

NOMBRE Y APELLIDOS:

CURSO:

GRUPO:

Nº DE CLASE:

FECHA DE ENTREGA: 26/11

NOTA TRIMESTRAL 0.5

- Las soluciones de los problemas se entregarán en un folio grapado a este.
- Se escribirán los resultados en el apartado RESULTADO.
- Deberá de justificarse la resolución de cada uno de los ejercicios. En caso contrario no se valorará el apartado.

Ejercicios	1a	1b	1c	2a	2b	3	4a	4b	4c	5a	5b	TOTAL	NOTA
Puntos	1	1	1	1	1	1	0,75	0,75	1	1	0,5	10	10
Nota													

En todos los ejercicios hay que hacer un dibujo.

1. En un parque se han colocado dos farolas. Se desea colocar un banco en un punto C de modo que:

- a) Las farolas están en $A = (1, 1)$ y $B = (5, 1)$. La segunda coordenada de C vale 3. Determina las coordenadas del banco sabiendo que la suma de las distancias de A a C y de B a C es igual a 6 metros.

RESULTADO: $C_1 \simeq (4'34, 3)$ $C_2 \simeq (4'66, 3)$

- b) Las farolas están en $A = (0, 0)$ y $B = (1, 0)$. Las coordenadas del banco son de la forma $C = (x, x + 2)$. Determina las coordenadas de C sabiendo que la suma de las distancia del banco a las dos farolas es de 4 metros.

RESULTADO: $C_1 \simeq (-0'18, 1'82)$ $C_2 \simeq (-1'14, 0'86)$

- c) Las farolas están situadas en $A=(0,0)$ y $B=(4,0)$. Determina las coordenadas de $C = (x, 2)$ sabiendo que el banco dista el doble de la farola A que de la farola B .

RESULTADO: $C_1 \simeq (7'1, 2)$ $C_2 \simeq (3'57, 2)$

En los tres apartados las coordenadas están medidas en metros.

2. En un plano se sigue la trayectoria de un dron que despega desde $P = (2, 3)$ (coordenadas medidas en metros)

- a) Por viento, su trayectoria se corrige con un **giro horario de 30°** alrededor del origen. ¿Dónde queda el nuevo punto P_1 ? (Recuerda que un giro horario tiene ángulo negativo)

RESULTADO: $P_1 \simeq (3'23, 1'6)$

- b) Después, el piloto lo **aleja 2 m del origen manteniendo el mismo ángulo polar**.
¿Cuál es su nueva posición P_2 ?

RESULTADO: $P_2 \approx (5.03, 2.49)$

3. Tres ciudades A, B y C se encuentran en línea recta en una carretera. Se sabe que la distancia entre las ciudades A y B es la tercera parte de la distancia entre las ciudades B y C. Sabiendo que, en un sistema de coordenadas, se tiene que $A=(2,3)$ y $B=(-4,5)$, ¿qué coordenadas tiene la ciudad C?

RESULTADO: $C = (-22, 11)$

4. Dados $A=(3,2)$, $B=(4,5)$ y $C=(7, k)$ se pide determinar k para que:
- Los tres puntos estén alineados.
 - El triángulo ABC sea rectángulo en A.
 - $\widehat{ABC} = 45^\circ$

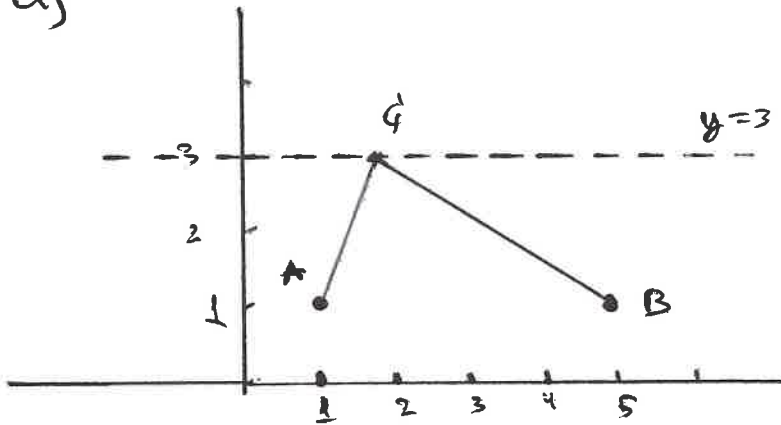
RESULTADO: a) $k = 14$ b) $k = \frac{2}{3}$ c) $k = -1$

