

1. MÚLTIPLOS Y DIVISORES



Decimos que un número es **múltiplo** de otro si lo contiene un número entero de veces.

- El número 0 solamente tiene un múltiplo, que es el cero. Los demás números naturales tienen infinito número de múltiplos.
- Todos los números son múltiplos de 1.

Para obtener múltiplos de 3 multiplicamos este número por los números enteros:

$$3 \times 1 = \mathbf{3} \quad 3 \times 2 = \mathbf{6} \quad 3 \times 3 = \mathbf{9} \quad 3 \times 4 = \mathbf{12}$$

Por lo tanto **3,6,9,12 son múltiplos de 3.**



Decimos que un número A es **divisor** de otro número B, si la división de B entre A es exacta.

Cada número tiene una cantidad concreta de divisores.

- El número 0 solamente tiene un múltiplo, que es el cero. Los demás números naturales tienen infinito número de múltiplos.
- Todos los números son múltiplos de 1.

Para conocer los divisores de 20 escogemos los que lo dividan de manera exacta:

$$20 : 1 = \mathbf{20} \quad 20 : 2 = \mathbf{10} \quad 20 : 3 \rightarrow \text{no exacta}$$

$$20 : 4 = \mathbf{5} \quad 20 : 5 = \mathbf{4} \quad 20 : 6 \rightarrow \text{no exacta}$$

Por lo tanto **1,2,4 y 5 son divisores de 20.**

1) Escribe cinco múltiplos de 12. Justifica matemáticamente tu respuesta.

2) ¿Cuáles de los siguientes números son múltiplos de 6?

33, 54, 9, 88, 68, 6, 89, 53, 73, 77, 42, 3

3) Busca los divisores de 36.

4) ¿Cuáles de los siguientes números son divisores de 48?

4, 7, 6, 35, 10, 8, 24, 1, 3, 17, 21, 12

2. CRITERIO DE DIVISIBILIDAD

Podemos saber fácilmente si un número es divisible por otro sin necesidad de hacer la división, teniendo en cuenta las siguientes reglas:



- Un número es divisible entre **2** si es par o acaba en cero.
- Un número es divisible entre **3** si la suma individual de sus cifras es divisible entre 3.
- Un número es divisible entre **4** si sus dos últimas cifras forman un múltiplo de 4.
- Un número es divisible entre **5** si acaba en 0 o en 5.
- Un número es divisible entre **6** si es a la vez, divisible por 2 y 3.
- Un número es divisible entre **10** si acaba en 0.
- Un número es divisible entre 11 si al sumar las cifras que ocupan la posición par y restarle la suma de cifras que ocupan posición, obtenemos un valor de 0 u 11.

Ejemplo: El número 1650

- Acaba en 0 → es múltiplo de 2 (= es divisible por 2)
- Sus cifras suman $1+6+5+0=12$ → es múltiplo de 3.
- Acaba en 50 → no es múltiplo de 4.
- Acaba en 0 → es múltiplo de 5
- Acaba en 0 → es múltiplo de 10
- Sus cifras en posición par suman: $1+5=6$
Sus cifras en posición impar suman: $6+0=6$
 $6-6=0$ → es múltiplo de 10

1) ¿El número 74.652, es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11? Escribe la norma que los justifica

- 2 → _____.
- 3 → _____.
- 4 → _____.
- 5 → _____.
- 6 → _____.
- 8 → _____.
- 9 → _____.
- 10 → _____.
- 11 → _____.

2) Indica las respuestas correctas:

	Múltiplo de 2	Múltiplo de 3	Múltiplo de 4	Múltiplo de 5	Múltiplo de 6	Múltiplo de 10	Múltiplo de 11
534							
936							
10395							
49275							

3. NÚMEROS PRIMOS Y NÚMEROS COMPUESTOS



Un número es **primo** si sus únicos divisores son 1 y él mismo.

Los números **compuestos** son los que tienen más de dos divisores.

El 1 es el único número que tiene un divisor, por eso es un número especial. No se considera primo ni compuesto.

Clasifica los siguientes números en primos y compuestos: **4, 7, 12, 9 Y 25**

- 4 y 12 son pares, por tanto, divisibles entre 2 → números compuestos
- 9 es divisible entre 3; → número compuesto
- 25 es divisible entre 5; → número compuesto
- 7 solo se puede dividir entre 1 y entre 7 ; → número primo.

1) Clasifica los siguientes números en primos y compuestos; justifica tu respuesta

- 22 → compuesto, divisible entre 2 y 11 _____.
- 37 → primo, solo se puede dividir entre 1 y entre 37.
- 13 → _____.
- 45 → _____.
- 19 → _____.
- 209 → _____.
- 7287 → _____.
- 47 → _____.

2) Indica si estos números son primos o compuestos.

76, 51, 23, 60, 72, 47, 36, 64, 21, 30, 53, 49

primos → _____.

compuestos → _____.

3) Escribe todos los números primos comprendidos entre 10 y 40.

_____.

4) Escribe todos los números compuestos menores de 30.

_____.

5) Escribe todos los números primos mayores que 30 y menores de 60.

