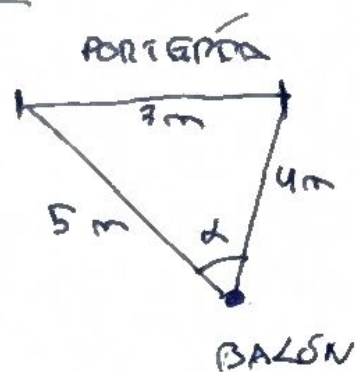


PROBLEMAS

- ② En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón a un punto a 4 m y a 5 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto?



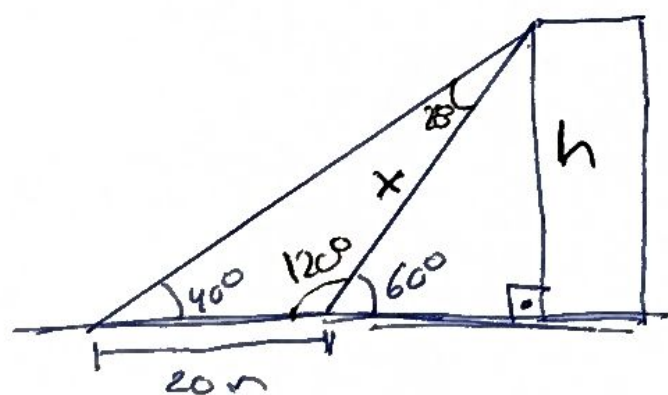
T. COSENO

$$7^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cos \alpha \rightarrow 2 \cdot 4 \cdot 5 \cos \alpha = 4^2 + 5^2 - 7^2$$

$$\rightarrow \cos \alpha = \frac{4^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} \rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{4^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 4 \cdot 5}\right) \approx 102^\circ$$

SOLUCIÓN: 102°

- ⑤ Juan quiere medir la altura de un edificio. Desde donde se encuentra mide el ángulo de elevación desde el suelo a la cima del edificio, obteniendo un ángulo de 60° . Luego, se aleja 20 metros y repite la medición anterior, obteniendo un ángulo de 40° . ¿Cuánto mide exactamente el edificio? - Aproximado con 3 cifras significativas?



1. CÁLCULO DE x

T. SENOS $\frac{x}{\sin 40^\circ} = \frac{20}{\sin 20^\circ} \rightarrow x = \frac{20 \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} \approx \underline{37.59 \text{ m}}$

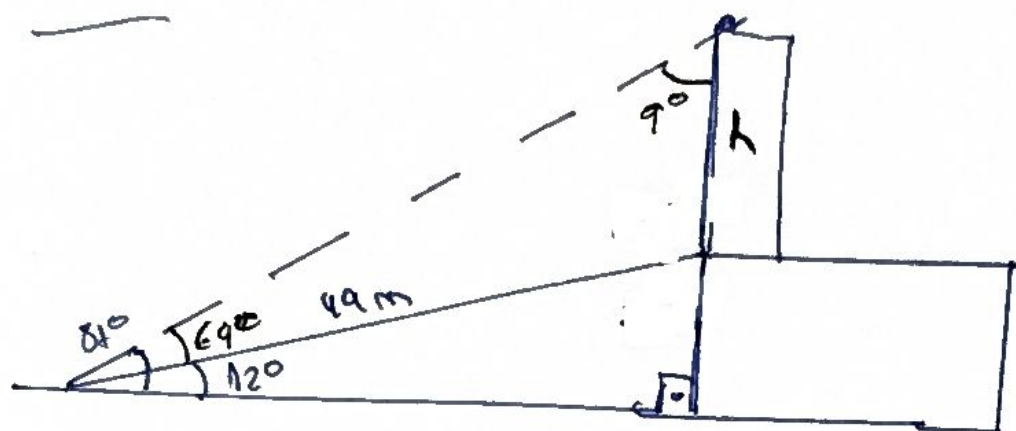
2. CÁLCULO DE h

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow h = x \sin 60^\circ = \frac{20 \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} \sin 60^\circ$$

$$\rightarrow h = \frac{20 \sin 40^\circ \sin 60^\circ}{\sin 20^\circ} \approx \underline{32.6 \text{ m}}$$

