

2. Calcular la distancia del punto $P=(1,4)$ a la recta determinada por los puntos $A=(-2,3)$ y $B=(1,1)$.

1º MÉTODO FÓRMULA

$$P=(1,4)$$

Hace falta la ecuación general de r . Para determinar la ecuación de r hace falta

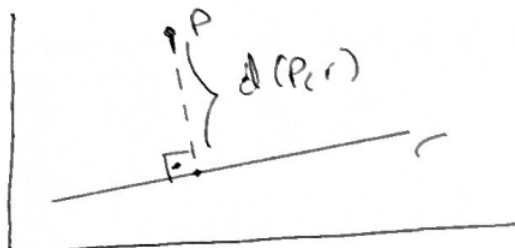
- PUNTO: $A=(-2,3)$

- V. DIRECTOR: $\vec{AB} = B-A = (1,1) - (-2,3) = (3,-2)$

Para calcular la ecuación general se va a usar la ecuación continua

$$r: \frac{x-(-2)}{3} = \frac{y-3}{-2} \Rightarrow -2(x+2) = 3(y-3) \Rightarrow -2x-4 = 3y-9 \Rightarrow$$

$$-2x-3y-4+9=0 \Rightarrow -2x-3y+5=0 \Rightarrow \boxed{2x+3y-5=0}$$



Ahora ya se puede usar la fórmula:

$$d(P,r) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{|2 + 12 - 5|}{\sqrt{4+9}} = \frac{|9|}{\sqrt{13}} = \frac{9}{\sqrt{13}} = \frac{9\sqrt{13}}{13} \text{ ud}$$

2º MÉTODO PASANDO LA PROYECCIÓN ORTOGONAL

$$P=(1,4)$$

$$r: 2x+3y-5=0$$

① Determinar S : - PUNTO: $P=(1,4)$
- V. DIRECTOR: $\vec{v}_S = \vec{n}_r = (2,3)$

$$S: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 4 + 3\lambda \end{cases}$$

② Intersección r y S
 $Q = (1+2\lambda, 4+3\lambda) \rightarrow$ punto genérico de S

$$2(1+2\lambda) + 3(4+3\lambda) - 5 = 0 \Rightarrow 2 + 4\lambda + 12 + 9\lambda - 5 = 0 \Rightarrow 13\lambda + 9 = 0 \Rightarrow 13\lambda = -9$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = -\frac{9}{13}}$$

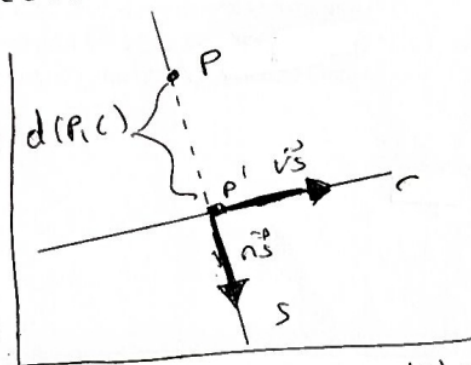
El punto de corte es

$$P' = \left(1 + 2 \cdot \left(-\frac{9}{13}\right), 4 + 3 \cdot \left(-\frac{9}{13}\right)\right) = \left(1 - \frac{18}{13}, 4 - \frac{27}{13}\right) = \left(-\frac{5}{13}, \frac{25}{13}\right)$$

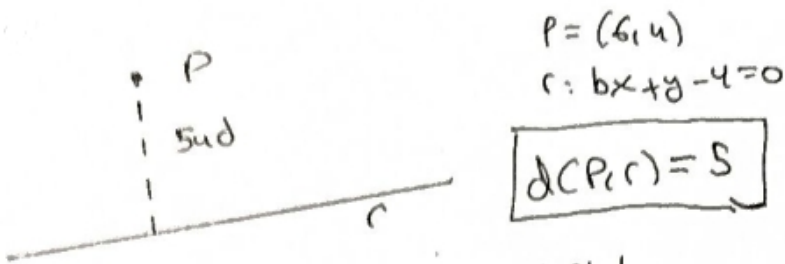
③ Calcular la distancia

$$d(P,r) = d(P,P') = |\vec{PP'}| = \sqrt{\left(-\frac{5}{13} - 1\right)^2 + \left(\frac{25}{13} - 4\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{18}{13}\right)^2 + \left(-\frac{27}{13}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{18^2}{13^2} + \frac{27^2}{13^2}} = \sqrt{\frac{18^2 + 27^2}{13^2}} = \sqrt{\frac{1053}{13^2}} = \frac{\sqrt{1053}}{13} = \frac{9\sqrt{13}}{13} \text{ ud}$$



6. Calcular el valor de b para que la distancia del punto $P(6,4)$ a la recta $r: bx+y-4=0$ sea igual a 5.



$$d(P, r) = \frac{|b \cdot 6 + 4 - 4|}{\sqrt{b^2 + 1}} = \frac{|6b|}{\sqrt{b^2 + 1}}$$

$$\frac{|6b|}{\sqrt{b^2 + 1}} = 5 \Rightarrow |6b| = 5\sqrt{b^2 + 1} \Rightarrow 6b = \pm 5\sqrt{b^2 + 1}$$

$$\Rightarrow (6b)^2 = (\pm 5\sqrt{b^2 + 1})^2 \Rightarrow 36b^2 = 25(b^2 + 1) \Rightarrow 36b^2 = 25b^2 + 25$$