5. Dos barcos parten de dos puertos situados en una línea de costa recta y separados entre sí por 8 km. El **primer barco** parte del primer puerto con un ángulo de 45° respecto a la línea de costa y viaja en línea recta a una velocidad de 8 km/h. El **segundo barco** parte del segundo puerto con un ángulo de 120° respecto a la línea de costa y viaja en línea recta a una velocidad de 10 km/h. Tras 2 horas, el segundo barco realiza un **giro de $+60^\circ$** respecto a su trayectoria actual y continúa con la misma velocidad.
- ¿A qué distancia se encuentran los barcos al cabo de 4 horas?
 - Representar gráficamente las trayectorias de ambos barcos. ¿Se cruzan las trayectorias?

RESULTADO: a) Distancia= 44.94 km

①

a)



$$A = (1, 1)$$

$$B = (5, 1)$$

$$G = (x, 3)$$

$$d(A, G) + d(B, G) = 6$$

$$d(A, G) = \sqrt{(x-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{x^2 - 2x + 1 + 4} = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$$

$$d(B, G) = \sqrt{(x-5)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 25 + 4} = \sqrt{x^2 - 10x + 29}$$

La ecuación queda:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x^2 - 10x + 29} = 6 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 5} = 6 - \sqrt{x^2 - 10x + 29}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x^2 - 2x + 5})^2 = (6 - \sqrt{x^2 - 10x + 29})^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 5 = 36 - 12\sqrt{x^2 - 10x + 29} + x^2 - 10x + 29$$

$$\Rightarrow -2x + 5 - 36 + 10x - 29 = -12\sqrt{x^2 - 10x + 29} \Rightarrow 8x - 60 = -12\sqrt{x^2 - 10x + 29}$$

$$\Rightarrow 2x - 15 = -3\sqrt{x^2 - 10x + 29} \Rightarrow (2x - 15)^2 = (-3\sqrt{x^2 - 10x + 29})^2 \Rightarrow$$

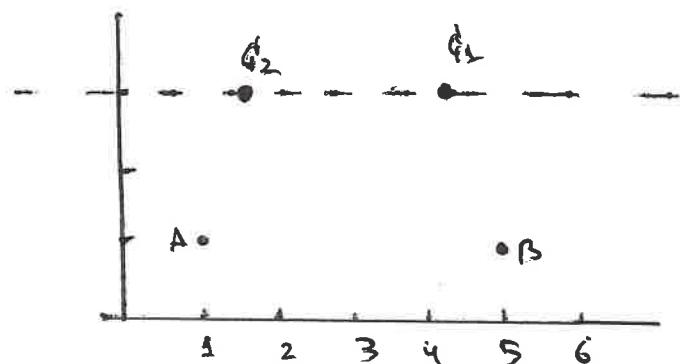
$$\Rightarrow 4x^2 - 60x + 225 = 9(x^2 - 10x + 29) \Rightarrow 4x^2 - 60x + 225 = 9x^2 - 90x + 261 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 60x + 225 - 9x^2 + 90x - 261 = 0 \Rightarrow -5x^2 + 30x - 36 = 0 \Rightarrow$$

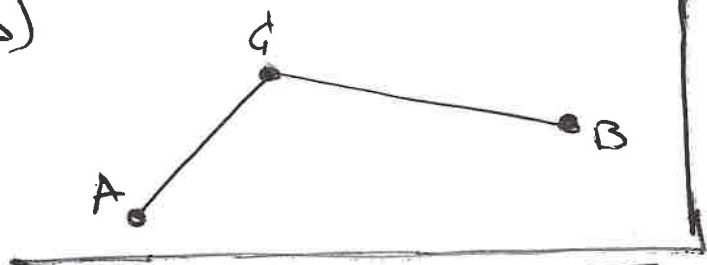
$$\Rightarrow 5x^2 - 30x + 36 = 0 \Rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{170}}{5} \begin{cases} x_1 \approx 4.34 & \text{válida} \\ x_2 \approx 1.66 & \text{válida} \end{cases}$$