SOLUCIÓN: $h = \frac{20 \sin 40^\circ \sin 60^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 32.6 \text{ m}$

- ⑧ Una pendiente ciclista de 49 m de largo y una inclinación de 12° conduce al pie de una absal estatua. Calcular la altura exacta de esta sabiendo que desde el inicio de la pendiente, el ángulo de elevación del punto más alto es de 64° .



T. SENO

$$\frac{49}{\sin 90^\circ} = \frac{h}{\sin 64^\circ} \rightarrow h = \frac{49 \sin 64^\circ}{\sin 90^\circ}$$

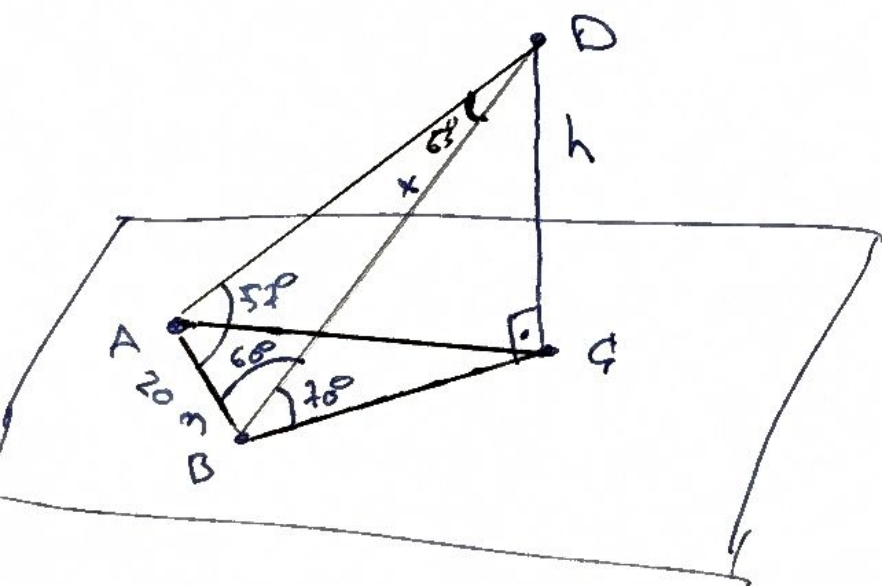
$$h \approx 292 \text{ m}$$

SOLUCIÓN: $h = \frac{49 \sin 64^\circ}{\sin 90^\circ} \approx 292 \text{ m}$

- ⑨ Para medir la altura de una torre CD (D es el punto más alto y C la base) se sigue el siguiente procedimiento. Se toman dos puntos de referencia A y B que distan entre ellos 20 m. Luego se miden los siguientes ángulos

$$\angle BAD = 51^\circ \quad \angle ABD = 63^\circ \quad \angle CBD = 70^\circ$$

Se pide determinar la altura de la torre de manera exacta y luego aproximarla con 3 cifras significativas.



① Cálculo de x (T. SENO)

$$\frac{x}{\sin 51^\circ} = \frac{20}{\sin 63^\circ} \rightarrow x = \frac{20 \sin 51^\circ}{\sin 63^\circ} \approx 18.8 \text{ m}$$

