

Nombre y apellidos:

CORRECCION  
1º BACH A

Curso:

Grupo:

N.º:

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de típex y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios. En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	TOTAL	NOTA
Puntos	1	2	2	1,5	1,5	8	10
Nota							

1. Determinar el dominio de:  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \frac{1}{x+3}$

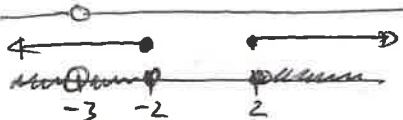
$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \frac{1}{x+3}$   $f = f_1 + f_2$   $Dom f = Dom f_1 \cap Dom f_2$  (0,75)

1.  $Dom f_1$   $x^2 - 4 \geq 0$   
 $x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 4 \rightarrow x = \pm \sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2$   
 Signo  $x^2 - 4$   $\begin{matrix} + & - & + \\ | & | & | \\ -2 & 2 & \end{matrix}$  (0,75)

$Dom f_1 = (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$  (0,75)

2.  $Dom f_2 = \mathbb{R} - \{-3\}$  (0,75)

3.  $Dom f = Dom f_1 \cap Dom f_2 = (-\infty, -3) \cup (-3, -2] \cup [2, \infty)$  (1)



2. Una colonia de bacterias comienza con 1500 individuos. El número total de bacterias decrece exponencialmente según el modelo:

$$B(t) = Ce^{kt}$$

donde B es el número de bacterias en función del tiempo t, medido en horas. Se sabe que después de 6 horas la población se ha reducido a 900 bacterias. Se pide:

(0,5) a) Determinar la función B(t).

$B(0) = 1500 \rightarrow Ce^{k \cdot 0} = 1500 \rightarrow C e^0 = 1500 \rightarrow C = 1500$  (0,25)

$B(6) = 900 \rightarrow 1500 e^{6k} = 900 \rightarrow e^{6k} = \frac{900}{1500} \rightarrow e^{6k} = \frac{3}{5} \rightarrow \ln e^{6k} = \ln\left(\frac{3}{5}\right)$

$\rightarrow 6k \ln e = \ln\left(\frac{3}{5}\right) \rightarrow 6k = \ln\left(\frac{3}{5}\right) \rightarrow k = \frac{1}{6} \ln\left(\frac{3}{5}\right)$  (0,5)

$B(t) = 1500 e^{\frac{1}{6} \ln\left(\frac{3}{5}\right) t}$

o también  $B(t) \approx 1500 e^{-0,085t}$

0.9 b) ¿Cuánto tiempo tardará en reducirse a 400 bacterias? - (Si no has deducido la fórmula en el apartado A usa la colonia del siguiente apartado)

$$B(t) = 400 \rightarrow 1500 e^{\frac{1}{6} \ln(\frac{3}{5})t} = 400 \rightarrow e^{\frac{1}{6} \ln(\frac{3}{5})t} = \frac{400}{1500} \rightarrow$$

$$\ln e^{\frac{1}{6} \ln(\frac{3}{5})t} = \ln\left(\frac{4}{15}\right) \rightarrow \frac{1}{6} \ln\left(\frac{3}{5}\right)t + \ln e = \ln\left(\frac{4}{15}\right) \rightarrow t = \frac{6 \ln\left(\frac{4}{15}\right)}{\ln\left(\frac{3}{5}\right)}$$

$$\rightarrow \boxed{t \approx 16,52}$$

1 c) Otra colonia de bacterias evoluciona según la fórmula:

$$b(t) = 3^t$$

Representa ambas gráficas conjuntamente e indica para qué valores de t la segunda población supera en tamaño a la primera.

$$B(t) = b(t) \rightarrow 1500 e^{\frac{1}{6} \ln(\frac{3}{5})t} = 3^t$$

$$\rightarrow \ln(1500 e^{\frac{1}{6} \ln(\frac{3}{5})t}) = \ln 3^t \rightarrow$$

