

ECUACIONES IRRACIONALES

Para resolver una ecuación irracional seguimos los siguientes pasos:

1. **Aislar la raíz:** Si la ecuación tiene más de una raíz cuadrada, selecciona una y aísla esa raíz en un lado de la ecuación. Ejemplo:

$$\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+8} = 4 \iff \sqrt{2x-1} = 4 + \sqrt{x+8}$$

2. **Elevar ambos lados al cuadrado:** Eleva ambos lados de la ecuación para eliminar la raíz aislada. Recuerda expandir correctamente cualquier binomio. Ejemplo:

$$(\sqrt{2x-1})^2 = (4 + \sqrt{x+8})^2 \iff 2x - 1 = 16 + 8\sqrt{x+8} + x + 8$$

3. **Simplificar la ecuación resultante:** Junta todos los términos similares y organiza la ecuación. Si queda otra raíz cuadrada, repite el proceso desde el paso 1. Ejemplo:

$$8\sqrt{x+8} = 2x - 1 - x - 24 \iff 8\sqrt{x+8} = 2x - 1 - x - 24 \iff$$

$$(8\sqrt{x+8})^2 = (x - 25)^2 \iff 64(x+8) = (x - 25)^2$$

4. **Resolver la ecuación:** Una vez eliminadas todas las raíces cuadradas, resuelve la ecuación resultante. Normalmente será una ecuación polinómica. Ejemplo:

$$64x + 512 = x^2 - 50x + 625 \iff x^2 - 114x + 113 = 0$$

Resolviendo usando la fórmula de 2º grado: $x_1 = 113$ y $x_2 = 1$

5. **Verificar las soluciones:** Sustituye las soluciones obtenidas en la ecuación original. Este paso es esencial, ya que al elevar al cuadrado puedes introducir soluciones falsas (respuestas que no cumplen la ecuación inicial). Ejemplo

Sustituimos $x_1 = 113$ y $x_2 = 1$ en la ecuación original $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+8} = 4$

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot 113 - 1} - \sqrt{113 + 8} &= 4 \Rightarrow x_1 = 113 \text{ solución verdadera} \\ \sqrt{2 \cdot 1 - 1} - \sqrt{1 + 8} &= 4 \Rightarrow x_2 = 1 \text{ solución falsa} \end{aligned}$$

Ecuación	Solución
$\sqrt{2x-5} + 2 = x$	Sin solución
$2\sqrt{5x+6} - 3 = x + 3$	SOL: $x_1 = 6; x_2 = 2$
$\sqrt{4x+9} - \sqrt{2x+1} = 2$	SOL: $x_1 = 0; x_2 = 4$
$\sqrt{3x+4} - \sqrt{1-x} = 1$	SOL: $x = 0$
$\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+8} = 4$	SOL: $x = 113$
$\sqrt{3x+3} - 1 = \sqrt{8-2x}$	SOL: $x = 2$
$\sqrt{x} + \sqrt{x-4} = 2$	SOL: $x = 4$
$\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$	SOL: $x = 5$
$\sqrt{2x-1} + \sqrt{2x+1} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$	SOL: $x = \frac{8}{5}$
$\frac{21}{\sqrt{6x+1}} - \sqrt{6x+1} = 2\sqrt{3x}$	SOL: $x = \frac{4}{3}$
$\sqrt{x+6} + \sqrt{x+11} = \sqrt{5-10x}$	SOL: $x = -2$
$\sqrt{x-3} + \sqrt{x+4} = \sqrt{4x+1}$	SOL: $x = 12$

Vídeos de ayuda

