

BOLETÍN DE REFUERZO 2º ESO – 1º TRIMESTRE

NÚMEROS ENTEROS - FRACCIONES Y DECIMALES - PROPORCIONALIDAD

Nombre y Apellidos:

Fecha de entrega: 16-01-2026

Ejercicios	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	TOTAL	NOTA
Peso	1,5	1,8	1	1	1	1	2	1,2	1,2	1	1	0,6	0,6	0,5	0,6	1	1	0,5	0,5	18	10
Puntuación																					

1. Resuelve las siguientes operaciones combinadas: (0,5 cada uno)

a) $(-4)^2 \cdot [5 - 6 : (-2) - 3 \cdot 4] + 3^2 - (3^2 + 15 - 4) = -75$

b) $-5^2 : (-25^2 : 5 + 120) - 4 \cdot (12 - 3 + 2^3 \cdot (-4)) = 97$

c) $(2 + 3\sqrt{49} - 2^4 + 5^2) \cdot (4^0 - \sqrt{144} + (2^3)^2) = 1696$

2. Reduce a una única potencia: (0,3 cada uno)

a) $8^7 \cdot 8^3 \cdot 8^{19} = 8^{29}$

b) $9^7 \cdot 9^{15} \cdot (-9)^9 = -9^{31}$

c) $[18^{20} : 2^{20}] : (3^5)^4 = 3^{20}$

d) $[2^4 \cdot 15^4]^3 \cdot [10^9 \cdot 3^9] = 3^{21}$

e) $[25^4 \cdot 25^{19}] : [5^{29} : (-5)^6] = 5^{23}$

f) $[(-4)^8 \cdot 5^8] \cdot (3^2)^4 = 6^8$

3. El brazo mecánico de un robot ha sido programado de la siguiente forma:

Encendido: inicio del programa.

Primer minuto: avanza 2 cm y retrocede 10 cm.

Segundo minuto: avanza 4 cm y retrocede 10 cm.

Tercer minuto: avanza 6 cm y retrocede 10 cm.

Y así continua avanzando siempre 10 cm y retrocediendo cada minuto 2cm más hasta que vuelve a la posición original y vuelve a comenzar el programa. ¿Cuántas veces repite el ciclo en 7 horas y 45 minutos? Justifica tu respuesta. $7,75 \approx 7$ veces

4. Un parque rectangular mide 20 m de largo por 15 m de ancho. Se planea sembrar césped nuevo, que cuesta 12 € por metro cuadrado, y también instalar una valla alrededor del perímetro, que cuesta 8 € por metro. ¿Cuánto será el costo total de sembrar el césped y de instalar la valla alrededor del parque? Calcula el costo total con una operación combinada.

$$8 \cdot [2 \cdot (20 + 15)] + 12 \cdot (20 \cdot 15) = 4160 \text{ €}$$

5. Un vendedor de bicicletas compra 20 bicicletas a 150 € cada una, y durante el transporte, tres de ellas se dañan y no pueden venderse. Un año después vende cada una de las bicicletas restantes a 250 €. Calculando que los gastos de almacenamiento y mantenimiento han sido de 600 €, ¿qué ganancia ha obtenido por cada una de las bicicletas que compró? Resuelve con una operación combinada.

$$[(250 \cdot (20 - 3)) - (20 \cdot 150 + 600)] : 20 = 32,5 \text{ €}$$

6. Dispongo de 126,92 euros y quiero comprar un libro que cuesta 25,60 euros y todos los tebeos que pueda adquirir. Si cada tebeo cuesta 5,96 euros, ¿cuántos tebeos podré comprar? Resuelve con una operación combinada.

$$(126,92 - 25,60) : 5,96 = 17 \text{ tebeos}$$

(0.5 cada una) 7. Resuelve las siguientes operaciones combinadas y expresa el resultado final en forma de fracción irreducible:

a) $3 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{8}\right) = \frac{41}{42}$

b) $4 : \left(1 - \frac{1}{5}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{23}{4}$

c) $\frac{33}{20} : \left(\frac{6}{8} - \frac{15}{42}\right) + \frac{2}{3} : \frac{6}{5} = \frac{214}{45}$

d) $\left(\frac{7}{5}\right)^{-1} \cdot \frac{63}{10} + 6^{-2} + \frac{2}{18} = \frac{167}{36}$