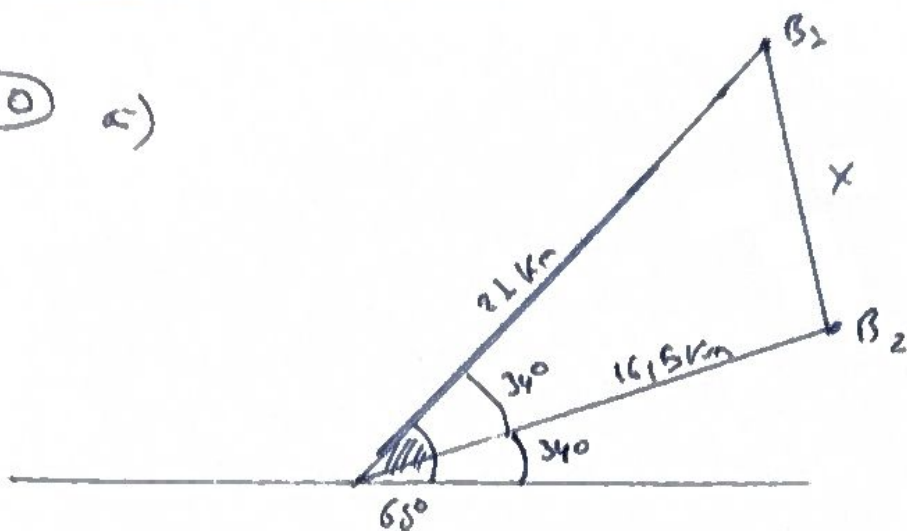
② Cálculo de h

$$\sin 70^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow h = x \sin 70^\circ = \frac{20 \sin 51^\circ}{\sin 63^\circ} \sin 70^\circ$$

$$= \frac{20 \sin 51^\circ \sin 70^\circ}{\sin 63^\circ} \approx 17.7 \text{ m}$$

SOLUCIÓN: $h = \frac{20 \sin 51^\circ \sin 70^\circ}{\sin 63^\circ} \approx 17.7 \text{ m}$

10) c)



$$V = \frac{d}{t} \rightarrow d = vt$$

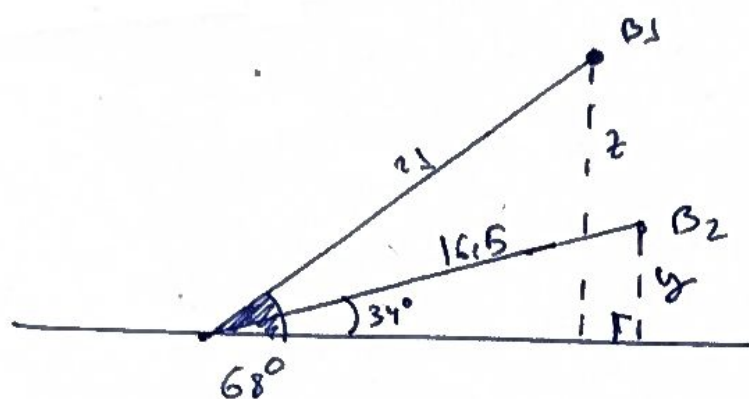
BARCO 1

$$d = 14 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1.5 \text{ h} = 21 \text{ km}$$

BARCO 2

$$d = 11 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1.5 \text{ h} = 16.5 \text{ km}$$

T. COSENO $x^2 = 21^2 + 16.5^2 - 2 \cdot 21 \cdot 16.5 \cdot \cos 34^\circ \rightarrow x = \sqrt{21^2 + 16.5^2 - 2 \cdot 21 \cdot 16.5 \cdot \cos 34^\circ} \approx 11.8 \text{ km}$

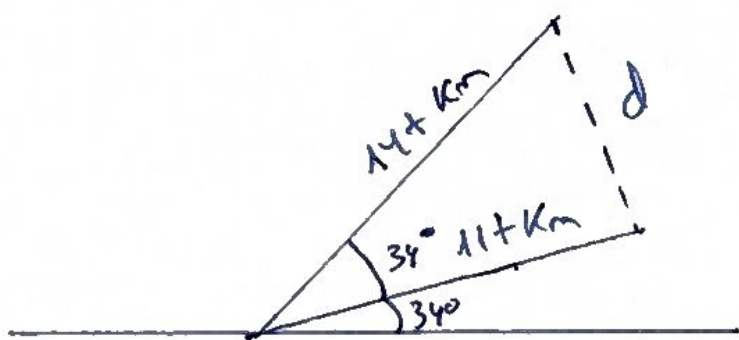


$$\sin 34^\circ = \frac{y}{16.5} \rightarrow y = 16.5 \sin 34^\circ \approx 9.23 \text{ km}$$

$$\sin 68^\circ = \frac{z}{21} \rightarrow z = 21 \sin 68^\circ \approx 19.47 \text{ km}$$

