

PROPIEDADES DE LOS LÍMITES

1. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ excepto cuando $\infty - \infty$
2. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ excepto cuando $0 \cdot (\pm\infty)$
3. $\lim_{x \rightarrow x_0} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}$ excepto cuando $\frac{k}{0}, \frac{0}{0}, \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$
4. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)^{g(x)} = \left[\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right]^{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}$ excepto cuando $1^{\pm\infty}, \infty^0, 0^0$
5. $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}$
6. $\lim_{x \rightarrow x_0} \log_a f(x) = \log_a \left(\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right)$
7. $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right|$
8. $\lim_{x \rightarrow x_0} \text{sen}(f(x)) = \text{sen}\left(\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)\right)$ $\lim_{x \rightarrow x_0} \text{cos}(f(x)) = \text{cos}\left(\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)\right)$

REGLA PRÁCTICA PARA EL CÁLCULO DE LÍMITES: Sea f una función en la que intervengan únicamente polinomios, sumas, restas, productos, cocientes, raíces, exponenciales, logaritmos, funciones trigonométricas y valores absolutos. Entonces, para calcular el límite de f en un punto x_0 evaluamos la función en dicho punto $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

salvo que aparezca alguna de las indeterminaciones estudiadas.

$\frac{k}{0}$	$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$	$\frac{0}{0}$	$0 \cdot (\pm\infty)$	$\infty - \infty$	$1^{\pm\infty}$	∞^0	0^0
---------------	-------------------------------	---------------	-----------------------	-------------------	-----------------	------------	-------

OPERACIONES CON LÍMITES INFINITOS

SUMA RESTA

$\infty + \infty = \infty$	$-\infty - \infty = -\infty$	$\infty - \infty = \text{INDT}$	$\infty + k = \infty$	$-\infty + k = -\infty$
----------------------------	------------------------------	---------------------------------	-----------------------	-------------------------

PRODUCTO

$\infty \cdot \infty = \infty$	$\infty \cdot (-\infty) = -\infty$	$(-\infty) \cdot (-\infty) = \infty$
$\infty \cdot k = \infty$	$\infty \cdot (-k) = -\infty$	$0 \cdot (\pm\infty) = \text{INDT}$

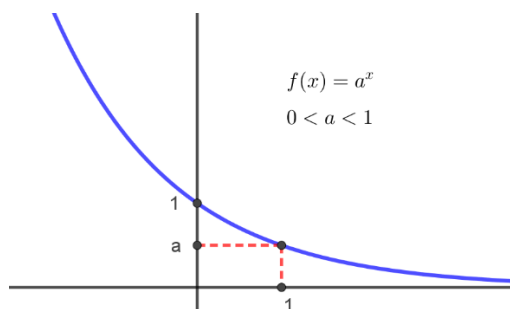
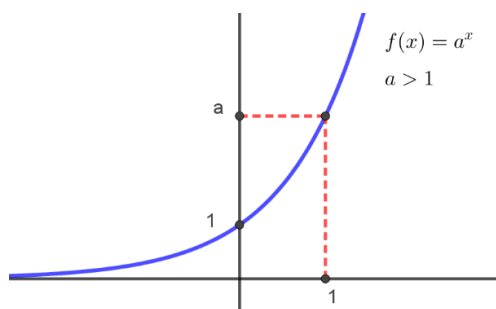
COCIENTE

$\frac{\infty}{k} = \infty \quad (k > 0)$	$\frac{\infty}{-k} = -\infty \quad (k > 0)$	$\frac{k}{\infty} = 0$
$\frac{k}{0} = \text{INDT}^*$	$\frac{0}{0} = \text{INDT}$	$\frac{\pm\infty}{\pm\infty} = \text{INDT} $

* k puede ser un número distinto de cero o $\pm\infty$.

POTENCIAS

Si $0 < a < 1$ entonces:	$a^{-\infty} = \infty$	$a^{\infty} = 0$
Si $1 < a$ entonces:	$a^{-\infty} = 0$	$a^{\infty} = \infty$



$0^0 = IND\text{DT}$	$0^\infty = 0$	$0^{-\infty} = \infty$	$1^{\pm\infty} = IND\text{DT}$
$\infty^k = \infty$ si $k > 0$	$\infty^{-k} = 0$ si $k > 0$	$\infty^0 = IND\text{DT}$	
$\infty^\infty = \infty$	$\infty^{-\infty} = 0$		

RESOLUCIÓN DE INDETERMINACIONES

- CASO $\frac{k}{0}$ (funciones racionales)** tenemos un límite infinito y por lo tanto una asíntota vertical en dicho punto.

Hay que estudiar los límites laterales para averiguar si es $+\infty$, $-\infty$, o si no existe por que ambos límites laterales son distintos.

- CASO $\infty - \infty$ (Funciones polinómicas)**

Método completo: Multiplicar y dividir el polinomio por la mayor potencia de x . Esto es lo que se llama un análisis asintótico.

Método acortado: Cuando se hace tender un polinomio a $\pm\infty$ el resultado dependerá del término de mayor grado del polinomio. Eso significa que se pueden eliminar los otros términos del límite sin afectar al resultado.

- CASO $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ (para funciones racionales o irracionales)**

Método completo: Dividir numerador y denominador por la mayor potencia efectiva de la x .

Método acortado: nos quedamos únicamente con la mayor potencia de x de numerador y con la mayor potencia de x del denominador. (Solo usar con las racionales, con las irracionales puede ser problemática)

- CASO $\frac{0}{0}$ (para funciones racionales o irracionales):** En el caso de una función racional, se resuelve factorizando numerador y denominador (habitualmente por Ruffini) y simplificando a continuación el factor $(x - x_0)$.

Si es una función irracional, una estrategia que funciona en muchos casos es multiplicar por el conjugado de la expresión radical y factorizar como si fuera una función racional.

- CASO $\infty - \infty$ (para funciones irracionales) :** En este caso multiplicamos y dividimos por el conjugado de la expresión y operamos. El límite resultante será un límite directo o una indeterminación del tipo ∞/∞

- CASO $1^{\pm\infty}$:** Se resuelven usando que $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\square}\right)^{\square} = e$ para cualquier función $\square$ que tienda a $\pm\infty$