

## LECCIÓN 7. Área

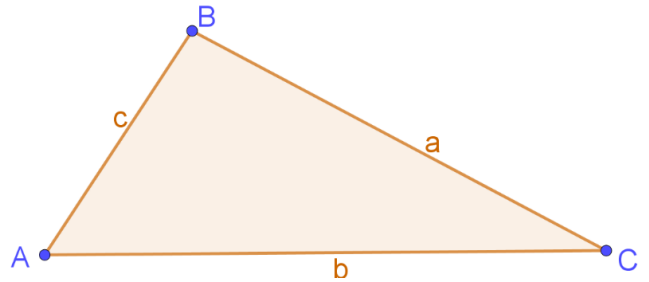
### Área de un triángulo

El área (superficie) de un triángulo viene dada por cualquiera de estas 3 fórmulas:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a b \sin \hat{C}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a c \sin \hat{B}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} b c \sin \hat{A}$$

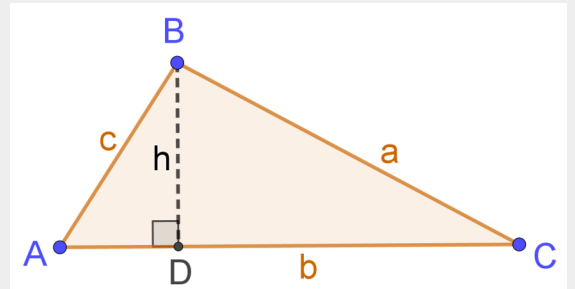


#### Demostración:

El área de un triángulo es :  $S_{ABC} = \frac{1}{2} \text{base} \cdot \text{altura}$

Si  $h$  es la altura del triángulo sobre el lado  $AC$  se tiene que

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} b h$$



Si nos fijamos en el triángulo  $ABD$ , la altura  $h$  es el cateto opuesto al ángulo  $\hat{A}$ , por lo que tenemos que:

$$\sin \hat{A} = \frac{h}{c} \implies h = c \sin \hat{A}$$

Sustituyendo en la fórmula del área:

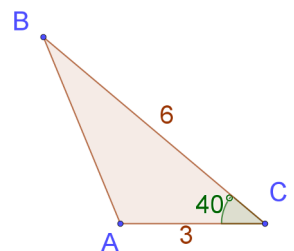
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} b h = \frac{1}{2} b c \sin \hat{A}$$

El resto de las fórmulas se demuestra de manera análoga

□

**EJEMPLO 1:** Hallar el área del triángulo dado por  $a=3\text{ cm}$ ,  $b=6\text{ cm}$  y  $C=40^\circ$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \sin 40^\circ = 9 \sin 40^\circ \approx 5,79 \text{ cm}^2$$

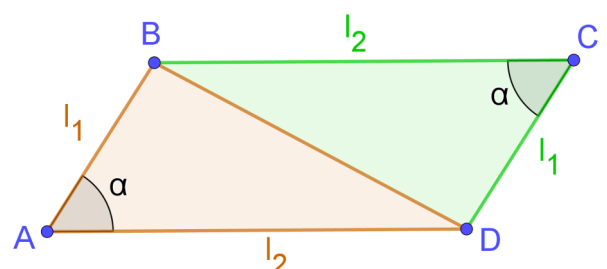


### Área de un paralelogramo

Recordemos que un paralelogramo es un cuadrilátero en el que los lados opuestos son iguales y paralelos entre ellos.

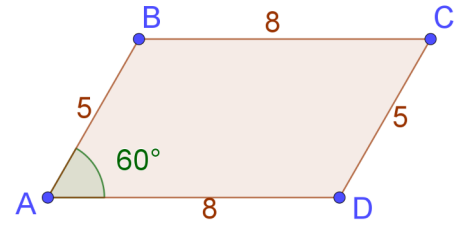
Todo paralelogramo se puede descomponer en dos triángulos congruentes, y por lo tanto de igual área. Debido a esto, su área se puede determinar como:

$$S_{ABCD} = l_1 l_2 \sin \alpha$$



**EJEMPLO 2:** Hallar el área del paralelogramo  $ABCD$  donde  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{BC} = 8$  y  $\angle BAD = 60^\circ$ .

$$S_{ABCD} = 5 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = 20\sqrt{3} \approx 34,64 \text{ m}^2$$



## EJERCICIOS

1. Hallar los lados de un triángulo sabiendo que su área mide  $18 \text{ cm}^2$  y dos de sus ángulos  $A = 30^\circ$  y  $B = 45^\circ$  (SOL:  $a \approx 5,13 \text{ cm}$ ;  $b \approx 7,26 \text{ cm}$ ;  $c \approx 9,92 \text{ cm}$ )
2. Dos fincas triangulares ABC y DEF del mismo tamaño verifican que el ángulo en D es el doble que el ángulo en A. Además sabemos que  $AB = 10 \text{ m}$ ,  $AC = 5 \text{ m}$ ,  $DE = 6 \text{ m}$  y  $DF = 6$ . Se pide determinar el valor del ángulo A. (SOL:  $46^\circ 1'$ ;  $17,98 \text{ m}^2$ )