

7. Una empresa que fabrica dispositivos electrónicos tiene un coste de producción dado por la función:

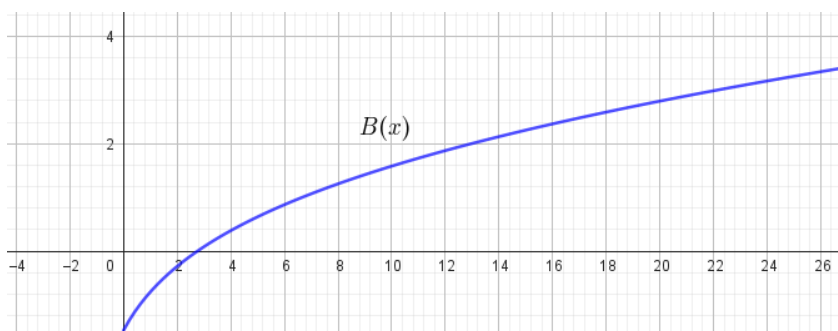
$$C(x) = \sqrt{5x + 20},$$

donde  $x$  es la cantidad de dispositivos fabricados en miles de unidades y  $C(x)$  es el **coste total en millones de euros**. Los ingresos obtenidos vienen dados por la función:

$$I(x) = 3\sqrt{x + 1},$$

donde  $x$  es la cantidad de dispositivos vendidos en miles de unidades e  $I(x)$  son los **ingresos totales en millones de euros**.

- a) Determinar el **dominio matemático** de las funciones  $C(x)$  e  $I(x)$ .
- b) ¿Cuál crees que es su dominio en el contexto del problema? (Esto se conoce como **dominio contextual**)
- c) ¿Como será la función  $B(x)$  de **beneficios**? ¿Qué ganancias se obtendrán al vender 3 750 productos? ¿Y 40 millones?
- d) ¿En que momento exacto la empresa comienza a dar beneficios?
- e) Se considera que la empresa será rentable a partir de 2 000 000 euros de ganancia. Determina cuando empezará a ser rentable.



**COMIENZA EN LA SIGUIENTE PÁGINA**

⑦  $C(x) = \sqrt{5x+20}$      $I(x) = 3\sqrt{x+1}$   
 $x \rightarrow$  dispositivos fabricados en miles de unidades  
 $C(x) \rightarrow$  cost total en millones de €  
 $I(x) \rightarrow$  ingresos totales en millones de €

a) Dom  $C = [-4, \infty)$

$$5x+20 \geq 0 \rightarrow 5x \geq -20 \rightarrow x \geq \frac{-20}{5} \rightarrow x \geq -4$$

• Dom  $I = [-1, \infty)$

$$x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1$$

b)  $[0, \infty)$

c)  $B(x) = I(x) - C(x) = 3\sqrt{x+1} - \sqrt{5x+20}$

$$\frac{3750}{1000} = 3,75 \text{ miles de productos}$$

$$B(3,75) = 3\sqrt{3,75+1} - \sqrt{5 \cdot 3,75 + 20} \approx 0,31 \text{ millones de €}$$

$$= \underline{\underline{310\,000 \text{ €}}}$$

$$0,31 \cdot 10^6 = 0,31 \cdot 1\,000\,000 = 310\,000 \text{ €}$$

$$\frac{40\,000\,000}{1000} = 40\,000 = 4 \cdot 10^4 \text{ miles de productos}$$

$$B(40\,000) = 3\sqrt{40\,000+1} - \sqrt{5 \cdot 40\,000 + 20} \approx 153 \text{ millones de €}$$

$$= \underline{\underline{153\,000\,000 \text{ €}}}$$

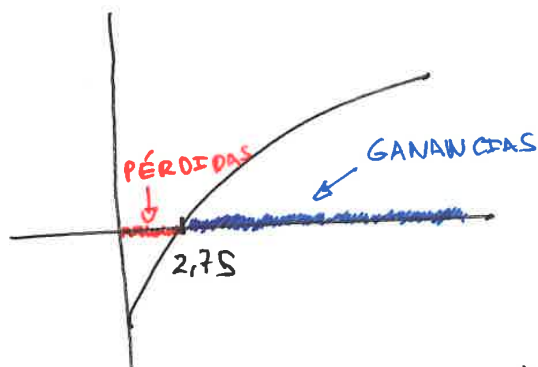
d)  $B(x) = 0 \Rightarrow 3\sqrt{x+1} - \sqrt{5x+20} = 0 \Rightarrow 3\sqrt{x+1} = \sqrt{5x+20}$

$$\Rightarrow (3\sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{5x+20})^2 \Rightarrow 9(x+1) = 5x+20 \Rightarrow 9x+9 = 5x+20$$

$$\Rightarrow 9x-5x = 20-9 \Rightarrow 4x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{4} = 2,75 \text{ miles de unidades}$$

$$\Rightarrow x = 2\,750 \text{ productos}$$

Teniendo en cuenta la gráfica de la función, la empresa tendrá pérdidas si vende menos de 2750 productos y ganancias si vende más

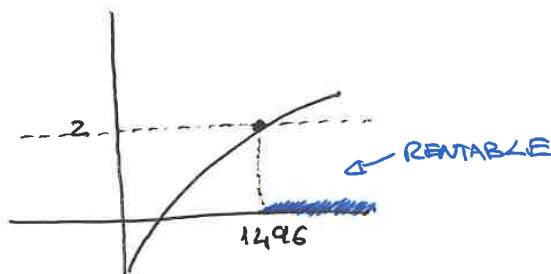


También se puede expresar con intervalos

- Habrá pérdidas si  $x \in (0, 2.75)$
- Habrá ganancias si  $x \in (2.75, \infty)$

$$\begin{aligned}
 c) \quad B(x) &= 2 \rightarrow 3\sqrt{x+1} - \sqrt{5x+20} = 2 \rightarrow 3\sqrt{x+1} = 2 + \sqrt{5x+20} \\
 &\rightarrow (3\sqrt{x+1})^2 = (2 + \sqrt{5x+20})^2 \rightarrow 9(x+1) = 4 + 4\sqrt{5x+20} + 5x+20 \rightarrow \\
 &\rightarrow 9x+9 = 5x+24 + 4\sqrt{5x+20} \rightarrow 9x+9-5x-24 = 4\sqrt{5x+20} \rightarrow \\
 &\rightarrow 4x-15 = 4\sqrt{5x+20} \rightarrow (4x-15)^2 = (4\sqrt{5x+20})^2 \rightarrow 16x^2 - 120x + 225 = 16(5x+20) \\
 &\rightarrow 16x^2 - 120x + 225 = 80x + 320 \rightarrow 16x^2 - 200x + 225 - 80x - 320 = 0 \\
 &\rightarrow 16x^2 - 280x - 95 = 0 \quad \begin{cases} x_1 \approx 12,96 & \checkmark \\ x_2 \approx -0,49 & \times \end{cases}
 \end{aligned}$$

Viendo la gráfica de la función es evidente que solo la primera solución es válida. Por lo tanto la empresa empezará a ser rentable cuando venda aproximadamente 12 960 productos.



será rentable si  $x \in [12,96, \infty)$