SOLUCIÓN: Al cabo de una hora y media distarán 11.8 km entre ellos.
El primer barco estará a 19.47 km de la línea de costa, y el segundo a 9.23 km.

b) OPCIÓN 1 USANDO TRIGONOMETRÍA



T. COSENO

$$d^2 = (14)^2 + (11)^2 - 2 \cdot 14 \cdot 11 \cdot \cos 34^\circ$$

$$d^2 \approx 196 + 121 - 255.34$$

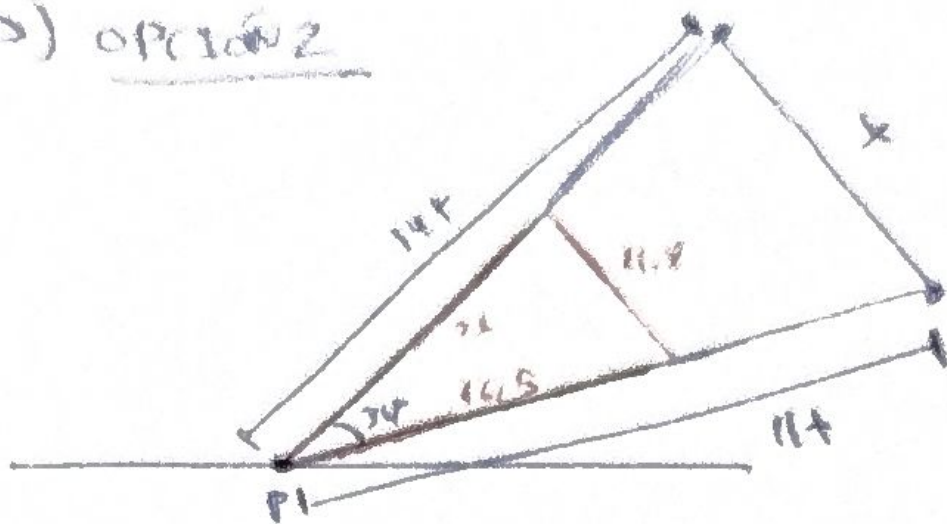
$$d^2 = 61.66$$

$$d = \sqrt{61.66} = 7.85$$

SOLUCIÓN

$$d = 7.85$$

(10) b) option 2

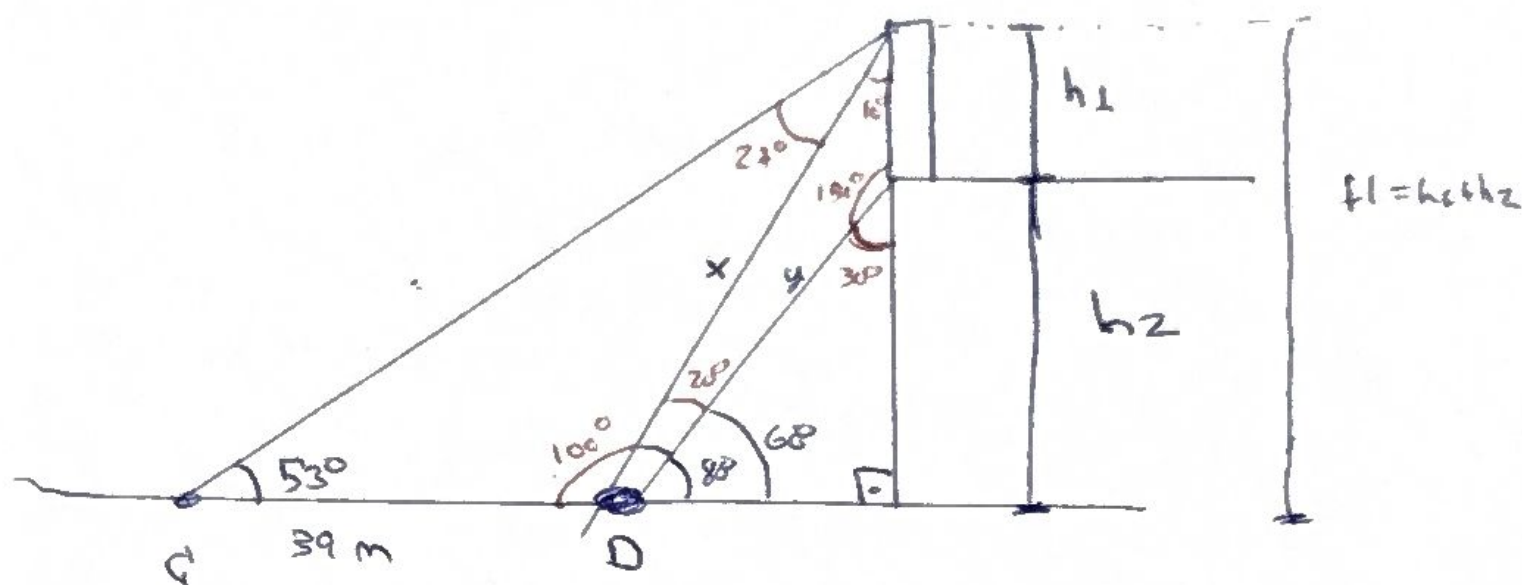


Ambos triángulos son semejantes pues comparten el ángulo 34° y los dos lados adyacentes son proporcionales pues

$$\frac{21}{14t} = \frac{1.5}{t}$$

$$\frac{16,5}{11t} = \frac{1,5}{t}$$

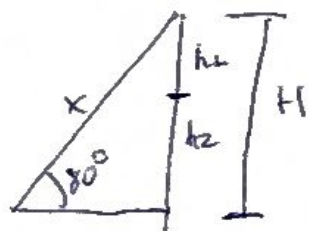
$$\frac{x}{11.8} = \frac{14.1}{2.2} \Rightarrow x = \frac{11.8 \times 14.1}{2.2} \Rightarrow x \approx 7.86$$



① Cálculo de x $\frac{x}{\sin 53^\circ} = \frac{39}{\sin 27^\circ} \rightarrow x = \frac{39 \sin 53^\circ}{\sin 27^\circ} \approx 68,64 \text{ m}$

② Cálculo de h1
 $\frac{h_1}{\sin 20^\circ} = \frac{x}{\sin 150^\circ} \rightarrow h_1 = \frac{x \sin 20^\circ}{\sin 150^\circ} = \frac{\frac{39 \sin 53^\circ}{\sin 27^\circ} \sin 20^\circ}{\sin 150^\circ} = \frac{39 \sin 53^\circ \sin 20^\circ}{\sin 27^\circ \sin 150^\circ} \approx 46,9 \text{ m}$

