① Calcular m para que el vector $\vec{u}=(\frac{1}{2}, m)$ sea:

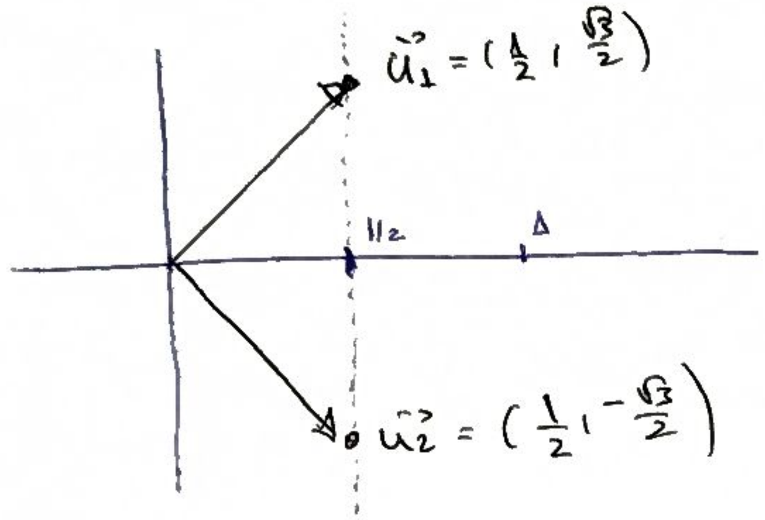
a) Unitario (módulo 1)

$$|\vec{u}|=1 \Rightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+m^2}=1 \xrightarrow{(\ )^2} \left(\frac{1}{2}\right)^2+m^2=1^2 \Rightarrow \frac{1}{4}+m^2=1$$

$$\Rightarrow m^2=1-\frac{1}{4} \Rightarrow m^2=\frac{3}{4} \Rightarrow m=\pm\sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow \boxed{m=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\boxed{m_1=\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \boxed{m_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

✓ ✓



b) Tenga módulo 7

$$|\vec{u}|=7 \Rightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+m^2}=7 \xrightarrow{(\ )^2} \left(\frac{1}{2}\right)^2+m^2=7^2 \Rightarrow \frac{1}{4}+m^2=49$$

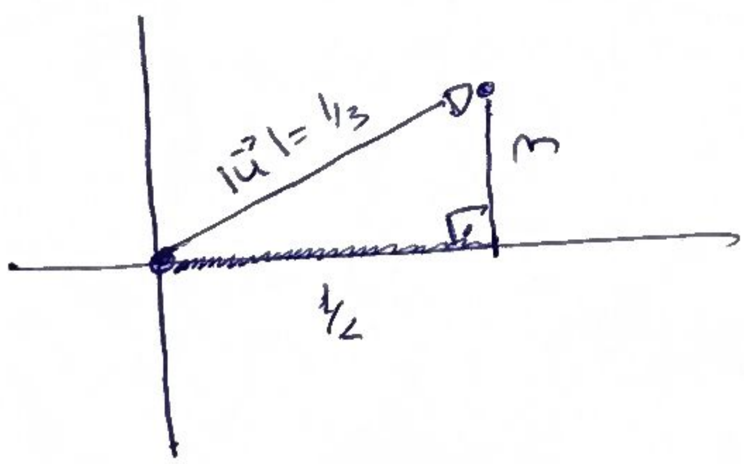
$$\Rightarrow m^2=49-\frac{1}{4} \Rightarrow m^2=\frac{195}{4} \Rightarrow m=\pm\sqrt{\frac{195}{4}} \Rightarrow \boxed{m=\pm\frac{\sqrt{195}}{2}}$$

$$\boxed{m_1=\frac{\sqrt{195}}{2}} \quad \boxed{m_2=-\frac{\sqrt{195}}{2}}$$

✓ ✓

c) $$|\vec{u}|=\frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+m^2}=\frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2+m^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4}+m^2=\frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow m^2=\frac{1}{9}-\frac{1}{4} \Rightarrow m^2=-\frac{5}{36} \Rightarrow m=\pm\sqrt{-\frac{5}{36}} \quad \nexists \text{ solución}$$



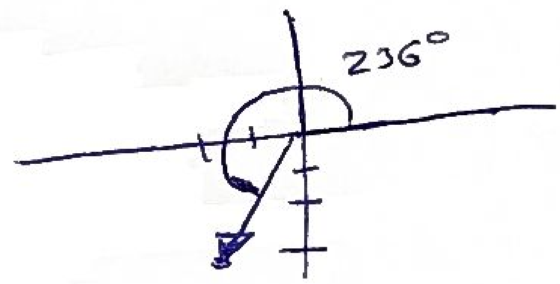
Esta situación es imposible. La hipotenusa ($|\vec{u}|$) siempre tiene que ser mayor que cualquiera de sus catetos.