Solución: Hay 2 posibles ubicaciones para el banco G

$$G_1 = (4.34, 3) \quad G_2 = (1.66, 3)$$



b)



$$d(A, G) + d(B, G) = 4$$

$$A = (0, 0) \quad B = (4, 0) \quad G = (x, x+2)$$

$$d(A, G) = \sqrt{(x-0)^2 + (x+2-0)^2} = \sqrt{x^2 + (x+2)^2} = \sqrt{x^2 + x^2 + 4x + 4}$$

$$= \sqrt{2x^2 + 4x + 4}$$

$$d(B, G) = \sqrt{(x-4)^2 + (x+2-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (x+2)^2} = \sqrt{x^2 - 2x + 4 + x^2 + 4x + 4}$$

$$= \sqrt{2x^2 + 2x + 8}$$

La ecuación queda:

$$\sqrt{2x^2 + 4x + 4} + \sqrt{2x^2 + 2x + 8} = 4 \Rightarrow \sqrt{2x^2 + 4x + 4} = 4 - \sqrt{2x^2 + 2x + 8}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2x^2 + 4x + 4})^2 = (4 - \sqrt{2x^2 + 2x + 8})^2 \Rightarrow 2x^2 + 4x + 4 = 16 - 8\sqrt{2x^2 + 2x + 8} + 2x^2 + 2x + 8$$

$$\Rightarrow 4x + 4 - 16 - 2x - 8 = -8\sqrt{2x^2 + 2x + 8} \Rightarrow 2x - 10 = -8\sqrt{2x^2 + 2x + 8}$$

$$\Rightarrow (2x - 10)^2 = (-8\sqrt{2x^2 + 2x + 8})^2 \Rightarrow 4x^2 - 40x + 100 = 64(2x^2 + 2x + 8)$$

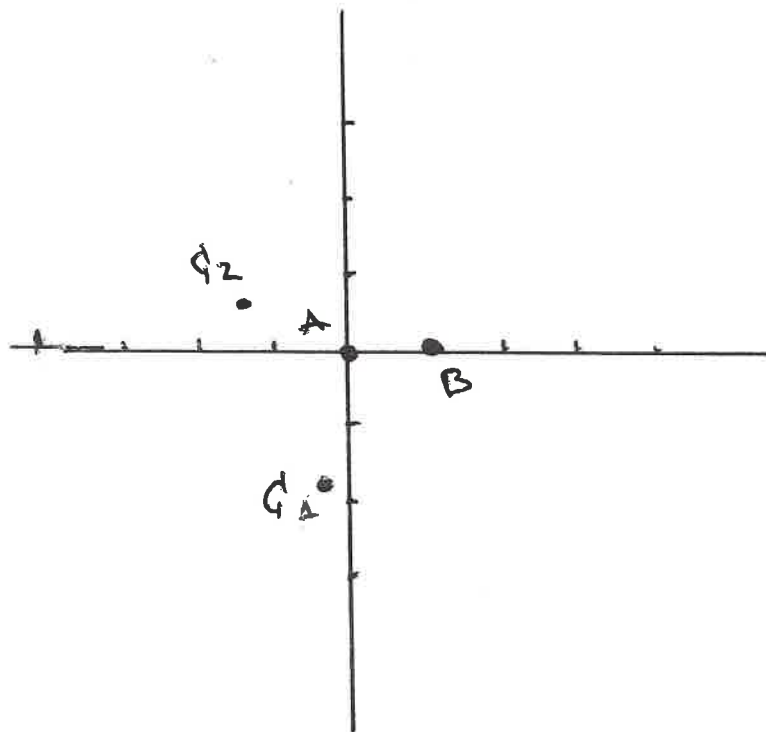
$$\Rightarrow 4x^2 - 40x + 100 = 128x^2 + 128x + 512 \Rightarrow 4x^2 - 40x + 100 - 128x^2 - 128x - 512 = 0$$