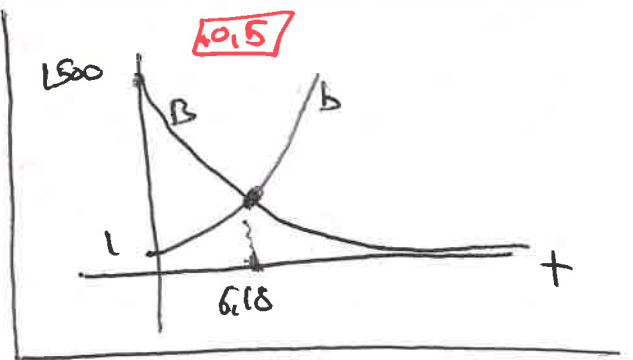
$$\rightarrow \ln 1500 + \ln e^{\frac{1}{6} \ln(\frac{3}{5})t} = t \ln 3 \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln 1500 + \frac{1}{6} \ln\left(\frac{3}{5}\right)t + \frac{\ln e}{t} = t \ln 3 \rightarrow$$

$$\frac{1}{6} \ln\left(\frac{3}{5}\right)t - t \ln 3 = -\ln 1500 \rightarrow$$

$$t \left( \frac{1}{6} \ln\left(\frac{3}{5}\right) - \ln 3 \right) = -\ln 1500 \rightarrow t = \frac{-\ln 1500}{\frac{1}{6} \ln\left(\frac{3}{5}\right) - \ln 3} \approx 6,18 \text{ h}$$

Solución b será superior a B a el intervalo (6.18, ∞)



No poner lim x  
Se cancela con  
-0.5

3. Calcula los siguientes límites sin utilizar ninguna fórmula o método abreviado:

1pt) a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{-2x+1}{-2x+4} \right)^{\frac{2x+3}{5}} = 1^{\infty} \text{ FNDT} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - 1 + \frac{-2x+1}{-2x+4} \right)^{\frac{2x+3}{5}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2x-1}{-2x+4} + \frac{-2x+1}{-2x+4} \right)^{\frac{2x+3}{5}}$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{-3}{-2x+4} \right)^{\frac{2x+3}{5}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{\frac{-2x+4}{-3}} \right)^{\frac{2x+3}{5}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{\frac{-2x+4}{-3}} \right)^{\frac{-2x+4}{-3} \cdot \frac{-3}{-2x+4} \cdot \frac{2x+3}{5}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{1}{\frac{-2x+4}{-3}} \right)^{\frac{-2x+4}{-3}} \right]^{\frac{-3}{-2x+4} \cdot \frac{2x+3}{5}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x-9}{-10x+120}} = e^{-\frac{6}{10}} = e^{-\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{e^{-3}}$$

Nombre y apellidos:

Fecha:   /  /  

(1pt) b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^2 + 2x - 4} = \frac{0}{0}$  INDI =  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^3+x^2+x+1)}{(x-1)(2x+4)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$$\begin{array}{r|l} & 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \\ 1 & 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ \hline & 1 \ 1 \ 1 \ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} & 2 \ 2 \ -4 \\ 1 & 2 \ 4 \\ \hline & 2 \ 4 \ 0 \end{array}$$