(2) Hallar K para que los puntos $A=(2,K)$ y $B=(7,1)$ dista 7 unidades.

$\overline{d}(A,B)=7 \Rightarrow \sqrt{(7-2)^2+(1-K)^2}=7 \overset{(\ )^2}{\Rightarrow} 5^2+(1-K)^2=7^2$

$\Rightarrow 25+1-2K+K^2=49 \Rightarrow K^2-2K-23=0 \begin{cases} K_1=1+2\sqrt{6}\simeq 5{,}9 \\ K_2=1-2\sqrt{6}\simeq -3{,}9 \end{cases}$

(5) ¿Que ángulo forma el vector $\vec{u}=(-2,-3)$ con el eje $\overline{X}$?



$\overline{\vec{u}}=(r\cos\alpha, r\,\mathrm{sen}\,\alpha)=(-2,-3)$

$\begin{cases} r\cos\alpha=-2 \\ r\,\mathrm{sen}\,\alpha=-3 \end{cases}$

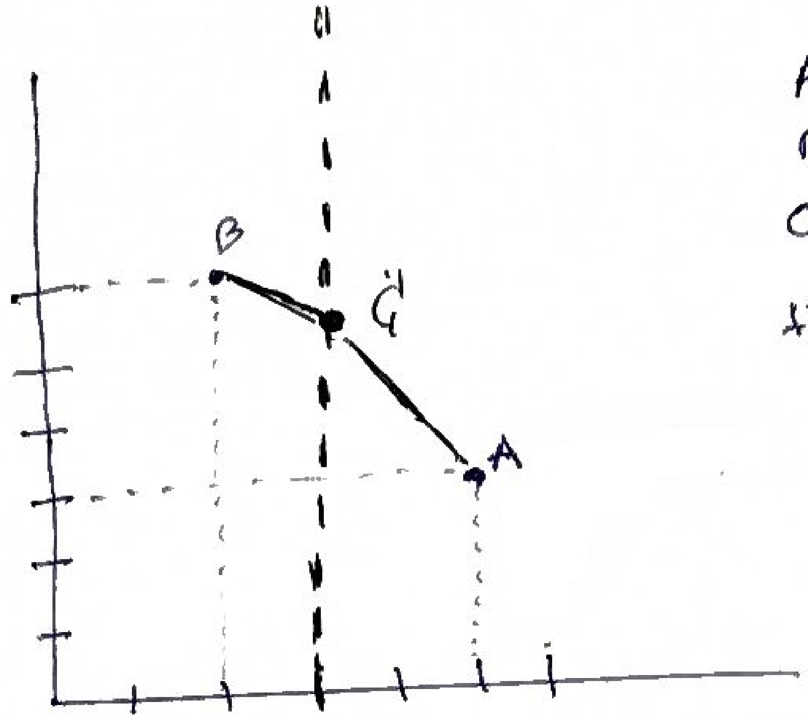
$r=|\vec{u}|=\sqrt{(-2)^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$

$\cos\alpha=\dfrac{-2}{\sqrt{13}} \Rightarrow \alpha=\arccos\left(\frac{-2}{\sqrt{13}}\right)\simeq 124^\circ \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1=124^\circ \ \times \\ \alpha_2=236^\circ \ \checkmark \end{cases}$

$360^\circ-124^\circ=236^\circ$

Solución Forma un ángulo de $\alpha\simeq 236^\circ$.

7



$A=(5,3)$
$B=(2,6)$
$G'=(3,y)$

Hay que determinar y

$$d(A,G') - d(B,G') = 1$$

$$\begin{cases} d(A,G) = \sqrt{(5-3)^2+(3-y)^2} = \sqrt{4+9-6y+y^2} = \sqrt{y^2-6y+13} \\ d(B,G') = \sqrt{(2-3)^2+(6-y)^2} = \sqrt{1+36-12y+y^2} = \sqrt{y^2-12y+37} \end{cases}$$

$$\sqrt{y^2-6y+13} - \sqrt{y^2-12y+37} = 1 \Rightarrow \sqrt{y^2-6y+13} = 1+\sqrt{y^2-12y+37} \xRightarrow{(\,)^2}$$

$$\Rightarrow -6y+13-1+12y-37 = 2\sqrt{\ }$$

$$\xrightarrow{(\,)^2} \cancel{y^2}-6y+13 = 1+2\sqrt{y^2-12y+37}+\cancel{y^2}-12y+37$$

$$\Rightarrow 6y-25 = 2\sqrt{y^2-12y+37} \Rightarrow (6y-25)^2 = \left(2\sqrt{y^2-12y+37}\right)^2$$

$$\Rightarrow 36y^2-300y+625 = 4(y^2-12y+37) \Rightarrow 36y^2-300y+625 = 4y^2-48y+148$$

$$\Rightarrow 36y^2-300y+625-4y^2+48y-148 = 0 \Rightarrow 32y^2-252y+477=0$$

$$\Rightarrow y = \frac{63 \pm 3\sqrt{17}}{16} \begin{cases} y_1 \simeq 4{,}71 & \text{VÁLIDA} \\ y_2 \cancel{\simeq 3{,}164} & \text{No VÁLIDA} \end{cases}$$