(0.5 cada una) 8. Reduce a una única potencia

a) $\frac{15^7 \cdot 5^7}{25^7} = 3^7$

b) $\frac{5^7 \cdot 5^3}{15^{10}} = 3^{-10}$

c) $\frac{x^5 \cdot x^{-9}}{x^{-2}} = x^{-2}$

d) $\frac{(x^2)^{-3} : x^2}{x^9} = x^{-17}$

fracción

9. Pasar a forma decimal: a) 17,4387

b) $12, \overline{37}$

c) $1, \overline{534}$

a) $\frac{174387}{10000}$

c) $\frac{1519}{990}$

b) $\frac{1237}{99}$

10. Juan decide hacer una travesía por un parque natural. Comienza su recorrido en kayak, cubriendo los primeros $\frac{4}{7}$ del total del recorrido. Después, toma una bicicleta y recorre $\frac{3}{4}$ de la distancia restante. Finalmente, camina los últimos 900 metros hasta llegar al punto de destino.

(0.15) a) ¿Qué distancia recorrió Juan durante toda su travesía? Da el resultado en km. 8,4 km

(0.75) b) ¿Qué distancia recorrió en kayak? 4,8 km

11. En una sala hay un grupo de personas de las cuales $\frac{5}{12}$ del total son de nacionalidad española. De las personas restantes, $\frac{3}{5}$ son de nacionalidad portuguesa. El resto son de nacionalidad francesa, y son 28 personas. ¿Cuántas personas hay en total en la sala? 120 personas

12. Las latas de refresco tienen un volumen de $\frac{2}{3}$ de litro. ¿Cuántas latas son necesarias para envasar 20.000 litros de refresco? 30 000 latas

13. ¿Cuántos vasos de un octavo de litro se necesitan para llenar una botella de tres cuartos de litro? 6 vasos

14. Una imprenta produce 800 folletos en 4 horas. ¿Cuánto tiempo tardará en imprimir 2000 folletos? ¿Y 5000 folletos? 2000 folletos $\rightarrow$ 10 horas // 5000 folletos $\rightarrow$ 25 horas

15. Un proyecto de carretera es completado por 30 trabajadores en 90 días. ¿Cuántos trabajadores adicionales serán necesarios para completar el mismo proyecto en 60 días? 15 trabajadores adicionales

16. En una granja, el número de árboles que pueden ser plantados depende del número de trabajadores y de las horas trabajadas. Si 5 trabajadores pueden plantar 100 árboles en 4 horas, ¿cuántos árboles pueden plantar 10 trabajadores en 6 horas bajo las mismas condiciones? 300 árboles

17. 120 obreros tardan 30 días en construir 4 jardines. ¿Cuántos obreros se necesitarán para construir 6 jardines empleando 60 días? 90 obreros

18. Un depósito de agua pierde el 25 % de su contenido debido a una fuga. Tras la pérdida, quedan 900 litros de agua. ¿Cuál era el volumen inicial del depósito antes de la fuga? 1200 l

19. Un comercio aplica un descuento del 30 % sobre el precio de un artículo. Tras el descuento, el cliente paga 350 €. ¿Cuál era el precio inicial del artículo antes del descuento? 500 €

①

$$a) (-4)^2 \cdot [5 - 6 : (-2) - 3 \cdot 4] + 3^2 - (3^2 + 15 - 4) = 16 \cdot [5 - (-3) - 12] + 9 - (9 + 11) = 16 \cdot [5 + 3 - 12] + 9 - 20 = 16 \cdot [-4] - 11 = -64 - 11 = \boxed{-75}$$

$$b) -5^2 : (-25^2 : 5 + 120) - 4 \cdot (12 - 3 + 2^3 \cdot (-4)) = -25 : (-25 : 5 + 120) - 4 \cdot (9 + 8 \cdot (-4)) = -25 : (-125 + 120) - 4 \cdot (9 - 32) = -25 : (-5) - 4 \cdot (-23) = -(-5) - (-92) = 5 + 92 = \boxed{97}$$

$$c) (2 + 3\sqrt{49} - 2^4 + 5^2) \cdot (4^0 - \sqrt{144} + (2^3)^2) = (2 + 3 \cdot 7 - 16 + 25) \cdot (1 - 12 + 8^2) = (2 + 21 + 9) \cdot (-11 + 64) = 32 \cdot 53 = \boxed{1696}$$