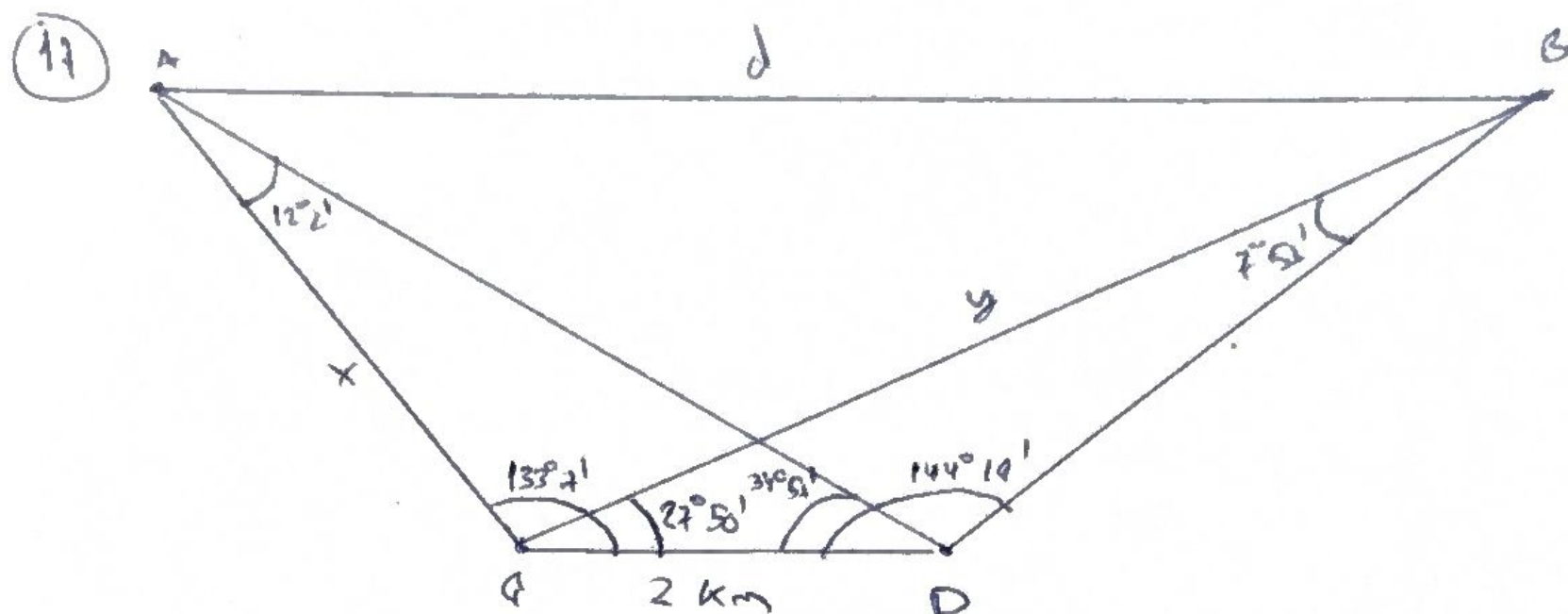
③ Cálculo de H $\sin 80^\circ = \frac{H}{x} \rightarrow H = x \sin 80^\circ = \frac{39 \sin 53^\circ}{\sin 27^\circ} \sin 80^\circ = \frac{39 \sin 53^\circ \sin 80^\circ}{\sin 27^\circ}$



$\rightarrow H \approx 67,6 \text{ m}$

③ Cálculo de h2 $H = h_1 + h_2$
 $h_2 = H - h_1 = 67,6 - 46,9 \approx 20,7 \text{ m}$

SOLUCIONES La estatua mide 46,9m y el acantilado 20,7m



① cálculo de x $\frac{x}{\sin(34^{\circ}51')} = \frac{2}{\sin(42^{\circ}21')} \rightarrow x = \frac{2 \sin(34^{\circ}51')}{\sin(42^{\circ}21')} \approx 5,48 \text{ km}$

② cálculo de y $\frac{y}{\sin(144^{\circ}19')} = \frac{2}{\sin(7^{\circ}51')} \rightarrow y = \frac{2 \sin(144^{\circ}19')}{\sin(7^{\circ}51')} \approx 8,54 \text{ km}$

③ cálculo de d

$$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos(\angle ACB)$$

$$\angle ACB = 133^{\circ}21' - 27^{\circ}50' = 105^{\circ}17'$$

$$d \approx \sqrt{5,48^2 + 8,54^2 - 2 \cdot 5,48 \cdot 8,54 \cdot \cos(105^{\circ}17')} \approx 11,3 \text{ km}$$

$$\text{Coste} = 0,53 + 0,67 \cdot 11,3 \approx 8,101 \text{ millones de euros}$$