OPS

1

4. Representar gráficamente, de forma esquemática, una función con las siguientes características:

Dom  $f = \mathbb{R} - \{2\}$

1oto

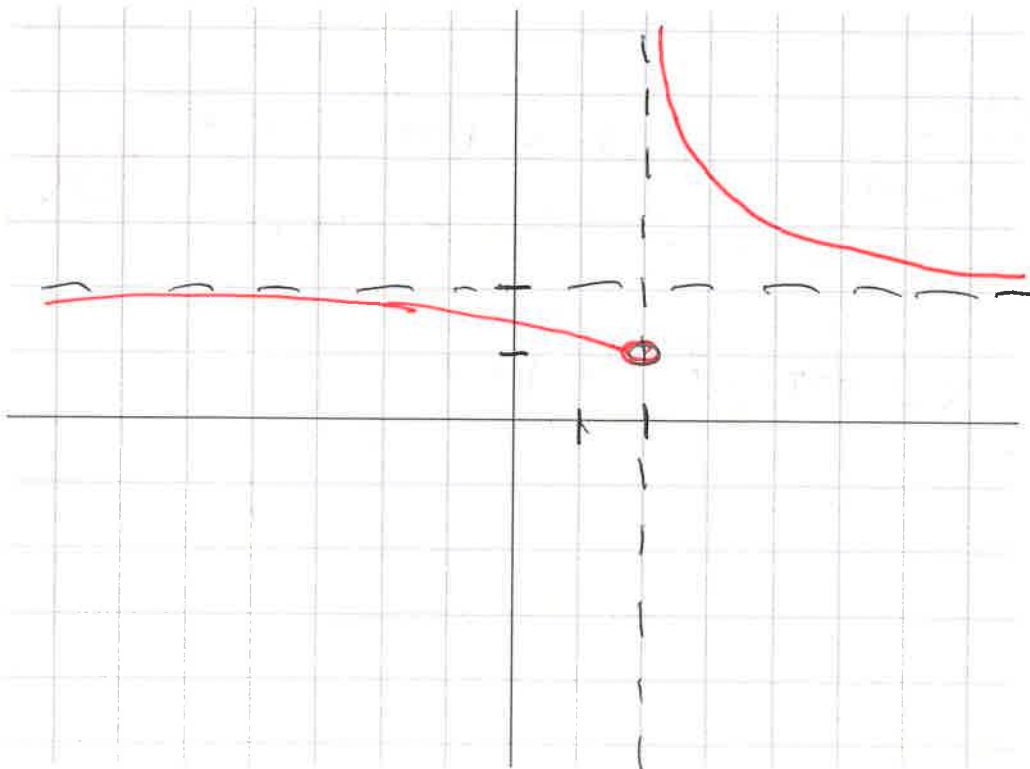
$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$

$f$  decreciente en todo su dominio

$f$  tiene un asíntota vertical en  $x = 2$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$



Responde de forma razonada a las siguientes preguntas sobre la función estudiada:

(0,25) a) ¿Es posible que  $f(0) = 0$ ?

No, ya que por ser decreciente  $f(x) > 1$ .

(0,25) b) ¿Qué valores posibles puede alcanzar  $f(1)$ ?

Puede alcanzar todos los valores entre 2 y 1, es decir todos los valores del intervalo  $(1,2)$

5. Resolver la ecuación:  $2\sqrt{x+3} - \sqrt{x+4} = 2$

$$2\sqrt{x+3} - \sqrt{x+4} = 2 \rightarrow 2\sqrt{x+3} = 2 + \sqrt{x+4} \rightarrow (2\sqrt{x+3})^2 = (2 + \sqrt{x+4})^2$$

$$\rightarrow 4(x+3) = 4 + 4\sqrt{x+4} + x+4 \rightarrow 4x+12 = 8+x+4\sqrt{x+4} \rightarrow 3x+4 = 4\sqrt{x+4}$$

$$\rightarrow 9x^2 + 24x + 16 = 16(x+4) \rightarrow 9x^2 + 24x + 16 = 16x + 64 \rightarrow 9x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-4 \pm 8\sqrt{7}}{9} \rightarrow x_1 \approx 1,907 \quad x_2 \approx -2,796$$

COMPROBACIÓN

$$x_1 \approx 1,907 \rightarrow 2\sqrt{4,907} - \sqrt{5,907} \approx 1,99 \dots \approx 2 \quad \checkmark$$

$$x_2 \approx -2,796 \rightarrow 2\sqrt{-2,796+3} - \sqrt{-2,796+4} \approx -0,14 \quad \times$$

Solución  $x = \frac{-4 + 8\sqrt{7}}{9} \approx 1,907$

Nombre y apellidos:

CORRECCIÓN  
1º BACH B

Curso:

Grupo:

N.º:

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de típex y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios. En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	TOTAL	NOTA
Puntos	1	2	2	1,5	1,5	8	10
Nota							

1. Determinar el dominio de:  $f(x) = \sqrt{\frac{2x+10}{x-1}}$

$$\frac{2x+10}{x-1} \geq 0 \quad (0,25)$$

1º PASO  $\begin{cases} 2x+10 \geq 0 \rightarrow 2x \geq -10 \rightarrow x \geq -\frac{10}{2} \rightarrow \boxed{x \geq -5} \quad (0,5) \\ x-1 > 0 \rightarrow \boxed{x > 1} \end{cases}$

2º PASO Signo  $\frac{2x+10}{x-1}$

(0,25)

$$\boxed{\text{Dom } f = (-\infty, -5] \cup (1, \infty)} \quad (1)$$

2. Un equipo de científicos está estudiando el crecimiento de una población de bacterias en un laboratorio. Se observa que la cantidad de bacterias sigue un crecimiento exponencial, con las siguientes condiciones:

Colonia A: Inicialmente hay 30 bacterias y su población se cuadruplica cada 3 horas.

