

Nombre y apellidos:

Curso:

Grupo:

N.º:

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de típex y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios. En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	TOTAL	NOTA
Puntos	1	1,5	2	2	1,5	8	10
Nota							

1. Determinar el dominio de: $g(x) = \log(x+1) + \sqrt{-2x+3}$

$$g(x) = \underbrace{\log(x+1)}_{g_1} + \underbrace{\sqrt{-2x+3}}_{g_2} \quad g = g_1 + g_2$$

$$\text{Dom } g = \text{Dom } g_1 \cap \text{Dom } g_2 \stackrel{(1)}{=} \left(-1, \frac{3}{2}\right]$$

$$\begin{array}{l|l} 1. \text{ Dom } g_1 = (-1, \infty) & 2. \text{ Dom } g_2 = (-\infty, \frac{3}{2}] \quad (0,75) \\ x+1 > 0 \rightarrow x > -1 & -2x+3 \geq 0 \rightarrow -2x \geq -3 \rightarrow x \leq \frac{-3}{-2} \rightarrow x \leq \frac{3}{2} \\ (0,15) & \end{array}$$



2. Durante un determinado periodo, el coste medio diario (en euros) de una planta industrial depende del número de unidades procesadas x según la función: $K(x) = \frac{5x+180}{x+12}$.

Por otra parte, el número de unidades procesadas diariamente evoluciona con el tiempo t (en días) según la función: $U(t) = \frac{120t}{t+4}$.

Escribe la función que expresa el coste medio diario de la planta en función del tiempo y simplifícala.

$$\begin{aligned} (K \circ U)(t) &= K(U(t)) = K\left(\frac{120t}{t+4}\right) \stackrel{(0,75)}{=} \frac{5\left(\frac{120t}{t+4}\right) + 180}{\left(\frac{120t}{t+4}\right) + 12} \stackrel{(1)}{=} \frac{\frac{600t}{t+4} + 180}{\frac{120t}{t+4} + 12} = \\ &= \frac{\frac{600t}{t+4} + \frac{180(t+4)}{t+4}}{\frac{120t}{t+4} + \frac{12(t+4)}{t+4}} \stackrel{(1)}{=} \frac{\frac{600t + 180t + 720}{t+4}}{\frac{120t + 12t + 48}{t+4}} \stackrel{(1,5)}{=} \frac{780t + 720}{132t + 48} = \frac{4(195t + 180)}{4(33t + 12)} \\ &= \frac{195t + 180}{33t + 12} \stackrel{(1,5)}{=} \frac{65t + 60}{11t + 4} \end{aligned}$$

- $$N(t) = \log(t+4) + \log(t+2) - \log(t+1) \quad \text{Dom } N = [0, \infty)$$

$$N(t) = 3 \rightarrow \log(t+4) + \log(t+2) - \log(t+1) = 3 \rightarrow \log((t+4)(t+2)) - \log(t+1) = 3$$

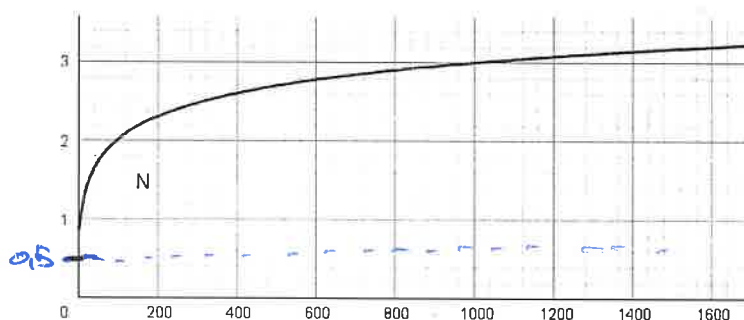
$$\rightarrow \log\left(\frac{(t+4)(t+2)}{t+1}\right) = 3 \rightarrow \frac{(t+4)(t+2)}{t+1} = 10^3 \rightarrow t^2 + 2t + 4t + 8 = 1000(t+1)$$

$$\rightarrow t^2 + 6t + 8 = 1000t + 1000 \rightarrow t^2 - 994t - 992 = 0 \rightarrow t = 497 \pm \sqrt{248001}$$

$$\rightarrow t^2 + 6t + 8 = 100t + 1000 \rightarrow t^2 - 94t - 992 = 0 \rightarrow t = 497 \pm \sqrt{248001} \rightarrow$$

$\rightarrow \begin{cases} t_1 \approx 994.9968 \checkmark \\ t_2 \approx -0.99698 \times \end{cases}$

La población nunca alcanza los 500 individuos ya que la gráfica de N queda por encima de la recta $y = 0,5$.