COMPROBACIÓN

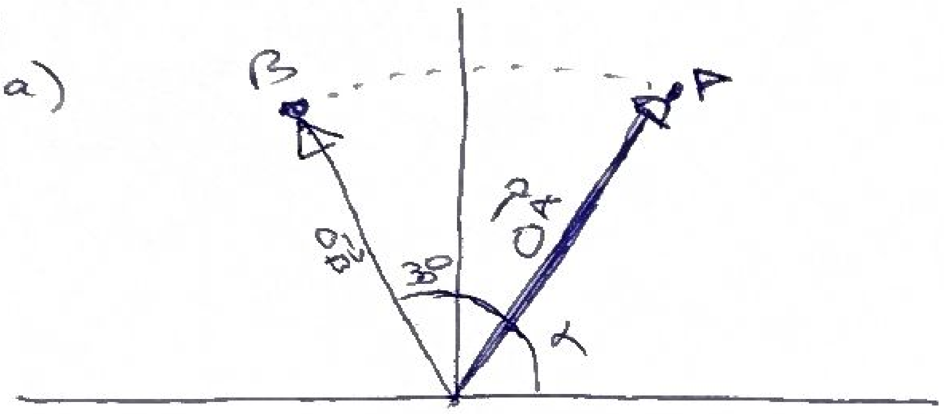
$$\sqrt{4{,}71^2-6\cdot 4{,}71+13} - \sqrt{4{,}71^2-12\cdot 4{,}71+37} \simeq 1 \checkmark$$

$$\sqrt{3{,}16^2-6\cdot 3{,}16+13} - \sqrt{3{,}16^2-12\cdot 3{,}16+37} \neq 1$$

SOLUCIÓN El punto pedido es ~~G=(3,y)~~ $G'=(3,4'71)$

(9)

a)



Recuerda, las coordenadas de $\vec{OA}$ coinciden con las de A.

$\vec{OA} = (r\cos\alpha, r\,\text{sen}\,\alpha) = (3,2) \Rightarrow \begin{cases} r\cos\alpha = 3 \\ r\,\text{sen}\,\alpha = 2 \end{cases} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$

$\boxed{r = |\vec{OA}| = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}}$

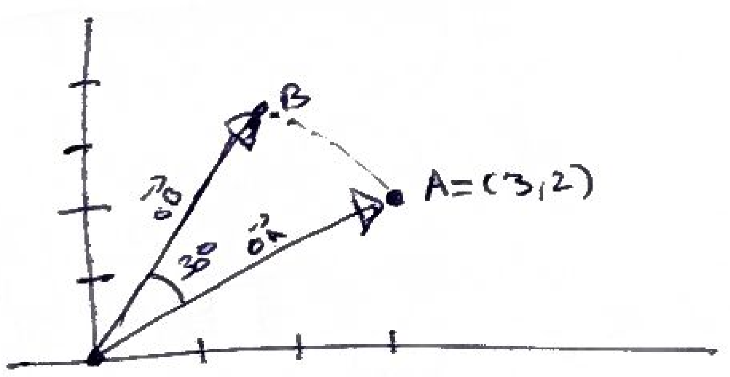
Luego $\alpha = \arccos\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right) \simeq 34° \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\alpha_1 = 34°} \quad ✓ \\ \alpha_2 = 360° - 34° = 326° \quad ✗ \end{cases}$

El vector $\vec{OB}$ tiene misma longitud que $\vec{OA}$ $r = \sqrt{13}$ y su ángulo polar es $\beta = \alpha + 30° \simeq 34° + 30° = 64°$

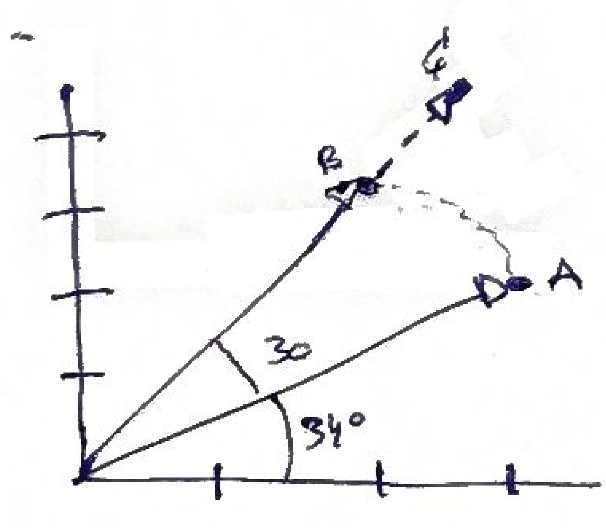
$\vec{OB} = (\sqrt{13}\cos 64°, \sqrt{13}\,\text{sen}\,64°) \simeq (1'58, 3'24)$

