

NOMBRE Y APELLIDOS:

CURSO:

GRUPO:

Nº DE CLASE:

FECHA DE ENTREGA: 27/02

NOTA TRIMESTRAL 0.5

- Las soluciones de los problemas se entregarán en un folio grapado a este.
- Se escribirán los resultados en el apartado RESULTADO.
- Deberá de justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios. En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	TOTAL	NOTA
Puntos	4,75	2	3,25	10	10
Nota					

1. **(LEY DE ENFRIAMIENTO DE NEWTON)** Una taza de chocolate caliente se deja enfriar en una habitación cuya temperatura ambiente es constante e igual a 20°C . La temperatura del chocolate en función del tiempo t (en minutos) sigue la ley de enfriamiento de Newton:

$$T(t) = T_a + Ce^{kt} \quad (k < 0)$$

donde $T(t)$ es la temperatura (en $^{\circ}\text{C}$) en el instante t , $T_a = 20$ es la temperatura ambiente y C y k son constantes. Se sabe que al inicio ($t=0$) la temperatura del chocolate es 90°C , y que a los 10 minutos ha bajado a 60°C . Se pide:

- a) (1,5 pt) Determina la función $T(t)$ y su dominio en el contexto del problema.

SOLUCIÓN:

$$T(t) = 20 + Ce^{kt}$$

$T(0) = 90 \rightarrow 20 + Ce^{k \cdot 0} = 90 \rightarrow 20 + C = 90 \rightarrow C = 90 - 20 \rightarrow C = 70^{\circ}\text{C}$

$T(10) = 60 \rightarrow 20 + 70e^{10k} = 60 \rightarrow 70e^{10k} = 40 \rightarrow e^{10k} = \frac{40}{70} \rightarrow \ln e^{10k} = \ln \frac{4}{7} \rightarrow 10k \ln e = \ln \frac{4}{7}$

$\rightarrow 10k = \ln \frac{4}{7} \rightarrow k = \frac{1}{10} \ln \frac{4}{7} \approx -0,056$

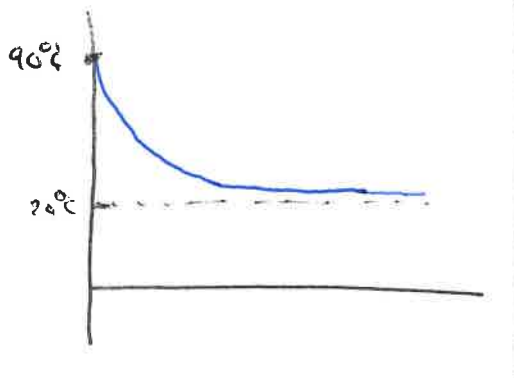
$T(t) \approx 20 + 70e^{-0,056t}$

- b) (0,75 pt) Calcular razonadamente $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t)$ e interpretar el resultado

SOLUCIÓN: La temperatura del chocolate tenderá a ser la misma que la temperatura ambiente, 20°C .

$$\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (20 + 70e^{-0,056t}) = 20 + 70e^{-\infty} = 20 + 70 \cdot 0 = 20 = 20^{\circ}\text{C}$$

c) (0,5 pt) Representar T gráficamente usando Geogebra e interpretar el resultado.



La temperatura del chocolate se reduce desde los 90°C hasta estabilizarse en unos 20°C, la temperatura ambiente.

d) (0,5 pt) ¿Cuál será la temperatura del chocolate después de 25 minutos?

$$T(25) = 20 + 70e^{\frac{1}{10} \ln\left(\frac{1}{2}\right) 25} \approx \boxed{37,29^\circ\text{C}}$$

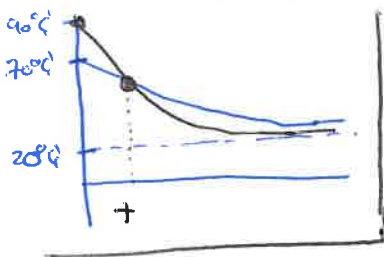
e) (0,75 pt) ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar los 35°C?

$$\begin{aligned} T(t) = 35 &\Rightarrow 20 + 70e^{-0,056t} = 35 \Rightarrow 70e^{-0,056t} = 15 \Rightarrow e^{-0,056t} = \frac{15}{70} \Rightarrow e^{-0,056t} = \frac{3}{14} \\ \Rightarrow \ln e^{-0,056t} &= \ln \frac{3}{14} \Rightarrow -0,056t \ln e = \ln \frac{3}{14} \Rightarrow -0,056t = \ln \frac{3}{14} \Rightarrow t = \frac{1}{-0,056} \ln \frac{3}{14} \\ &\Rightarrow \boxed{t \approx 27,61 \text{ minutes}} \end{aligned}$$

f) (0,5 pt) Otra bebida se enfría según la función

$$S(t) = 20 + 50 \cdot e^{-0,03t}$$

Representa ambas funciones usando GeoGebra en el mismo sistema de ejes e indica para qué valores de t se cumple $S(t) \geq T(t)$.