②

$$a) 8^7 \cdot 8^3 \cdot 8^{19} = 8^{10} \cdot 8^{19} = \boxed{8^{29}}$$

$$b) \underbrace{9^7}^+ \cdot \underbrace{9^{15}}^+ \cdot \underbrace{(-9)^9}_{-} = -9^{7+15+9} = \boxed{-9^{31}}$$

$$c) [18^{20} : 2^{20}] : (3^5)^4 = 9^{20} : 3^{20} = (9 : 3)^{20} = \boxed{3^{20}}$$

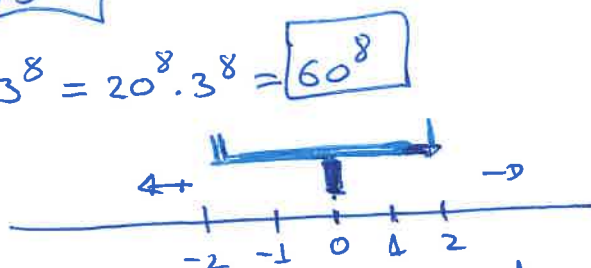
$$d) [2^4 \cdot 15^4]^3 \cdot [10^9 \cdot 3^9] = [30^4]^3 \cdot 30^9 = 30^{12} \cdot 30^9 = \boxed{30^{21}}$$

$$e) [25^4 \cdot 25^{19}] : [5^{29} : (-5)^6] = 25^{23} : [5^{29} : 5^6] = 25^{23} : 5^{23} = (25 : 5)^{23} = \boxed{5^{23}}$$

$$f) [(-4)^8 \cdot 5^8] \cdot (3^2)^4 = [4^8 \cdot 5^8] \cdot 3^8 = 20^8 \cdot 3^8 = \boxed{60^8}$$

③

MINUTO	POSICIÓN
0	0
1	0 + 2 - 10 = -8
2	-8 + 4 - 10 = -14
3	-14 + 6 - 10 = -18
4	-18 + 8 - 10 = -20
5	-20 + 10 - 10 = -20
6	-20 + 12 - 10 = -18
7	-18 + 14 - 10 = -14
8	-14 + 16 - 10 = -8
9	-8 + 18 - 10 = 0



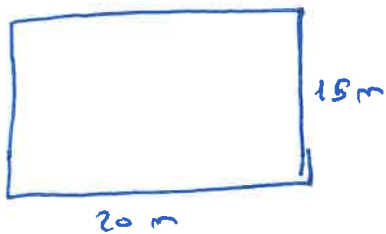
Tarda 9 minutos en repetir el ciclo.

$$7h 45min = 60 \cdot 7 + 45 = 465min$$

$$465 : 9 = 51,6$$

En 7h 45min repite el ciclo 51 veces.

④



- PERÍMETRO = $2 \cdot (20 + 15) = 2 \cdot 35 = 70 \text{ m}$
- ÁREA = $20 \cdot 15 = 300 \text{ m}^2$
- COSTO VALLA = $8 \cdot 70 = 560 \text{ €}$
- COSTO CÉSPED = $12 \cdot 300 = 3600 \text{ €}$
- COSTO TOTAL = $3600 + 560 = \underline{4160 \text{ €}}$

con una operación combinada:

$$8 \cdot [2 \cdot (20 + 15)] + 12 \cdot (20 \cdot 15) = 8 \cdot [2 \cdot 35] + 12 \cdot 300 = 8 \cdot 70 + 3600$$

$$= 560 + 3600 = \underline{4160 \text{ €}}$$

SOLUCIÓN: 4160 €

⑤

DATOS

- 20 bicicletas
- 150 € por bicicleta
- 3 se dañan
- Precio de venta: 250 €
- Gastos 600 €

