

LECCIÓN 7. Área

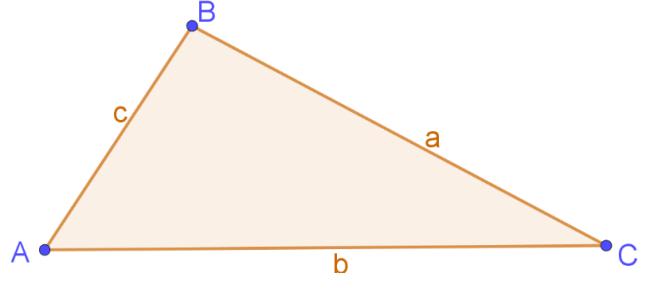
Área de un triángulo

El área (superficie) de un triángulo viene dada por cualquiera de estas 3 fórmulas:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a b \operatorname{sen} \widehat{C}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a c \operatorname{sen} \widehat{B}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} b c \operatorname{sen} \widehat{A}$$

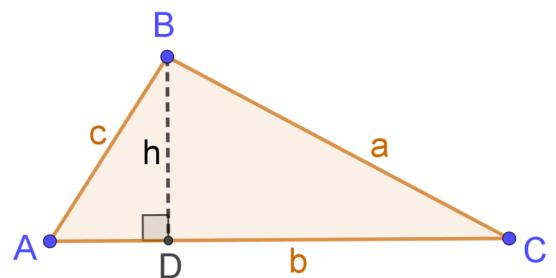


Demostración:

El área de un triángulo es : $S_{ABC} = \frac{1}{2}$ base · altura

Si h es la altura del triángulo sobre el lado AC se tiene que

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} b h$$



Si nos fijamos en el triángulo ABD , la altura h es el cateto opuesto al ángulo \widehat{A} , por lo que tenemos que:

$$\operatorname{sen} \widehat{A} = \frac{h}{c} \implies h = c \operatorname{sen} \widehat{A}$$

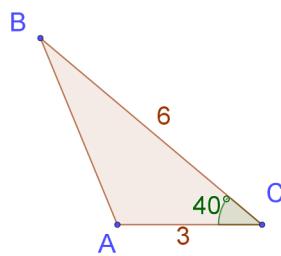
Sustituyendo en la fórmula del área:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} b h = \frac{1}{2} b c \operatorname{sen} \widehat{A}$$

El resto de las fórmulas se demuestra de manera análoga

EJEMPLO 1: Hallar el área del triángulo dado por $a=3\text{ cm}$, $b=6\text{ cm}$ y $C=40^\circ$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \operatorname{sen} 40^\circ = 9 \operatorname{sen} 40^\circ \approx 5,79 \text{ cm}^2$$

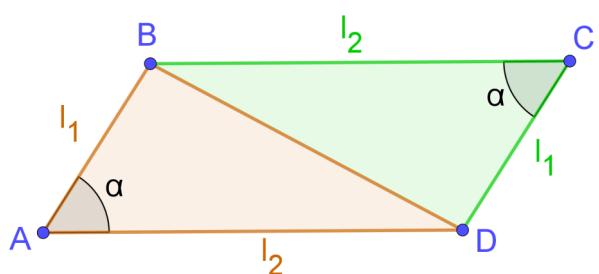


Área de un paralelogramo

Recordemos que un paralelogramo es un cuadrilátero en el que los lados opuestos son iguales y paralelos entre ellos.

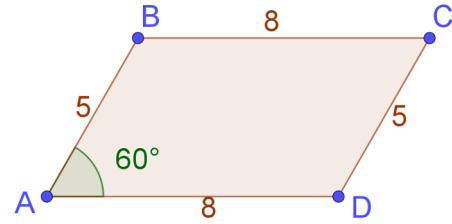
Todo paralelogramo se puede descomponer en dos triángulos congruentes, y por lo tanto de igual área. Debido a esto, su área se puede determinar como:

$$S_{ABCD} = l_1 l_2 \operatorname{sen} \alpha$$



EJEMPLO 2: Hallar el área del paralelogramo $ABCD$ donde $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 8$ y $\angle BAD = 60^\circ$.

$$S_{ABCD} = 5 \cdot 8 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ = 20\sqrt{3} \approx 34,64 \text{ m}^2$$



EJERCICIOS

1. Hallar los lados de un triángulo sabiendo que su área mide 18 cm^2 y dos de sus ángulos $A = 30^\circ$ y $B = 45^\circ$ (SOL: $a \approx 5,13 \text{ cm}$; $b \approx 7,26 \text{ cm}$; $c \approx 9,92 \text{ cm}$)
2. Dos fincas triangulares ABC y DEF del mismo tamaño verifican que el ángulo en D es el doble que el ángulo en A. Además sabemos que $AB = 10 \text{ m}$, $AC = 5 \text{ m}$, $DE = 6 \text{ m}$ y $DF = 6 \text{ m}$. Se pide determinar el valor del ángulo A. (SOL: $46^\circ 1'$; $17,98 \text{ m}^2$)