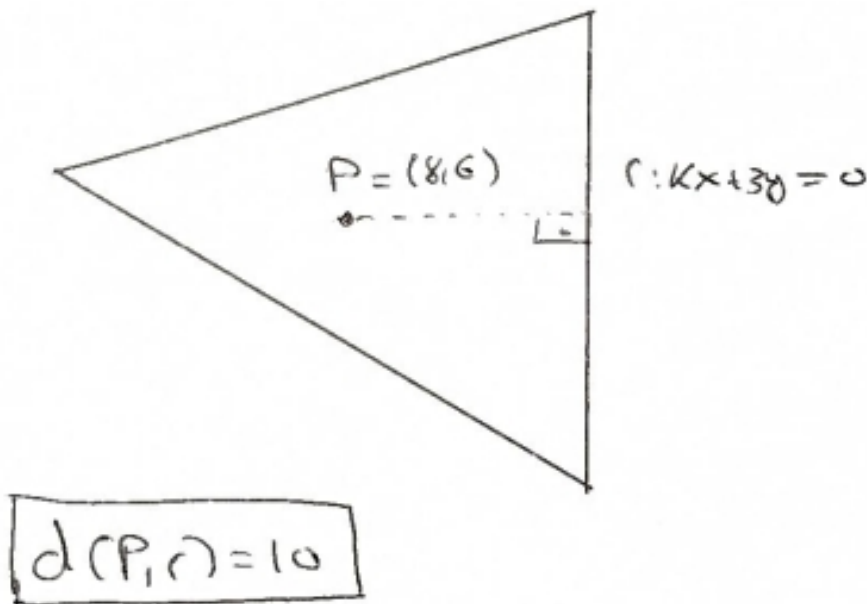
$$\Rightarrow 11b^2 = 25 \Rightarrow b^2 = \frac{25}{11} \Rightarrow b = \pm \sqrt{\frac{25}{11}} = \pm \frac{5}{\sqrt{11}} \quad \begin{cases} b_1 = \frac{5}{\sqrt{11}} \\ b_2 = -\frac{5}{\sqrt{11}} \end{cases}$$

COMPROBACIÓN

$$\begin{aligned} \bullet b_1 = \frac{5}{\sqrt{11}} &\Rightarrow \frac{|6 \cdot \frac{5}{\sqrt{11}}|}{\sqrt{(\frac{5}{\sqrt{11}})^2 + 1}} = \frac{|\frac{30}{\sqrt{11}}|}{\sqrt{\frac{25}{11} + 1}} = \frac{\frac{30}{\sqrt{11}}}{\sqrt{\frac{36}{11}}} = \frac{\frac{30}{\sqrt{11}}}{\frac{6}{\sqrt{11}}} = \frac{30}{6} = 5 \quad \checkmark \\ \bullet b_2 = -\frac{5}{\sqrt{11}} &\Rightarrow \frac{|6 \cdot (-\frac{5}{\sqrt{11}})|}{\sqrt{(-\frac{5}{\sqrt{11}})^2 + 1}} = \frac{|-\frac{30}{\sqrt{11}}|}{\sqrt{\frac{25}{11} + 1}} = \frac{\frac{30}{\sqrt{11}}}{\sqrt{\frac{36}{11}}} = \frac{\frac{30}{\sqrt{11}}}{\frac{6}{\sqrt{11}}} = \frac{30}{6} = 5 \quad \checkmark \end{aligned}$$

SOLUCIONES $b_1 = \frac{5}{\sqrt{11}} \quad b_2 = -\frac{5}{\sqrt{11}}$

9. Un ingeniero está diseñando una valla que debe delimitar un terreno triangular. Una de las líneas de la valla se representará por la ecuación $kx+3y=0$, donde k es un parámetro desconocido. Además, el punto $P(8,6)$ representa un poste eléctrico que no debe estar a más de 10 unidades de esta línea para no interferir con el diseño. Determina el valor de k que debe cumplir esta línea para que la distancia entre el poste eléctrico y la valla sea exactamente 10.



$$d(P, r) = \frac{|8k + 18|}{\sqrt{k^2 + 3^2}}$$

$$\frac{|8k + 18|}{\sqrt{k^2 + 9}} = 10 \Rightarrow |8k + 18| = 10\sqrt{k^2 + 9} \Rightarrow 8k + 18 = \pm 10\sqrt{k^2 + 9}$$

$$\Rightarrow 4k + 9 = \pm 5\sqrt{k^2 + 9} \Rightarrow (4k + 9)^2 = (\pm 5\sqrt{k^2 + 9})^2 \Rightarrow$$

$$16k^2 + 72k + 81 = 25(k^2 + 9) \Rightarrow 16k^2 + 72k + 81 = 25k^2 + 225 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -9k^2 + 72k - 144 = 0 \Rightarrow \boxed{k = 4}$$

COMPROBACIÓN

$$\frac{|8 \cdot 4 + 18|}{\sqrt{4^2 + 9}} = \frac{|32 + 18|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{50}{5} = 10 \checkmark$$

SOLUCIÓN: $k = 4$