- COSTO TOTAL = $20 \cdot 150 + 600 = 3000 + 600 = 3600 \text{ €}$

- INGRESOS = $250 \cdot (20 - 3) = 250 \cdot 17 = 4250 \text{ €}$

- BENEFICIO = $4250 - 3600 = 650 \text{ €}$

- BENEFICIO POR BICICLETA = $\frac{650}{20} = 32,5 \text{ €}$

con una operación combinada:

$$[(250 \cdot (20 - 3)) - (20 \cdot 150 + 600)] : 20 = [(250 \cdot 17) - (3000 + 600)] : 20$$

$$= [4250 - 3600] : 20 = 650 : 20 = 32,5 \text{ €}$$

⑥ DATOS

- 126,92 €
- Libro → 25,6 €
- Tebeos → 5,96

¿Cuántos tebeos se pueden comprar?

$$(126,92 - 25,6) : 5,96 = 101,32 : 5,96 = 17$$

SOLUCIÓN: Se pueden comprar 17 tebeos

RECORDATORIO

$$101,32 : 5,96 \stackrel{\cdot 100}{=} 10132 : 596 = 17$$

$$\begin{array}{r} 10132 \\ 4172 \\ \hline 000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1596 \\ 17 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{7} \text{ a) } & 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{8}\right) = 3 \cdot \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{16}{56} - \frac{21}{56}\right) = \\ & = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{-5}{56}\right) = 3 \cdot \frac{2^2}{3^2} + \frac{4 \cdot (-5)}{\cancel{56}^{14}} = \frac{\cancel{3} \cdot 2^2}{\cancel{3}^3} - \frac{5}{14} = \frac{4}{3} - \frac{5}{14} \\ & = \frac{56}{42} - \frac{15}{42} = \boxed{\frac{41}{42}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 4 \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 4 \cdot \left(\frac{5}{5} - \frac{1}{5}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right) = \\ & = 4 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{1} \cdot \frac{4^2}{5^2} - \frac{\cancel{3}}{\cancel{6}^2} = \frac{4 \cdot 5^2}{\cancel{4}^4} - \frac{1}{2} = \frac{25}{4} - \frac{1}{2} \\ & = \frac{25}{4} - \frac{2}{4} = \boxed{\frac{23}{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \frac{33}{20} : \left(\frac{6}{8} - \frac{15}{42}\right) + \frac{2}{3} : \frac{6}{5} = \frac{33}{20} : \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{14}\right) + \frac{\cancel{2} \cdot 5}{\cancel{3} \cdot \cancel{6}^3} = \frac{33}{20} : \left(\frac{21}{28} - \frac{10}{28}\right) \\ & + \frac{5}{9} = \frac{33}{20} : \frac{11}{28} + \frac{5}{9} = \frac{\cancel{33} \cdot \cancel{28}^7}{\cancel{20} \cdot \cancel{11}^5} + \frac{5}{9} = \frac{21}{5} + \frac{5}{9} = \frac{189}{45} + \frac{25}{45} = \boxed{\frac{214}{45}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \left(\frac{7}{5}\right)^{-1} \cdot \frac{63}{10} + 6^{-2} + \frac{2}{18} = \left(\frac{5}{7}\right)^1 \cdot \frac{63}{10} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{9} = \frac{5}{7} \cdot \frac{63}{10} + \frac{1}{36} + \frac{1}{9} \\ & = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{63}^9}{\cancel{7} \cdot \cancel{10}^2} + \frac{1}{36} + \frac{1}{9} = \frac{9}{2} + \frac{1}{36} + \frac{1}{9} = \frac{162}{36} + \frac{1}{36} + \frac{4}{36} = \boxed{\frac{167}{36}} \end{aligned}$$

