

Nombre y apellidos:

Curso:

Grupo:

N.º:

Instrucciones:

- Se permite el uso de calculadoras según los criterios explicados en el primer día de clase.
- Queda prohibido el uso de típex y lápiz.
- Deberá justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios. En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1	2	3	4	5	TOTAL	NOTA
Puntos	1	1,5	2	2	1,5	8	10
Nota							

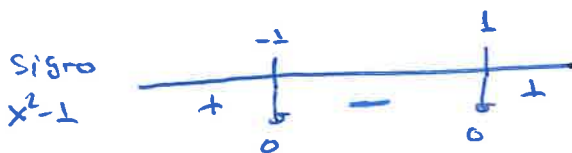
1. Determinar el dominio de: $g(x) = \log(x^2 - 1) + \frac{x+5}{x-2}$ $g = g_1 + g_2$

$\text{Dom } g = \text{Dom } g_1 \cap \text{Dom } g_2 = (-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$ (1)

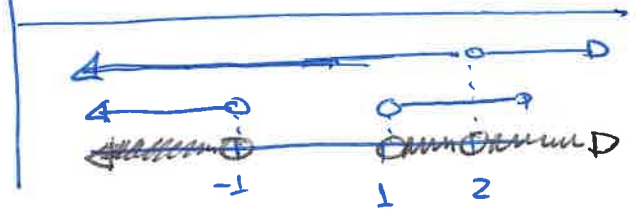
$\text{Dom } g_1 = (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ (0,75)

$x^2 - 1 > 0$

$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \rightarrow x = \pm 1$



$\text{Dom } g_2 = \mathbb{R} - \{2\}$ (0,75)



2. Durante un determinado periodo, el número de máquinas activas en una fábrica ha evolucionado con el tiempo (en días) según la función:

$$M(t) = \frac{180t}{t+3}$$

También se sabe que el consumo medio diario de energía eléctrica de la fábrica depende del número de máquinas activas según la función:

$$C(x) = \frac{4x + 120}{x + 6}$$

Escribe la función que expresa el consumo medio de energía de la fábrica en función del tiempo y simplifícala.

$$\begin{aligned} (C \circ M)(t) &= C(M(t)) = C\left(\frac{180t}{t+3}\right) = \frac{4\left(\frac{180t}{t+3}\right) + 120}{\left(\frac{180t}{t+3}\right) + 6} = \frac{\frac{720t}{t+3} + \frac{120(t+3)}{t+3}}{\frac{180t}{t+3} + \frac{6(t+3)}{t+3}} \\ &= \frac{\frac{720t + 120t + 360}{t+3}}{\frac{180t + 6t + 18}{t+3}} = \frac{840t + 360}{186t + 18} = \frac{6(140t + 60)}{6(31t + 3)} \\ &= \frac{140t + 60}{31t + 3} \end{aligned}$$

$$(C \circ M)(t) = \frac{140t + 60}{31t + 3}$$

3. Una empresa que fabrica **bicicletas eléctricas** tiene un coste de producción dado por la función:

$$C(x) = \sqrt{8x + 10}$$

donde x es la cantidad de bicicletas fabricadas en **miles de unidades** y $C(x)$ es el **coste total en millones de euros**. Los ingresos obtenidos vienen dados por la función:

$$I(x) = \sqrt{7x + 30}$$

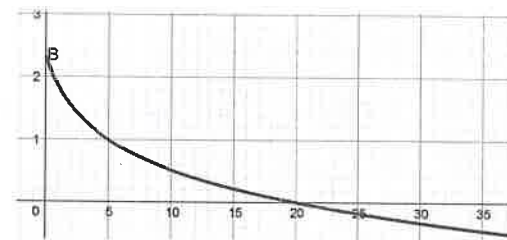
donde x es la cantidad de bicicletas fabricadas en **miles de unidades** y $I(x)$ son los ingresos totales en millones de euros. (NOTA: los ingresos incluyen una subvención inicial)

- a) (0, 2 pt) Determina la función de beneficios y su dominio contextual.

$$B(x) = I(x) - C(x) = \sqrt{7x + 30} - \sqrt{8x + 10}$$

Domínio contextual: $[0, \infty)$

- b) (0,3 pt) Usando la gráfica, describe brevemente su evolución destacando en qué momentos tenemos beneficios y pérdidas, de manera aproximada.



Los beneficios de la empresa decrecen a medida que vende más bicicletas, teniendo pérdidas a partir de 20 000 bicicletas aproximadamente.

