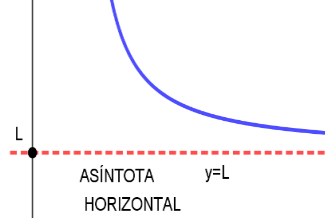


RESUMEN: ESTUDIO DE LAS RAMAS INFINITAS (CUANDO $x \rightarrow \infty$)

Se calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

Si
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$

f tiene asíntota horizontal de ecuación $y=L$



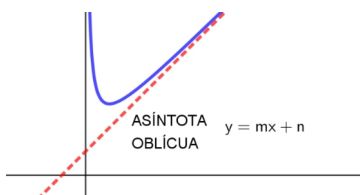
Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

Se calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

Si:
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = m \neq 0$

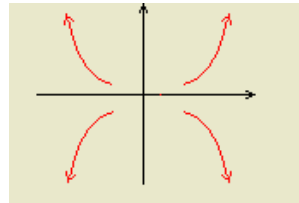
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx = n$

f tiene una asíntota oblicua de ecuación $y = mx + n$



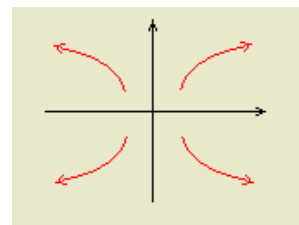
• Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \pm\infty$

RAMA PARABÓLICA DE EJE VERTICAL



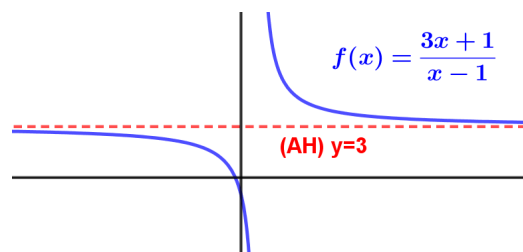
• Si $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

RAMA PARABÓLICA DE EJE HORIZONTAL



Funciones polinómicas : siempre tiene ramas parabólicas (verticales), salvo que el polinomio sea de grado 1. En ese caso la función es una recta.

Funciones racionales: Una característica importante de las funciones racionales es que las ramas en ∞ coinciden con las de $-\infty$, por lo que solo hace falta estudiarlas por un lado.



GRADO NUMERADOR $\leq$ GRADO DENOMINADOR	$\implies$	ASÍNTOTA HORIZONTAL
GRADO NUMERADOR = GRADO DENOMINADOR + 1	$\implies$	ASÍNTOTA OBLICUA
GRADO NUMERADOR > GRADO DENOMINADOR + 1	$\implies$	RAMA PARABÓLICA (DE EJE VERTICAL)

Se exponen a continuación varios ejemplos para visualizar estas propiedades de las funciones racionales.

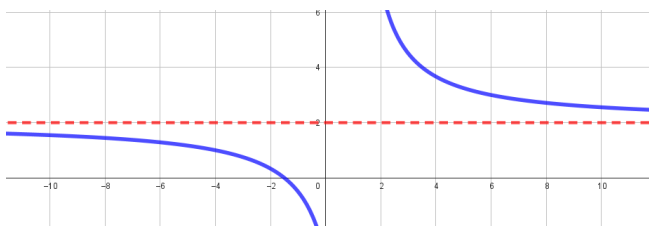
EJEMPLO 1:

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$$

Tiene una **asíntota horizontal**.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x} = 2$$

La asíntota tiene ecuación $y = 2$



EJEMPLO 2:

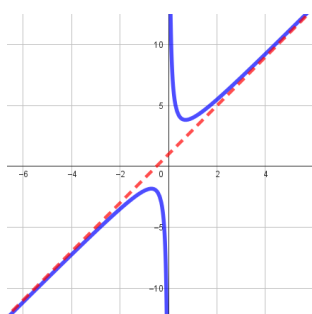
$$f(x) = \frac{2x^2+3x+2}{x+1}$$

Tiene una **asíntota oblicua** $y = mx + n$. Los coeficientes se obtienen con los siguientes límites:

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2+3x+2}{x+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x+2}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x+2}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x+2}{x+1} - 2x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x+2}{x+1} - \frac{2x^2-2x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{x+1} = 1$$

La ecuación de la asíntota es $y = 2x + 1$



EJEMPLO 3:

$$f(x) = \frac{x^5+x+5}{x^2+2}$$

Rama parabólica (de eje vertical).

