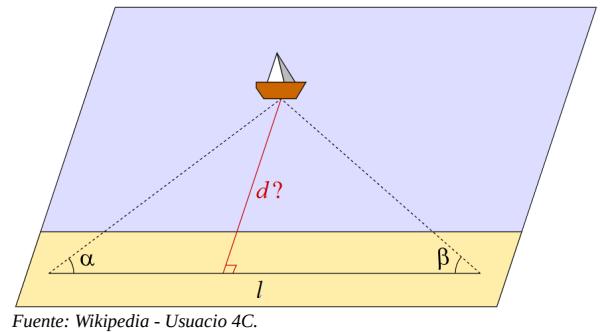


LECCIÓN 1. ÁNGULOS

La trigonometría es la rama de las matemáticas que se encarga del estudio de las razones determinadas por los segmentos de un triángulo, lo que conocemos por razones trigonométricas.

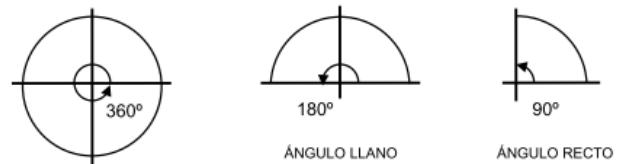
Entre sus muchas aplicaciones, la más importante es el cálculo de distancias desconocidas mediante **triangulación**. El método de triangulación ha sido esencial históricamente para el desarrollo de la cartografía, la astronomía o la arquitectura. Hoy en día es la base matemática que se encuentra detrás de los sistemas de localización global por satélite.



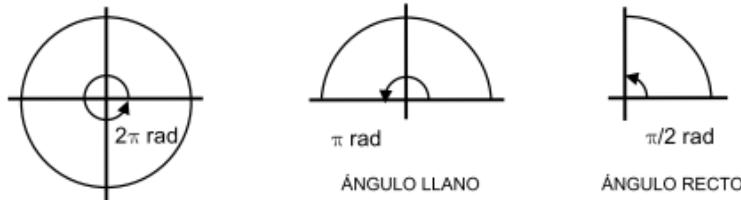
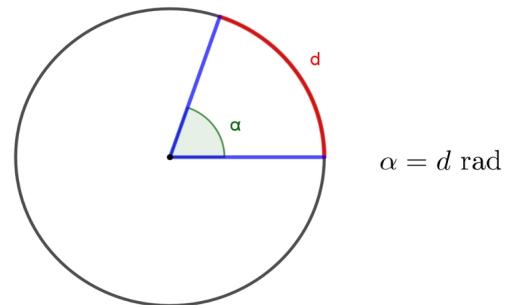
Medida de un ángulo

Existen dos maneras principales de medir ángulos:

- **GRADOS SEXAGESIMALES:** Se divide la **circunferencia unidad** en 360 partes iguales. A cada una de esas partes se le llama **grado sexagesimal**.
 - **RADIANES:** Es la unidad de medida natural. En la **circunferencia unidad** se identifica el **ángulo central** que abarca el **arco de circunferencia** que abarca el **ángulo**.

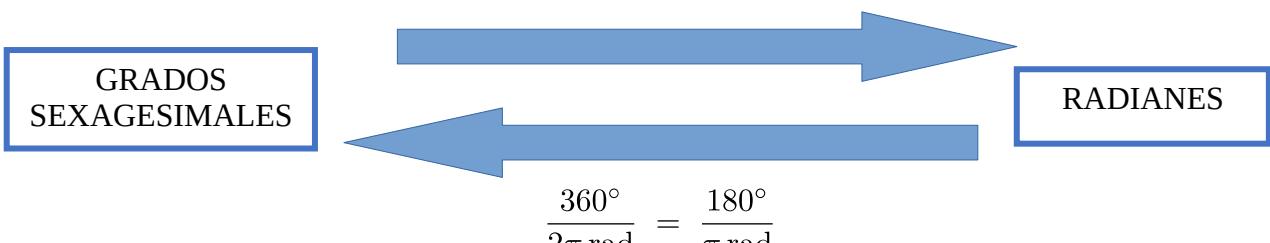


La circunferencia unidad mide 2π rad.



Para pasar de grados sexagesimales a radianes o viceversa se multiplica por el factor de conversión correspondiente

$$\frac{2\pi \text{ rad}}{360^\circ} = \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$$



EJEMPLO 1: Pasar de grados a radianes 120° y de radianes a grados $\frac{\pi}{3}$ rad.

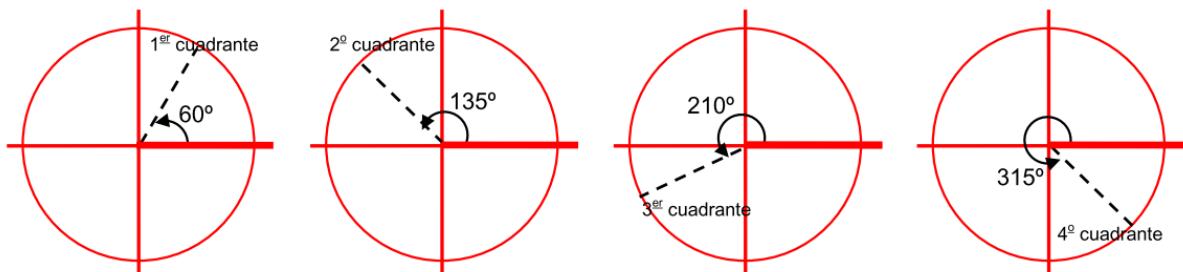
Extensión de ángulos

Hasta ahora solo se han tratado ángulos entre 0° y 360° . En este apartado se va a ver como hay ángulos mayores que 360° , e incluso negativos.