$$\begin{aligned} S(t) = T(t) &\Rightarrow 20 + 50e^{-0,03t} = 20 + 70e^{-0,056t} \Rightarrow 50e^{-0,03t} = 70e^{-0,056t} \\ \ln(50e^{-0,03t}) &= \ln(70e^{-0,056t}) \Rightarrow \ln 50 + \ln e^{-0,03t} = \ln 70 + \ln e^{-0,056t} \\ \ln 50 - 0,03t &= \ln 70 - 0,056t \Rightarrow -0,03t + 0,056t = \ln 70 - \ln 50 \Rightarrow 0,026t = \ln \frac{70}{50} \Rightarrow t = \frac{1}{0,026} \ln \frac{70}{50} \\ &\Rightarrow -0,03t + 0,056t = \ln 70 - \ln 50 \Rightarrow 0,026t = \ln \frac{70}{50} \Rightarrow t = \frac{1}{0,026} \ln \frac{70}{50} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{t \approx 12,94 \text{ minutes}}$$

SOLUCIÓN $\boxed{[12,94, \infty)}$

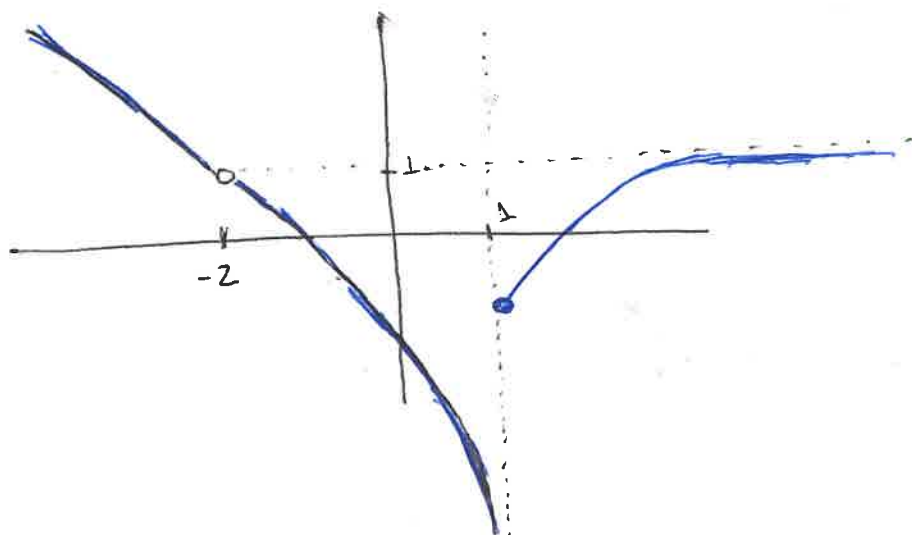
g) (0,25 pt) Explica razonadamente y con tus propias palabras que está ocurriendo en el apartado f) al comparar la temperatura de ambas bebidas.

La primera bebida (el chocolate) está inicialmente más caliente (90°C), pero se enfría más rápido. A los 13 minutos (aproximadamente) ambas tienen la misma temperatura. La temperatura de ambas tiende a 20°C.

3. Dada una función f con las siguientes características:

- $\text{Dom } f = (-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$
- f es decreciente en $(-\infty, 1)$
- $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$
- f creciente en $[1, \infty)$

a) (1,5 pt) Representar gráficamente, de forma esquemática :



Responde razonadamente a los siguientes apartados:

b) (0,5 pt) ¿Podría valer $f(0) = 2$?
 Imposible, como f es decreciente en $(-\infty, 1)$, entonces necesariamente $f(0) < 1$

c) (0,5 pt) ¿Qué valores posibles puede tener $f(0)$?
 cualquier valor por debajo de 1, es decir $(-\infty, 1)$

d) (0,75 pt) ¿Cuáles son las soluciones de la inecuación $f(x) \geq 1$?

Mirando la gráfica, claramente $(-\infty, -2)$

2. Se considera una función f con las siguientes características:

- $\text{Dom } f = [-5, \infty)$
- $f(-5) = 1$
- f es creciente en todo su dominio
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$

a) (1,5 pt) Razona apoyándote en dibujos si son posibles los siguientes valores para $f(1)$

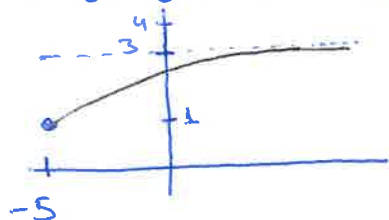
$f(1) = 4$

$f(1) = 2$

$f(1) = 0$

$f(1) = 3$

- $f(1) = 4$ no es posible ya que la función debe quedar siempre por debajo de la asíntota $y = 3$.

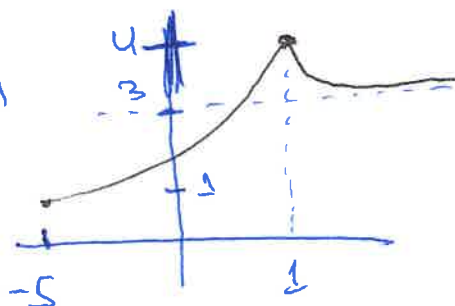


- $f(1) = 2$ es posible
- $f(1) = 0$ imposible. Como f es creciente no puede valer en ningún punto menos de $f(-5) = 1$
- $f(1) = 3$ no es posible, ya f no corta la asíntota por ser creciente.

b) (0,5 pt) Si se elimina la condición de que f sea creciente ¿son posibles los resultados?

Sí todos.

$f(1) = 4$



$f(1) = 3$