Las coordenadas de B son: $\boxed{B \simeq (1'58, 3'24)}$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



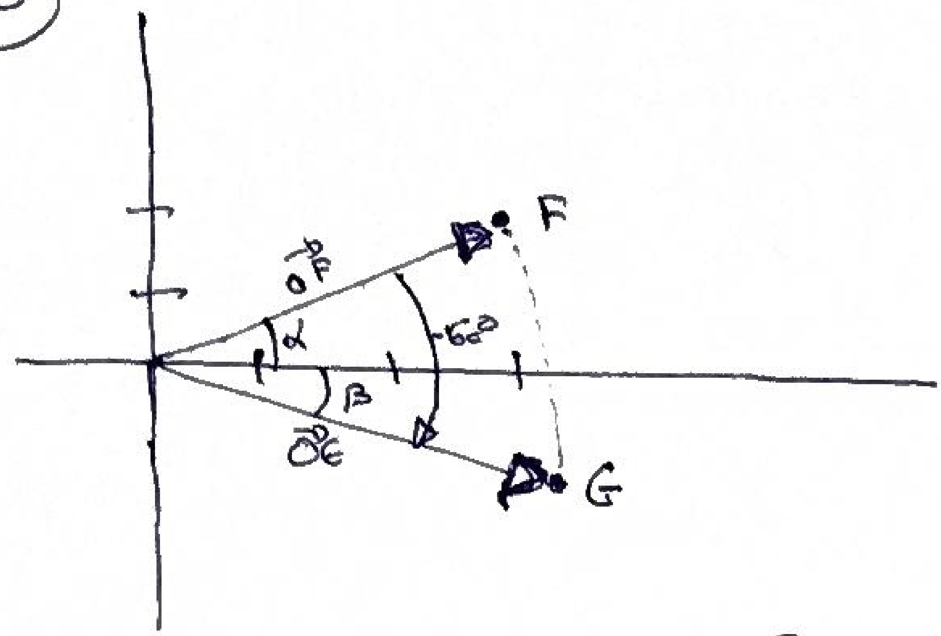
b)



En este caso el nuevo punto C tiene un ángulo polar de $\beta = 30° + 34° = \boxed{64°}$ y una longitud de $r = \sqrt{13} + 1$

$C = ((\sqrt{13}+1)\cos 64°, (\sqrt{13}+1)\,\text{sen}\,64°) \simeq (2'02, 4'14)$

10



a)

$\vec{OF} = (3,2) = (r\cos\alpha, r\,\text{sen}\,\alpha) \Rightarrow \begin{cases} r\cos\alpha = 3 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} \Rightarrow \\ r\,\text{sen}\,\alpha = 2 \end{cases}$

$r = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$

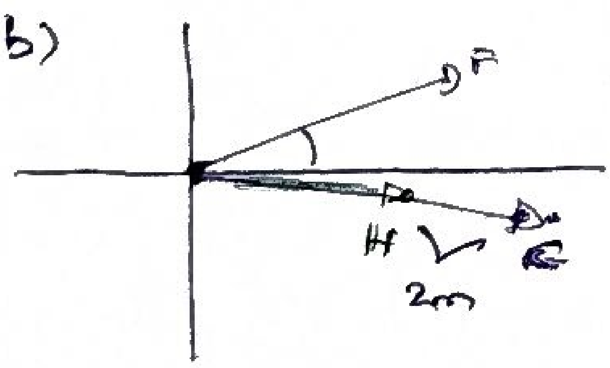
$\alpha = \arccos\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right) \simeq 34° \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\alpha_1 = 34°} \\ \alpha_2 = 360° - 34° \simeq 326° \quad \times \end{cases}$

$\vec{OG} = (r\cos\beta, r\,\text{sen}\,\beta) = (\sqrt{13}\cos(-26°), \sqrt{13}\,\text{sen}(-26°)) \simeq (3'24, -1'58)$

• Radio: $r = \sqrt{13}$

• Ángulo polar: $\beta = -60° + \alpha = -26°$

b)



$\vec{OH} = ((\sqrt{13}-2)\cos(-26°), (\sqrt{13}-2)\,\text{sen}(-26°)) \simeq (1'44, -0'7)$

• Radio: $r = \sqrt{13} - 2$

• Ángulo: $\beta = -26°$