frac{1}{x}}_{\to 0}}+2}$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{4}+2} = \boxed{\frac{-1}{4}}$$

10



a) • $f(0)=-4$ es imposible, ya que la función es creciente en $(-\infty,1)$ y $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-3$, de lo que se deduce que $f(0)>-3$

• $f(0)=1$ tampoco es posible, ya que por ser creciente en $(-\infty,1)$ siempre tenemos $f(0)<\lim_{x\to1^-} f(x)=1$

• Puede alcanzar cualquier valor entre -3 y 0, es decir $f(0)\in(-3,1)$

b) Como es creciente antes del 1 y decreciente después, claramente el valor máximo será $f(1)$.

c) $\lim_{x\to1} f(x) = \nexists$ ya que los límites laterales son distintos

$$\lim_{x\to1^-} f(x) = 1 < \lim_{x\to1^+} f(x).$$

(11) a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-3} & \text{si } x<3\\ 5x-9 & \text{si } x\geq 3\end{cases}$ $\quad$ Dom $f=\mathbb{R}$

• f es continua en $(-\infty,3)$ por ser racional.
• f es continua en $(3,\infty)$ por ser polinómica.

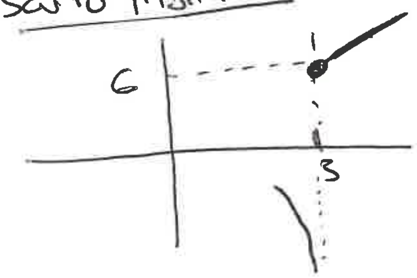
$\boxed{\text{CONTINUIDAD EN } x=3}$ $\quad f(3)=\lim_{x\to3^-} f(x)=\lim_{x\to3^+} f(x)$

• $f(3)=5\cdot3-9=15-9=6$

• $\lim_{x\to3^-} f(x)=\lim_{x\to3^-} \dfrac{x^2-4}{x-3}=\dfrac{5}{0^-}=-\infty$

• $\lim_{x\to3^+} f(x)=\lim_{x\to3^+} 5x-9=15-9=6$

$\Rightarrow$ f tiene una discontinuidad de salto infinito en $x=3$



SOLUCIÓN: f continua en $\mathbb{R}-\{3\}$

b) $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x+7} & \text{si } x < 2 \\ x^2+1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ Dom $g = [-7, \infty)$

g es continua en $[-7, 2)$ por ser función irracional.

g es continua en $(2, \infty)$ por ser función polinómica.

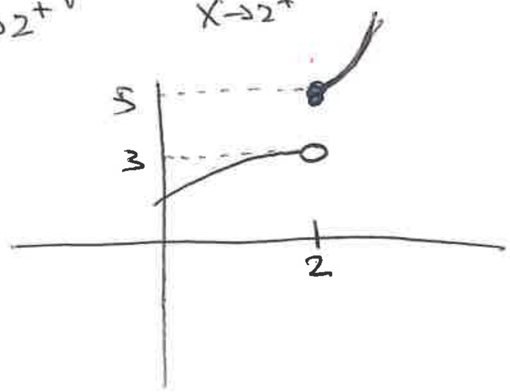
$\boxed{\text{CONTINUIDAD EN } x=2}$ $f(2) = \lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x)$

$f(2) = 2^2+1 = 4+1 = 5$

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \sqrt{x+7} = \sqrt{9} = 3$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} x^2+1 = 4+1 = 5$

$\Rightarrow$ f es discontinua en $x=2$. Tiene una discontinuidad de salto finito.



CONCLUSIÓN: f continua en $[-7, \infty) - \{2\}$

c) $h(x) = \begin{cases} \sqrt{x+7} & \text{si } x < 2 \\ x^2-1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ Dom $= [-7, \infty)$

h continua en $(-\infty, 2)$ por ser función irracional

h continua en $(2, \infty)$ por ser función polinómica

$\boxed{\text{CONTINUIDAD EN } x=2}$ $f(2) = \lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x)$

$f(2) = 2^2-1 = 4-1 = 3$

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \sqrt{x+7} = \sqrt{9} = 3$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} x^2-1 = 2^2-1 = 4-1 = 3$

$\Rightarrow$ f continua en $x=2$

CONCLUSIÓN: f continua en $[-7, \infty)$