

VIBRACIÓN E ONDAS

1. Coñecementos previos. Movemento harmónico simple.

1.1. Características xerais e conceptos previos.

Na nosa vida cotiá coñecemos moitos movementos periódicos, isto é, movementos de corpos ou partículas que teñen unha posición, velocidade e aceleración que toman os mesmos valores despois de cada intervalo de tempo. Son movementos periódicos, por exemplo, as agullas de un reloxo, un roda da bicicleta, a Lúa arredor da Terra, etc...

Pero non todos os movementos periódicos son circulares. Así, se falamos dun reloxo de corda con péndulo, vemos que a súa posición, velocidade e aceleración tamén toman os mesmos valores ao cabo dun certo tempo. A este tipo de movemento periódico se lle chama ademais vibratorio ou oscilatorio: *Unha partícula describe un movemento oscilatorio cando se despraza sucesivamente a un lado e ao outro da súa posición de equilibrio repetindo a intervalos de tempo regulares as súas variables*. O péndulo e o resorte son exemplos de movementos oscilatorios.

Ademais, existe un tipo de movemento oscilatorio de especial interese: o movemento harmónico simple (MHS). *O movemento oscilatorio dun corpo sobre unha traxectoria recta é harmónico simple cando está sometido á acción dunha forza de atracción proporcional ao vector de posición, con orixe no seu punto de equilibrio ou centro de oscilación, e de sentido contrario*. Isto é, que cumpre a lei de Hooke:

$$\vec{F} = -K\vec{r}$$

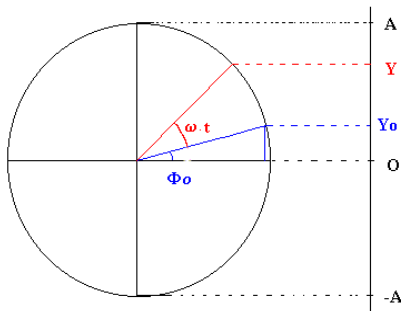
onde K é unha constante recuperadora (que provoca o retroceso) e o vector r representa a posición.

1.2. Estudio cinemático, dinámico e enerxético do M.H.S.

Conceptos básicos para o estudo do M.H.S:

- Elongación **y**: distancia que, en cada instante, separa á partícula do centro de oscilacións (m)
- Amplitude, **A**: valor máximo da elongación (m)
- Período, **T**: tempo empregado pola partícula en dar unha oscilación completa (s)
- Frecuencia, **f**: número de oscilacións efectuadas na unidade de tempo (Hz)
- Pulsación, **ω** : número de períodos comprendidos en 2π unidades de tempo (rad/s)

A ecuación fundamental do movemento harmónico simple describe o valor da elongación en función do tempo. $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$, onde φ_0 é a fase inicial ou constante de fase. Deste xeito, *unha partícula posúe un M.H.S. ó longo dun eixo Y cando a súa elongación y, ou coordenada de posición sobre este eixo, se expresa mediante unha función sinusoidal do tempo dado*.



Podemos calcular o período a través da ecuación: $T = \frac{2\pi}{\omega}$
ademais, como $f = \frac{1}{T}$, podemos escribir que $\omega = 2\pi f$

Cabe ter moi presente que a ecuación do M.H.S tamén se podería expresar en función do coseno e que, neste caso, teríamos un ángulo de desfase de 90° ($\pi/2$ radiáns):

$$y = A \cos(\omega t + \varphi_0 - \pi/2)$$

Cinemática: A velocidade e aceleración da partícula con M.H.S calcúlase derivando a posición e a velocidade (respectivamente) respecto ao tempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi_0) = \omega \cdot \sqrt{A^2 - y^2}; \quad a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0) = -\omega^2 y$$

Dinámica: Para estudar dinamicamente un oscilador harmónico simple, só temos que aplicar a segunda lei da dinámica newtoniana: $F = m a$; como acabamos de ver, $a = -\omega^2 y$, e substituíndo: $F = -m \omega^2 y$. Como $m \cdot \omega^2$ é unha constante (podemos chamala K , constante recuperadora), $F = -K y$, que é a lei de Hooke.