Colonia B: Su población evoluciona según la función.  $n(t) = 1000 \cdot 3^{-t}$

donde  $t$  está en horas. Se pide:

- (0,5) a) Escribe la función  $N$  que modela el crecimiento de la población de la Colonia A en función del tiempo  $t$  en horas.

$$\begin{aligned} N(t) &= ? \\ N(0) &= 30 \\ N(3) &= 30 \cdot 4 \\ N(6) &= 30 \cdot 4^2 \\ N(9) &= 30 \cdot 4^3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{N(t) = 30 \cdot 4^{t/3}}$$

(0,5) b) ¿En cuántas horas la población de la Colonia B tendrá 500 bacterias?

$$N(t) = 500 \rightarrow 1000 \cdot 3^{-t} = 500 \rightarrow 3^{-t} = \frac{500}{1000} \rightarrow 3^{-t} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \log 3^{-t} = \log \left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow (-t) \log 3 = \log \left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow t = \frac{\log \left(\frac{1}{2}\right)}{-\log 3} \approx 0,631$$

(1) c) ¿En qué instante ambas colonias tendrán la misma cantidad de bacterias? Representa con dicha información las funciones  $N$  y  $n$  en unos mismos ejes coordenados.

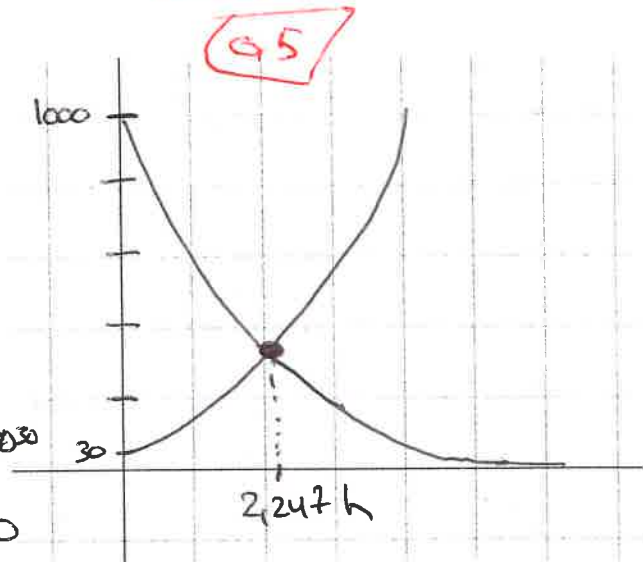
$$N(t) = n(t) \rightarrow 30 \cdot 4^{t/3} = 1000 \cdot 3^{-t}$$

$$\log(30 \cdot 4^{t/3}) = \log(1000 \cdot 3^{-t}) \rightarrow \log 30 + \log 4^{t/3}$$

$$= \log 1000 + \log 3^{-t} \rightarrow \log 30 + \frac{t}{3} \log 4 = \log 1000 - t \log 3$$

$$\rightarrow t \left(\frac{1}{3} \log 4 + \log 3\right) = \log 1000 - \log 30$$

$$\rightarrow t = \frac{\log 1000 - \log 30}{\frac{1}{3} \log 4 + \log 3} \approx 2,247 \text{ h}$$



3. Calcula los siguientes límites sin utilizar ninguna fórmula o método abreviado: (1 punto cada uno)

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{2x+5} - 3} = \frac{0}{0}$  FNDT  $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)(\sqrt{2x+5}+3)}{(\sqrt{2x+5}-3)(\sqrt{2x+5}+3)} =$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)(\sqrt{2x+5}+3)}{(\sqrt{2x+5})^2 - 3^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)(\sqrt{2x+5}+3)}{2x+5-9} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-4)(\sqrt{2x+5}+3)}{2x-4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)(\sqrt{2x+5}+3)}{2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(\sqrt{2x+5}+3)}{2} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12$$

Nombre y apellidos:

Fecha: \_/ \_/ \_

$$\begin{aligned} \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x}{4x^2 - 2x + 1} &= \frac{\infty}{\infty} \text{ INDI} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^2 + 2x}{x^2}}{\frac{4x^2 - 2x + 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{4 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