8) a) $\frac{15^7 \cdot 5^7}{25^7} = \frac{75^7}{25^7} = \left(\frac{75}{25}\right)^7 = \boxed{3^7}$

b) $\frac{5^7 \cdot 5^3}{15^{10}} = \frac{5^{10}}{15^{10}} = \left(\frac{5}{15}\right)^{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} = \frac{1^{10}}{3^{10}} = \frac{1}{3^{10}} = \boxed{3^{-10}}$
 Se puede dejar así

c) $\frac{x^5 \cdot x^{-9}}{x^{-2}} = \frac{x^{-4}}{x^{-2}} = x^{-4 - (-2)} = x^{-4+2} = \boxed{x^{-2}}$

d) $\frac{(x^2)^3 \cdot x^2}{x^9} = \frac{x^6 \cdot x^2}{x^9} = \frac{x^{-6-2}}{x^9} = \frac{x^{-8}}{x^9} = x^{-8-9} = \boxed{x^{-17}}$

9) a) $174387 = \frac{174387}{10000}$

b) $N = 12\overline{37} \rightarrow \begin{array}{r} 100N = 1237\overline{37} \\ - N = \quad 12\overline{37} \\ \hline 99N = 1225 \\ N = \frac{1225}{99} \end{array}$

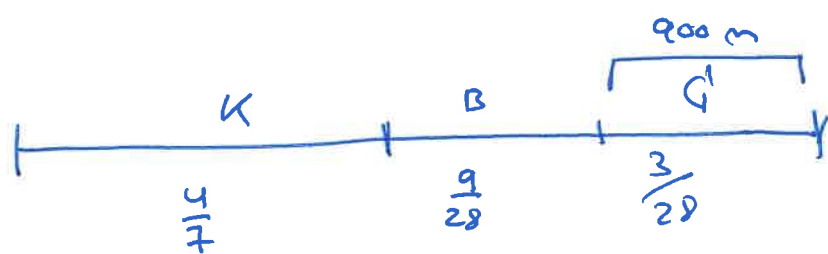
Solución:
 $12\overline{37} = \frac{1225}{99}$

c) $N = 15\overline{34} \rightarrow \begin{array}{r} 1000N = 1534\overline{34} \\ - 10N = \quad 15\overline{34} \\ \hline 990N = 1519 \\ N = \frac{1519}{990} \end{array}$

Solución:
 $15\overline{34} = \frac{1519}{990}$

⑩ DATOS

- K: $\frac{4}{7}$ del total
- B: $\frac{3}{4}$ del Resto
- G': 900 m



• Resto: $1 - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$

• B: $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{28}$

• K + B: $\frac{4}{7} + \frac{9}{28} = \frac{16}{28} + \frac{9}{28} = \frac{25}{28}$

• G': $1 - \frac{25}{28} = \frac{3}{28}$

$\frac{3}{28}$ del total son 900 m $\downarrow : 3$

$\frac{1}{28}$ del total son 300 m $\downarrow \cdot 28$

$\frac{28}{28}$ del total son 8400 m

8400 m = 8,4 Km

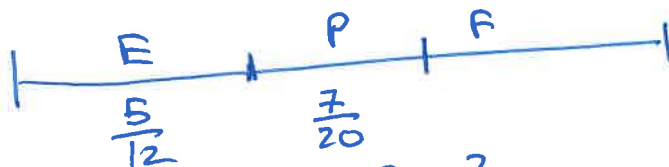
a) SOLUCIÓN: El recorrido mide un total de 8,4 Km.

b) $K = \frac{4}{7}$ de 8,4 = $\frac{4}{7} \cdot 8,4 = \frac{4 \cdot 8,4}{7} = 4,12 = \underline{4,8 \text{ Km}}$

SOLUCIÓN: En Kayak recorrió 4,8 Km

⑪ DATOS

- E: $\frac{5}{12}$ del total
- P: $\frac{3}{5}$ del Resto
- F: 28 personas



• Resto: $1 - \frac{5}{12} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$

• P: $\frac{3}{5}$ de $\frac{7}{12} = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{7}{20}$

• E + P: $\frac{5}{12} + \frac{7}{20} = \frac{25}{60} + \frac{21}{60} = \frac{46}{60} = \frac{23}{30}$

• F: $1 - \frac{23}{30} = \frac{30}{30} - \frac{23}{30} = \frac{7}{30}$

$\frac{7}{30}$ del total son 28 $\downarrow : 7$

$\frac{1}{30}$ del total son 4 $\downarrow \cdot 30$

$\frac{30}{30}$ del total son 120

SOLUCIÓN: En la sala hay un total de 120 personas.