Entón teríamos que $-m \omega^2 y = -k \cdot y$. E simplificando as y , queda que $m \cdot \omega^2 = k$. Ou o que é o mesmo, que $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, e como $T = \frac{2\pi}{\omega}$, finalmente obtemos que o período se escribe como $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$.

Enerxía: Para un oscilador harmónico podemos calcular a enerxía mecánica, que será potencial por ser consecuencia dunha forza conservativa, e cinética por estar en movemento.

Enerxía cinética: $E_C = \frac{1}{2} K (A^2 - y^2)$

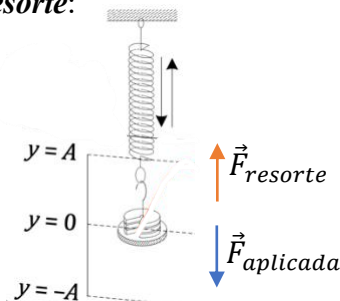
Enerxía potencial: $E_P = \frac{1}{2} K y^2$

Enerxía mecánica total: $E = E_C + E_P = \frac{1}{2} K A^2$

Ademais, ao igual que nos estudos enerxéticos gravitatorios ou electrostáticos, sabemos que o traballo se calcula como $W = E_{p_A} - E_{p_B} = -\Delta E_p$

1.3. Aplicación dos conceptos teóricos ao análise experimental de movementos harmónicos simples: o resorte elástico e o péndulo simple.

● **Resorte:**



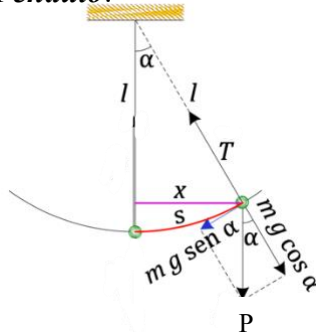
$$F = -K x = -m \omega^2 x$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$E_C = \frac{1}{2} K A^2 \cos^2(\omega t + \phi_0)$$

$$E_P = \frac{1}{2} K x^2$$

● **Péndulo:**



$F = -m \cdot g \cdot \sin \theta$; como para que o péndulo se mova con M.H.S debe ser desprazado un ángulo pequeno, podemos asumir que $\sin \theta = \theta$, e como $\theta = \frac{x}{L}$ teríamos que a forza $F = \frac{-mg}{L} x$.

Como vemos, cumpre a lei de Hooke, debido a que a constante K da lei de Hooke tería o valor de $\frac{mg}{L}$. Substituíndo o valor de K no período, chegamos a conclusión de que para un péndulo, o período de oscilación se pode calcular como:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

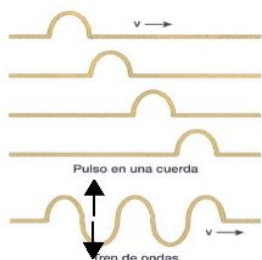
2. Ondas harmónicas unidimensionais.

Definimos unha onda como unha perturbación que se propaga entre dous puntos do espazo sen transporte de materia, pero si de enerxía. É simple interpretar que as ondas non producen transporte de materia se pensamos nas ondas producidas na superficie dun estanque ao tirar unha pedra: as partículas do estanque suben arriba e abaixo, e só a enerxía que levan se transmite de unhas a outras, provocando que as partículas veciñas tamén adquiran un movemento vertical de subida e baixada.

En canto ás ondas harmónicas, son aquelas que teñen a súa orixe en perturbacións periódicas producidas nun medio elástico por un M.H.S.

2.1. Propagación de perturbacións en medios materiais elásticos.

Cando falamos de *ondas mecánicas*, estamos a falar daqueles tipos de ondas que necesitan un medio material para que se propague a perturbación. Así, ondas como as que se producen nun estanque de auga ao deixar caer unha pedra sobre ela, ou as ondas que se producen sobre unha corda tensa necesitan de un medio material para a súa propagación (nos dous exemplos, a propia auga e a corda).



No exemplo da corda, se lle damos un golpe coa man producimos unha perturbación inicial (chamada *pulso*), que se transmitirá molécula a molécula ao longo da corda, quedando as partículas iniciais en repouso de novo. Se ao inicio da corda facemos que vibre de forma constante obtemos un tren de onda e a perturbación é máis constante que a anterior. Ademais, chámase fronte de ondas ao lugar xeométrico de todos os puntos que son alcanzados pola perturbación.