$$\Rightarrow -124x^2 - 168x - 412 = 0 \Rightarrow 124x^2 + 168x + 412 = 0$$

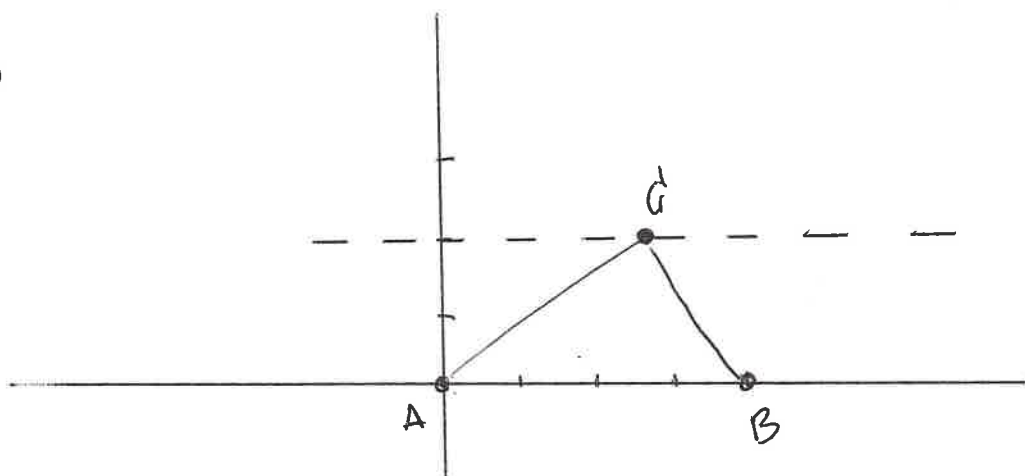
SOLUCIÓN: Hay 2 posibles ubicaciones para el banco G

$$G_1 = (-0.18, 1.82)$$

$$G_2 = (-1.4, 0.6)$$



c)



$$A = (0,0)$$

$$B = (4,0)$$

$$G = (x,2)$$

$$d(A,G) = 2 d(B,G)$$

$$d(A,G) = \sqrt{(x-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{x^2 + 4}$$

$$d(B,G) = \sqrt{(x-4)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 16 + 4} = \sqrt{x^2 - 8x + 20}$$

La ecuación quedaría así:

$$\sqrt{x^2 + 4} = 2 \sqrt{x^2 - 8x + 20} \quad \xrightarrow{(\quad)^2} \quad (\sqrt{x^2 + 4})^2 = (2 \sqrt{x^2 - 8x + 20})^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + 4 = 4(x^2 - 8x + 20) \Rightarrow x^2 + 4 = 4x^2 - 32x + 80 \Rightarrow x^2 + 4 - 4x^2 + 32x - 80 = 0$$

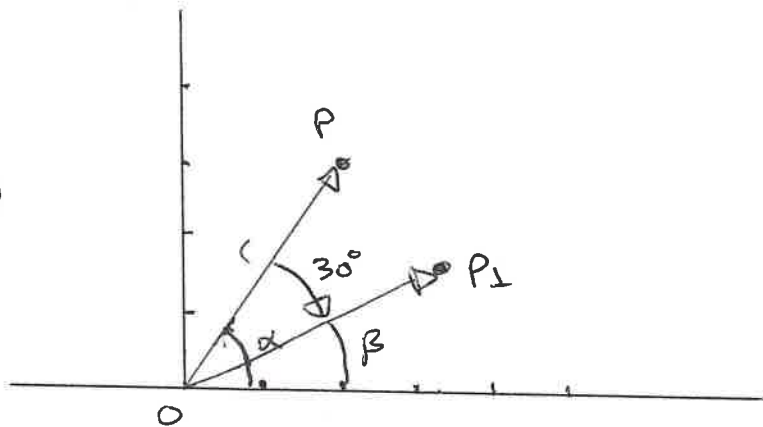
$$\Rightarrow -3x^2 + 32x - 76 = 0 \quad \begin{cases} x_1 \approx 7,10 & \text{válida} \\ x_2 \approx 3,57 & \text{válida} \end{cases}$$

Solución: Hay 2 posibles ubicaciones $G_1 = (7,1,2)$ o $G_2 = (3,57,2)$

②

$$P = (2, 3)$$

a)



$$\vec{OP} = (2, 3) = (r \cos \alpha, r \sin \alpha) \Rightarrow \begin{cases} r \cos \alpha = 2 \\ r \sin \alpha = 3 \end{cases}$$

$$r = |\vec{OP}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

Se deduce entonces

$$\sqrt{13} \cos \alpha = 2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right) \approx 56,31^\circ$$