- c) (1,5 pt) Si la empresa se considera rentable a partir de 1 millón de euros de beneficio, ¿cuándo será o no rentable? (Resolver usando la función, no la gráfica)

$$\begin{aligned} B(x) &= 1 \rightarrow \sqrt{7x+30} - \sqrt{8x+10} = 1 \rightarrow \sqrt{7x+30} = 1 + \sqrt{8x+10} \rightarrow \\ &\xrightarrow{(0,75)} (\sqrt{7x+30})^2 = (1 + \sqrt{8x+10})^2 \rightarrow 7x+30 = 1 + 2\sqrt{8x+10} + 8x+10 \xrightarrow{(0,75)} \\ &\rightarrow 7x+30 - 1 - 8x - 10 = 2\sqrt{8x+10} \rightarrow -x+19 = 2\sqrt{8x+10} \rightarrow \\ &\rightarrow (19-x)^2 = (2\sqrt{8x+10})^2 \rightarrow 361 - 38x + x^2 = 4(8x+10) \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 - 38x + 361 = 32x + 40 \rightarrow x^2 - 70x + 321 = 0 \end{aligned}$$

$x_1 \approx 65,07$ X
 $x_2 \approx 4,93$ ✓
(1,5)

Observando la gráfica se observa que solo la segunda solución es válida.

SOLUCIÓN: El negocio será rentable si se restringe a vender aproximadamente 4930 bicicletas o menos.

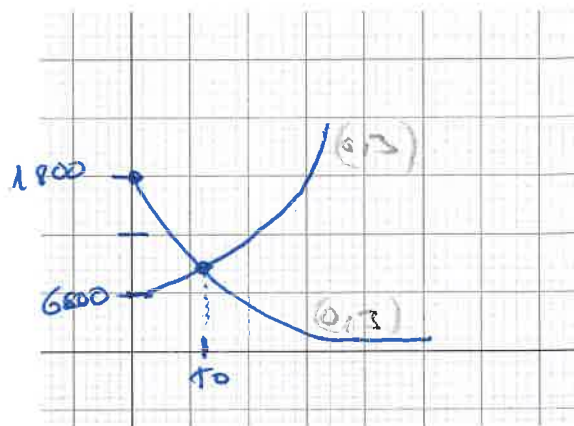
4. Dos colonias bacterianas evolucionan según los siguientes modelos:

$$A(t) = 600 \cdot 1,4^t \quad B(t) = 1800 \cdot 0,7^t$$

donde t se mide en horas y $A(t)$, $B(t)$ representan el número de bacterias.

a) (1 pt) Representálas gráficamente (de forma esquemática) y **usa la gráfica** para razonar si existe algún instante en el que la colonia A tiene un número mayor de bacterias que la colonia B

A partir del instante t_0 , la colonia A tendrá mayor población que la B.



b) (1 pt) ¿En qué momento exacto la población A tiene el doble de individuos que la población B?

$$\begin{aligned} A(t) &= 2B(t) \Rightarrow 600 \cdot 1,4^t = 2 \cdot (1800 \cdot 0,7^t) \Rightarrow 600 \cdot 1,4^t = 3600 \cdot 0,7^t \\ &\Rightarrow 1,4^t = 6 \cdot 0,7^t \Rightarrow \log 1,4^t = \log (6 \cdot 0,7^t) \Rightarrow t \log 1,4 = \log 6 + t \log 0,7 \\ &\Rightarrow t \log 1,4 - t \log 0,7 = \log 6 \Rightarrow t (\log 1,4 - \log 0,7) = \log 6 \\ &\Rightarrow t = \frac{\log 6}{\log 1,4 - \log 0,7} \approx \boxed{2,58h} \end{aligned}$$

Método alternativo

$$600 \cdot 1,4^t = 3600 \cdot 0,7^t \Rightarrow \frac{1,4^t}{0,7^t} = \frac{3600}{600} \Rightarrow \left(\frac{1,4}{0,7}\right)^t = 6 \Rightarrow 2^t = 6 \Rightarrow t = \log_2 6$$

5. Resuelve la siguiente ecuación: $\log_3(x+5) - 2\log_3(x+1) = 4$

$$\begin{aligned} \log_3(x+5) - 2\log_3(x+1) &= 4 \Rightarrow \log_3(x+5) - \log_3(x+1)^2 = 4 \Rightarrow \log_3\left(\frac{x+5}{(x+1)^2}\right) = 4 \\ &\Rightarrow \frac{x+5}{(x+1)^2} = 3^4 \Rightarrow x+5 = 81(x+1)^2 \Rightarrow x+5 = 81(x^2+2x+1) \Rightarrow \\ x+5 &= 81x^2 + 162x + 81 \Rightarrow 0 = 81x^2 + 161x + 76 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &\approx -0,77 \checkmark \\ x_2 &\approx -1,22 \times \end{aligned}$$

SOLUCIÓN $x \approx -0,77$