_____.

4. DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL DE UN NÚMERO.



Descomponer un número en factores **es ponerlo como producto de factores primos**. Se procede de la manera siguiente:

Descomposición factorial de **220**

220 es divisible por 2

$$220:2 = 110$$

$$220=2 \cdot 110$$

110 es divisible por 2

$$110:2 = 55$$

$$220=2 \cdot 2 \cdot 55$$

55 es divisible por 5

$$55:5=11$$

$$220=2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$$

11 es divisible por 11

$$11:11=1$$

$$220=2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 1$$



$$\begin{array}{r|l} 220 & 2 \\ 220:2 \rightarrow & 110 \\ & 2 \\ 110:2 \rightarrow & 55 \\ & 5 \\ 55:5 \rightarrow & 11 \\ & 11 \\ 11:11 \rightarrow & 1 \end{array}$$

$$220=2^2 \cdot 5 \cdot 11$$

- 1) Descompón los siguientes números en factores primos y escríbelos como el producto de los factores obtenidos:

180 = 180	132 = 132	729 = 729
1.650 = 1.650	125 = 125	360 = 360
14.700 = 14.700	3.300 = 3.300	31.164 = 180

5. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.



El mínimo común múltiplo (m.c.m) de varios números a, b, c , etc, **es el número más pequeño que es múltiplo de todos esos números**, sin considerar el cero.

Para calcularlo,debemos, en primer lugar , descomponer los números en sus factores primos para obtener su descomposición factorial.

El **m.c.m** de varios números es el producto de los **factores comunes y no comunes elevados a su mayor exponente**.

Calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común denominador de 12 y 30.

- Comenzamos por descomponer los números en factores primos:

12	2
6	2
3	3
1	

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

30	2
15	3
5	5
1	

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$



$$\text{m.c.m (12,30)} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$\text{m.c.d.}(12,30) = 2 \cdot 3 = 6$$

m.c.m (12, 30) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. El significado del cálculo es:

El significado del cálculo es:

Múltiplos de 12 \rightarrow 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 96, 108, **120**,....

Múltiplos de 30 → 30, **60**, 90, **120**, 150, **180**, 210.....

Hay muchos más números que son a la vez múltiplos de 12 y 30, pero el menor de todos es 60.

- $\text{m.c.d.}(12, 30) = 2 \cdot 3 = 6$ El significado del cálculo es:

El significado del cálculo es:

Divisores de 12 \rightarrow 1, 2, 3, 4, **6**, 12

Divisores de 30 \rightarrow 1, 2, 3, 4, **6**, 10, 15, 30

1, 2, 3, 4 y **6** son divisores de 12 y de 30, el mayor es el 6.

- 1) Halla el m.c.m y m.c.d: de los siguientes números. Debes realizar la descomposición factorial

<p>64 =</p> <p>100 =</p> <p>m.c.m. (64, 100) =</p> <p>m.c.d. (64, 100) =</p> <div><div>64</div><div>100</div></div>	<p>72 =</p> <p>24 =</p> <p>m.c.m. (72, 24) =</p> <p>m.c.d. (72, 24) =</p> <div><div>72</div><div>24</div></div>	<p>56 =</p> <p>81 =</p> <p>m.c.m. (56, 81) =</p> <p>m.c.d. (56, 81) =</p> <div><div>56</div><div>81</div></div>
---	---	---

<p>84 =</p> <p>108 =</p> <p>36 =</p> <p>m.c.m. (84, 108, 36) =</p> <p>m.c.d. (84, 108, 36) =</p> <div> <div>84</div> <div>108</div> <div>36</div> </div>	<p>54 =</p> <p>60 =</p> <p>18 =</p> <p>m.c.m. (54, 60, 18) =</p> <p>m.c.d. (54, 60, 18) =</p> <div> <div>54</div> <div>60</div> <div>18</div> </div>
<p>12 =</p> <p>27 =</p> <p>48 =</p> <p>m.c.m. (12, 27, 48) =</p> <p>m.c.d. (12, 27, 48) =</p> <div> <div>12</div> <div>27</div> <div>48</div> </div>	<p>60 =</p> <p>8 =</p> <p>75 =</p> <p>m.c.m. (60, 8, 75) =</p> <p>m.c.d. (60, 8, 75) =</p> <div> <div>60</div> <div>8</div> <div>75</div> </div>
<p>235 =</p> <p>470 =</p> <p>m.c.m. (235, 470) =</p> <p>m.c.d. (235, 470) =</p> <div> <div>235</div> <div>470</div> </div>	<p>144 =</p> <p>360 =</p> <p>m.c.m. (144, 360) =</p> <p>m.c.d. (144, 360) =</p> <div> <div>144</div> <div>360</div> </div>

12 = 27 = 48 = m.c.m. (45, 63, 81) = m.c.d. (45, 63, 81) = <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">45 </div> <div style="text-align: center;">63 </div> <div style="text-align: center;">81 </div> </div>	26 = 39 = 121 = m.c.m. (26,39,121) = m.c.d. (26,39,121) = <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">26 </div> <div style="text-align: center;">39 </div> <div style="text-align: center;">121 </div> </div>
70 = 28 = 35 = m.c.m. (70, 28, 35) = m.c.d. (70, 28, 35) = <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">70 </div> <div style="text-align: center;">28 </div> <div style="text-align: center;">35 </div> </div>	26 = 39 = 121 = m.c.m. (26,39,121) = m.c.d. (26,39,121) = <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">26 </div> <div style="text-align: center;">39 </div> <div style="text-align: center;">121 </div> </div>

- 2) Los números 8 y 21 no tienen divisores comunes, son primos entre sí. Compruébalo y cual es su m.c.m y su m.c.d.

Solución:

Si no tienen factores comunes su m.c.d = _____

Si no tienen factores comunes su m.c.m = _____

Solución: Si no tienen factores comunes, su m.c.d. es 1.
Su m.c.m. es su producto = $8 \cdot 21 = 168$