El ángulo polar del vector de posición $\vec{OP}_1$

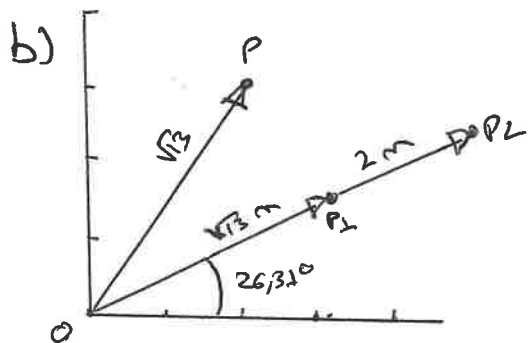
$$\beta = 56,31^\circ - 30^\circ \approx 26,31^\circ$$

Por lo tanto

$$\vec{OP}_1 = (r \cos \beta, r \sin \beta) = (\sqrt{13} \cos 26,31^\circ, \sqrt{13} \sin 26,31^\circ) \approx (3,23, 1,60)$$

SOLUCIÓN: Las nuevas coordenadas del dron son:

$$P_1 \approx (3,23, 1,60)$$



El vector de posición de P_2 será

$$\vec{OP}_2 = (r \cos \beta, r \sin \beta) \approx (5,61 \cos 26,31^\circ, 5,61 \sin 26,31^\circ) \approx (5,03, 2,49)$$

$$r = \sqrt{13} + 2 \approx 5,61 \text{ m}$$

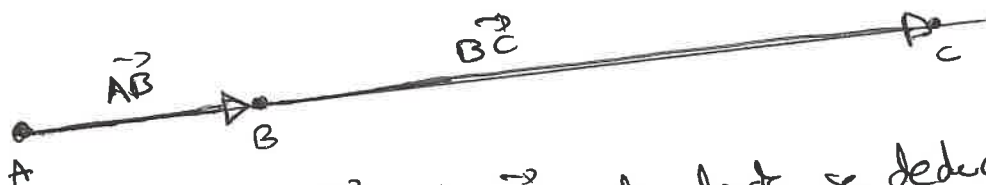
$$\beta = 26,31^\circ$$

SOLUCIÓN: $P_2 \approx (5,03, 2,49)$

3

$$A = (2, 3)$$

$$B = (-4, 5)$$



Sabemos que $\vec{AB} = \frac{1}{3} \vec{BC}$ de donde se deduce

$$\vec{BC} = 3\vec{AB}$$

Calculamos $\vec{AB}$:

$$\vec{AB} = B - A = (-4, 5) - (2, 3) = (-6, 2)$$

Por lo tanto:

$$\vec{BC} = 3\vec{AB} = 3(-6, 2) = (-18, 6)$$

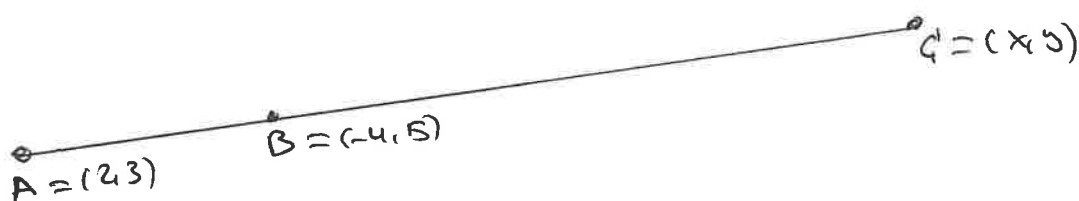
Se deduce:

$$C = B + \vec{BC} = (-4, 5) + (-18, 6) = (-22, 11)$$

Solución: Las coordenadas de C son:

$$C = (-22, 11)$$

RESOLUCIÓN ALTERNATIVA



Sabemos que $\vec{BC} = 3\vec{AB}$

$$\text{Por un lado: } \vec{BC} = C - B = (x, y) - (-4, 5) = (x+4, y-5)$$

$$\text{Por otro: } 3\vec{AB} = 3(-6, 2) = (-18, 6)$$

Se deduce

$$\vec{BC} = 3\vec{AB} \Rightarrow (x+4, y-5) = (-18, 6) \Rightarrow \begin{cases} x+4 = -18 \Rightarrow x = -22 \\ y-5 = 6 \Rightarrow y = 11 \end{cases}$$