*(Handwritten notes: "0,15" in a red box above the first infinity; "0,5" in a red box above the second infinity; "1" in a red box above the final result 3/4.)*

*10to*

4. Representar gráficamente, de forma esquemática, una función con las siguientes características:

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{2\}$$

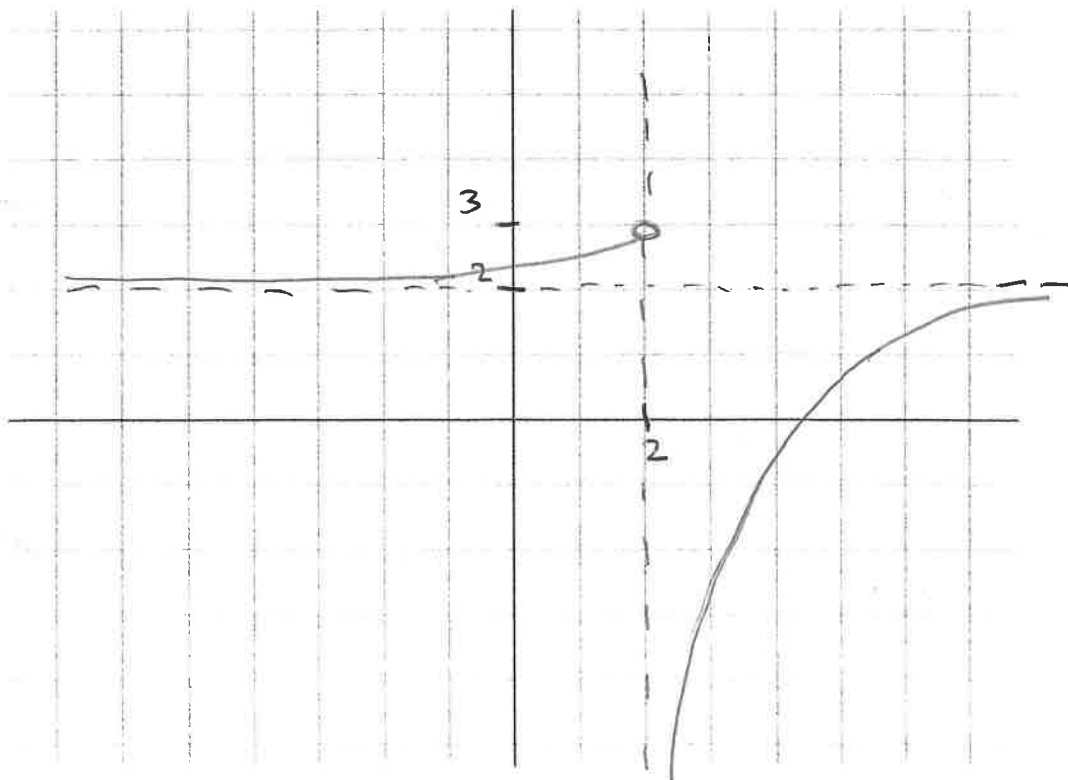
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

$f$  creciente en todo su dominio

$f$  tiene un asíntota vertical en  $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$



Responde de forma razonada a las siguientes preguntas sobre la función estudiada:

0,25 a) ¿Es posible que  $f(0) = 0$ ?

No es posible, ya que por ser creciente  $f(0) > 2$ .

0,25 b) ¿Qué valores posibles puede alcanzar  $f(1)$ ?

Cualquier valor a  $\mathbb{R}$  intervalo  $(2, 3)$ .

5. Estudia razonadamente la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \log(x+9), & x < 1 \\ x+2, & x \geq 1 \end{cases}$$

En caso de tener alguna discontinuidad clasificarla y dibujarla.

$$\text{Dom } f = (-9, \infty)$$

- $f$  es continua en  $(-9, 1)$  por ser logarítmica.
- $f$  es continua en  $(1, \infty)$  por ser polinómica.

CONTINUIDAD EN  $x=1$   $f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  0,15

$$f(1) = 1+2 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \log(x+9) = \log(10) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x+2 = 1+2 = 3$$

Como no coinciden los 3,  $f$  es discontinua en  $x=1$ . Es una discontinuidad de salto finito 1

Solución:  $f$  continua en  $(-9, \infty) - \{1\}$