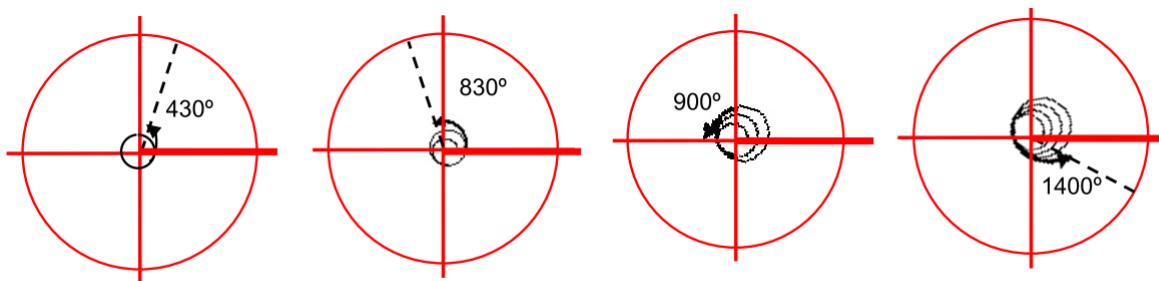
Para ello consideramos una circunferencia en unos ejes de coordenadas y consideraremos los siguientes convenios:

- 1) Los ángulos comienzan siempre en el semieje positivo del eje X.
- 2) Un ángulo se considera **positivo** si va en **sentido contrario a las agujas del reloj**.
- 3) Un ángulo se considera **negativo** si va en el **sentido de las agujas del reloj**.

ÁNGULOS ENTRE 0° y 360°



ÁNGULOS MAYORES QUE 360°



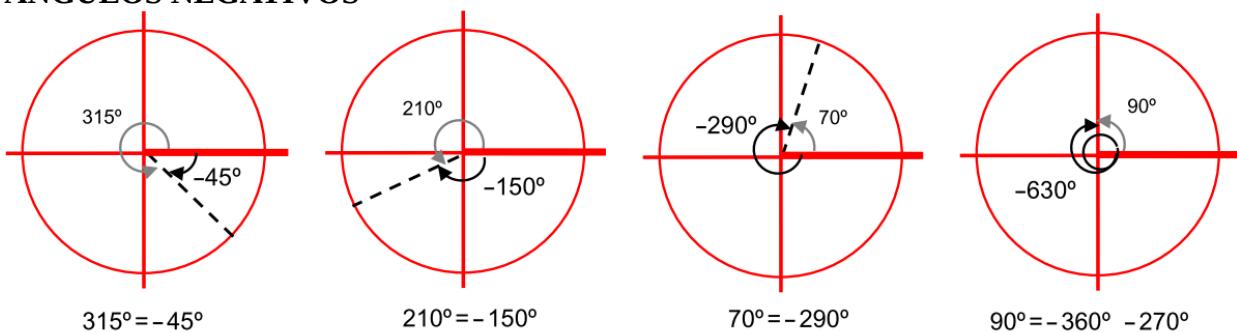
$$430^\circ = 360^\circ + 70^\circ$$

$$830^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 110^\circ$$

$$900^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 180^\circ$$

$$1400^\circ = 3 \cdot 360^\circ + 320^\circ$$

ÁNGULOS NEGATIVOS



$$315^\circ = -45^\circ$$

$$210^\circ = -150^\circ$$

$$70^\circ = -290^\circ$$

$$90^\circ = -360^\circ - 270^\circ$$

EJEMPLO 2: Expressar los siguientes ángulos como la suma de un número entero de vueltas y de un ángulo positivo menor que 360° o 2π rad .

a) 1820° b) $\frac{59\pi}{4}$ rad c) -5780°

Vídeo ayuda



EJERCICIOS

1. Practica pasando de grados a radianes usando esta tabla:

Grados	105°	225°	320°	35°
Radianes	$\frac{7\pi}{12}$ rad	$\frac{5\pi}{4}$ rad	$\frac{16\pi}{9}$ rad	$\frac{7\pi}{36}$ rad

2. Expresar los siguientes ángulos como suma de un número entero de vueltas y un ángulo positivo menor de 360° o 2π rad.

- a) 1100° b) $\frac{19\pi}{3}$ rad c) 2970° d) -300°
e) -1040° f) 10π rad g) $\frac{43\pi}{4}$ rad h) 3500°
i) $\frac{32\pi}{3}$ rad j) -2620° k) $\frac{63\pi}{5}$ rad l) $\frac{43\pi}{6}$ rad
m) 4980° n) -1950°

(Soluc.: a) 20° ; b) $\frac{\pi}{3}$ rad; c) 90° ; d) 60° ; e) 40° ; f) 0 rad; g) $\frac{3\pi}{4}$ rad; h) 260° ; i) $\frac{2\pi}{3}$ rad; j) 260° ; k) $\frac{3\pi}{5}$ rad; l) $\frac{7\pi}{6}$ rad; m) 300° ; n) 210°).