- $$B(t) = Ce^{kt} \quad t \in [0, \infty)$$

(1,2) a) Determinar la función $B(t)$.

• $B(0) = 1500 \rightarrow C e^{k \cdot 0} = 1500 \rightarrow C e^0 = 1500 \rightarrow C \cdot 1 = 1500 \rightarrow \boxed{C = 1600} \text{ (0,2)}$

$$\bullet B(4) = 900 \rightarrow 1500 e^{4k} = 900 \rightarrow e^{4k} = \frac{900}{1500} \rightarrow e^{4k} = \frac{3}{5} \rightarrow \ln e^{4k} = \ln \frac{3}{5}$$

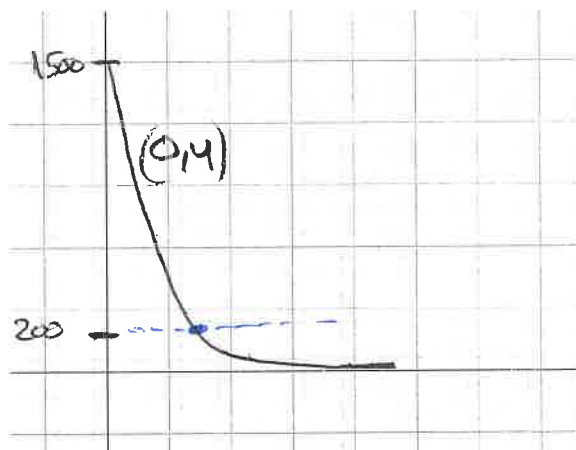
$$\rightarrow 4K h e = h \frac{3}{5} \rightarrow 4K = h \frac{3}{5} \rightarrow K = \frac{1}{4} h \frac{3}{5} = 0.128$$

Luego $B(t) = 1500 e^{\frac{t}{10}}$

$$B(t) \approx 1500 e^{-0.128t}$$

- (0,8) b) Representa de forma esquemática la función y razona (usando la gráfica) si la población alcanzará en algún momento los 200 individuos.

(0,14) Como la función es decreciente y se acerca cada vez más al eje x , está claro que alcanzará en algún momento los 200 individuos.



5. Resuelve la siguiente ecuación: $5 \cdot 3^x + 9^x - 3^{x+2} = 0$

$$5 \cdot 3^x + 9^x - 3^{x+2} \xrightarrow{(0,75)} 5u + u^2 - 9u = 0 \xrightarrow{(0,5)} u^2 - 4u = 0 \xrightarrow{(0,75)} u(u-4) = 0$$

$\rightarrow \boxed{u=0} \quad (1) \quad (0,75)$
 $\rightarrow u-4=0 \rightarrow \boxed{u=4} \quad (2)$

$$\begin{aligned} u &= 3^x \\ 9^x &= (3^2)^x = 3^{2x} = (3^x)^2 = u^2 \\ 3^{x+2} &= 3^x \cdot 3^2 = 3^x \cdot 9 = u \cdot 9 = 9u \end{aligned}$$

CASO 1 $3^x = 0$ Imposible, ya que $3^x > 0 \quad (1)$

CASO 2 $3^x = 4 \xrightarrow{(1,5)} \log_3 3^x = \log_3 4 \rightarrow x \log_3 3 = \log_3 4 \rightarrow \boxed{x = \log_3 4 \approx 1,262} \checkmark$

SOLUCIÓN $\boxed{x = \log_3 4 \approx 1,262}$

COMPROBACIÓN

$$5 \cdot 3^{\log_3 4} + 9^{\log_3 4} - 3^{\log_3 4 + 2} = 5 \cdot 4 + 4^2 - 36 = 20 + 16 - 36 = 36 - 36 = 0$$