Se deduce $C = (-22, 11)$

4)

a)  $A = (3, 2) \quad B = (4, 5) \quad C' = (7, k)$

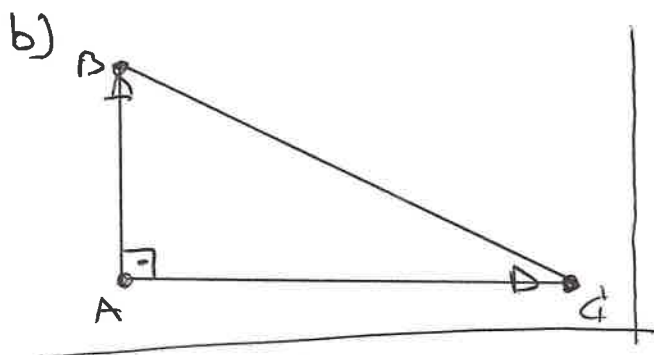
A, B y C' están alineados $\Leftrightarrow \vec{AB} \parallel \vec{AC'}$

$$\vec{AB} = B - A = (4, 5) - (3, 2) = (1, 3)$$

$$\vec{AC'} = C' - A = (7, k) - (3, 2) = (4, k-2)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{k-2} \Leftrightarrow k-2 = 12 \Leftrightarrow \boxed{k=14}$$

Solución: Los puntos están alineados si $k=14$.



El triángulo será rectángulo en A si $\vec{AB} \perp \vec{AC}$

que es equivalente a decir

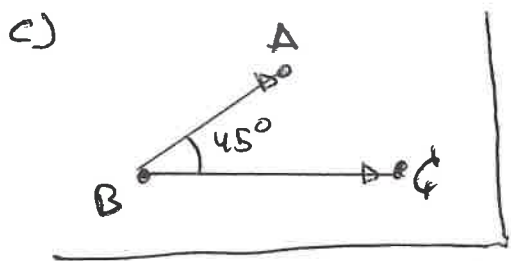
$$\boxed{\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (1, 3) \cdot (4, k-2) = 4 + 3(k-2) = 4 + 3k - 6 = 3k - 2$$

La ecuación resultante es:

$$3k - 2 = 0 \Rightarrow 3k = 2 \Rightarrow \boxed{k = \frac{2}{3}}$$

Solución: El triángulo será rectángulo en A si $k = \frac{2}{3}$.



$$\cos 45^\circ = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| |\vec{BC}|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{(-1, -3) \cdot (3, k-5)}{\sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} \sqrt{3^2 + (k-5)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{-3k + 12}{\sqrt{10} \sqrt{k^2 - 10k + 34}} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{-3k + 12}{\sqrt{10} \sqrt{k^2 - 10k + 34}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{(-3k + 12)^2}{(\sqrt{10})^2 (\sqrt{k^2 - 10k + 34})^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{9k^2 - 72k + 144}{10(k^2 - 10k + 34)} \Rightarrow 10(k^2 - 10k + 34) = 2(9k^2 - 72k + 144)$$

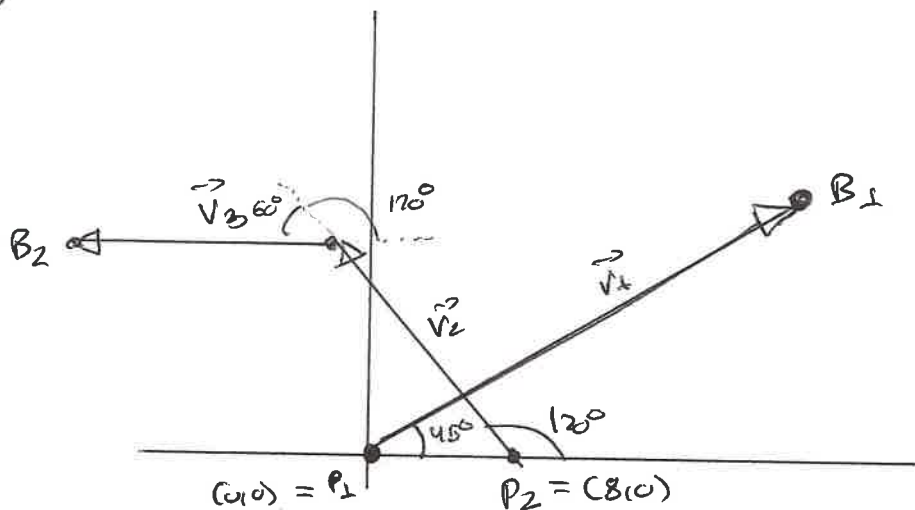
$$\Rightarrow 10K^2 - 100K + 340 = 18K^2 - 144K + 288 \Rightarrow 10K^2 - 100K + 340 - 18K^2 + 144K - 288 = 0$$