12) DATOS

Lata: $\frac{2}{3} l$

Volumen a envasar: 20 000 l

$$20\,000 : \frac{2}{3} = \frac{20\,000}{1} : \frac{2}{3} = \frac{10\,000}{1 \cdot 2} = \frac{20\,000 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 10\,000 \cdot 3 = \underline{30\,000 \text{ latas}}$$

SOLUCIÓN: Se necesitan 30 000 latas

13) DATOS

Vaso: $\frac{1}{8} l$

Botella: $\frac{3}{4} l$

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ vasos}$$

SOLUCIÓN: Hacen falta 6 vasos

14)

Nº FOLLETOS

TIEMPO (h)

800

4

2000

x

$$\frac{800}{2000} = \frac{4}{x} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{x} \rightarrow 2x = 4 \cdot 5 \rightarrow x = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10 \text{ h}$$

Nº FOLLETOS

TIEMPO (h)

800

4

5000

x

$$\frac{800}{5000} = \frac{4}{x} \rightarrow \frac{4}{25} = \frac{4}{x} \rightarrow 4x = 4 \cdot 25 \rightarrow x = \frac{4 \cdot 25}{4} = 25 \text{ h}$$

SOLUCIÓN Para imprimir 2000 folletos hacen falta 10 horas.
Para imprimir 5000 folletos hacen falta 25 horas.

15)

Nº TRABAJADORES

TIEMPO (DÍAS)

30

90

x

60

$$\frac{x}{30} = \frac{90}{60} \rightarrow \frac{x}{30} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{x}{30} = \frac{3}{2} \rightarrow 2x = 3 \cdot 30 \rightarrow x = \frac{3 \cdot 30}{2} = 45 \text{ trabajadores}$$

SOLUCIÓN: Hacen falta 15 trabajadores adicionales.

(16)

D		
<u>Nº TRABAJADORES</u>	<u>HORAS</u>	<u>Nº ÁRBOLES</u>
5	4	100
10	6	X

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{6} = \frac{100}{X} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{100}{X} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{100}{X}$$

$$\rightarrow 1 \cdot X = 100 \cdot 3 \rightarrow X = 300 \text{ árboles}$$

SOLUCIÓN: 300 árboles

(17)

D		
<u>Nº JARDINES</u>	<u>DÍAS</u>	<u>Nº OBREROS</u>
4	30	120
6	60	X

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{30}{60} = \frac{120}{X} \rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{120}{X} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{120}{X} \rightarrow 4X = 120 \cdot 3$$

$$\rightarrow X = \frac{120 \cdot 3}{4} = 30 \cdot 3 = 90 \text{ obreros}$$

SOLUCIÓN: 90 obreros

(18)

<u>VOLUMEN (l)</u>	<u>%</u>
900	75
X	100

$$\frac{900}{X} = \frac{75}{100} \rightarrow \frac{900}{X} = \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow 900 \cdot 4 = 3X \rightarrow \frac{900 \cdot 4}{3} = X$$

$$\rightarrow 300 \cdot 4 = X \rightarrow \boxed{1200 = X}$$

SOLUCIÓN: Inicialmente había 12000 l en el depósito

19

PRECIO (€)	%
350	70
X	100

$$\frac{350}{X} = \frac{70}{100} \rightarrow \frac{350}{X} = \frac{7}{10} \rightarrow 350 \cdot 10 = 7X \rightarrow \frac{350 \cdot 10}{7} = X$$

$$\rightarrow X = 50 \cdot 10 \rightarrow X = 500 \text{ €}$$

Solución: El producto costaba 500 € originalmente