$$\Rightarrow -8K^2 + 44K + 52 = 0 \Rightarrow 2K^2 - 11K - 13 = 0 \quad \begin{cases} K_1 = \frac{13}{2} = 6.5 & \text{FALSA} \\ K_2 = -1 & \text{VÁLIDA} \end{cases}$$

(4)

SOLUCIÓN : $K = -1$

5



a) POSICIÓN BARCO 1 $B_1 = P_1 + \vec{v}_1$

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = (r \cos \alpha, r \sin \alpha) = (32 \cos 45^\circ, 32 \sin 45^\circ) \approx (22.63, 22.63) \\ \alpha = 45^\circ \\ r = v \cdot t = 8 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 4 \text{ h} = 32 \text{ km} \end{cases}$$

Luego

$$B_1 = P_1 + \vec{v}_1 = (0,0) + (22.63, 22.63) = (22.63, 22.63)$$

POSICIÓN BARCO 2 $B_2 = P_2 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$

$$\begin{cases} \vec{v}_2 = (r \cos \alpha, r \sin \alpha) = (20 \cos 120^\circ, 20 \sin 120^\circ) \approx (-10, 17.32) \\ \alpha = 120^\circ \\ r = v \cdot t = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \text{ h} = 20 \text{ km} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{v}_3 = (r \cos \alpha, r \sin \alpha) = (20 \cos 180^\circ, 20 \sin 180^\circ) = (-20, 0) \\ \alpha = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ \\ r = v \cdot t = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \text{ h} = 20 \text{ km} \end{cases}$$

Luego

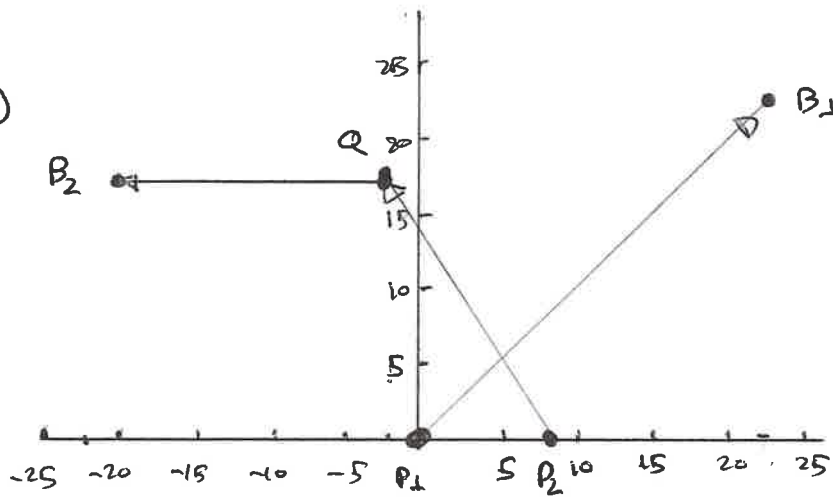
$$B_2 = P_2 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 \approx (8,0) + (-10, 17.32) + (-20,0) = (-22, 17.32)$$

CÁLCULO DE LA DISTANCIA

$$d(B_1, B_2) = \sqrt{(-22 - 22.63)^2 + (17.32 - 22.63)^2} \approx 44.94 \text{ km}$$

SOLUCIÓN: Los barcos distan 44.94 km aproximadamente

b)



$$P_1 = (0, 0)$$

$$P_2 = (8, 0)$$

$$B_1 \approx (22.63, 22.63)$$

$$B_2 \approx (-22, 17.32)$$

$$Q = P_2 + \vec{v}_2 = (8, 0) + (-10, 17.32) \\ = (-2, 17.32)$$

Las trayectorias se cruzan.