2.2. Tipos de ondas: ondas lonxitudinais e transversais; ondas materiais e electromagnéticas

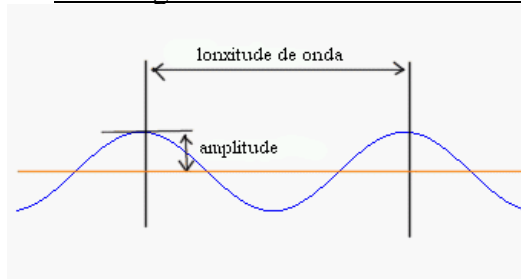
Podemos clasificar as ondas seguindo varios criterios:

a) segundo se necesitan ou non medio para propagarse: ondas *mecánicas* (necesitan medio material para propagarse e sen este non existe onda; exemplo: as ondas sonoras) ou ondas *electromagnéticas* (non necesitan medio físico, xa que son variacións periódicas do estado eléctrico e magnético do espazo, polo tanto tamén se propagan no baleiro; exemplo: a luz, ondas de radio, etc...)

b) segundo as dimensións en que se propaga: *unidimensionais* (a propagación prodúcese só nunha dimensión; exemplo, ondas que se producen nunha corda tensa), *bimensionais* (a propagación prodúcese en dúas dimensións; exemplo, as ondas da auga dun estanque), e *tridimensionais* (nas tres dimensións; exemplo, as ondas sonoras producidas por un foco puntual no aire)

c) segundo a dirección de oscilación: *lonxitudinais* (a dirección de oscilación e a de propagación coinciden; exemplo: ondas da auga dun estanque), e *transversais* (a dirección de oscilación e a de propagación son perpendiculares; exemplo: ondas dunha corda tensa).

2.3. Magnitudes características: lonxitude de onda, frecuencia, amplitude e número de onda.



A lonxitude de onda é a distancia entre dúas crestas consecutivas da mesma onda (os dous puntos máis altos consecutivos). A frecuencia defínese como o número de picos (ou o número de ciclos) que pasan por un punto nun tempo determinado. Mídese en Hz (un ciclo por segundo). A amplitude é o valor de elongación máxima (a distancia máxima entre o punto de equilibrio e o máximo desprazamento de oscilación). O Número de onda é unha

magnitude inversamente proporcional á lonxitude de onda: representa o número de onda contidas en $2\frac{\pi}{\lambda}$ e se representa pola letra k . $k = 2\frac{\pi}{\lambda}$

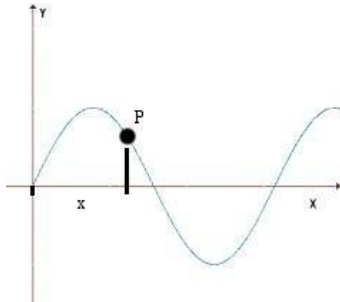
2.4. Velocidade de propagación. Factores dos que depende.

A velocidade de propagación dunha onda é a distancia á que se transmite a onda dividida polo tempo que emprega en facelo. $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f$

Para ondas *electromagnéticas*, a velocidade de propagación é constante, e vale $c = 300\,000\text{ km/s}$

Para ondas *mecánicas*, esta velocidade de depende das propiedades do medio no que se transmite.

3. Ecuación dunha onda harmónica unidimensional.



Vimos que un MHS ten unha dependencia co tempo, pero que iso non é unha onda. Para que sexa unha onda harmónica, debe existir unha dobre dependencia temporal e espacial, de forma que:

$$y = A \sin(\omega t - kx)$$

Tamén podemos substituír o número de onda e a pulsación, quedando:

$$y = A \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

que é a ecuación dunha onda harmónica unidimensional. Permite coñecer a elongación y dunha partícula calquera de abscisa x para un tempo dado t.

3.1. Dobre periodicidade espacial-temporal.

Na ecuación anterior pódese deducir rápida e sinxelamente que existe unha dobre periodicidade no estado de vibración dunha onda: con respecto ao tempo e con respecto á posición. Un instante determinado se repite cada λ metros e tamén cada T segundos.

3.2. Distintas expresións da ecuación de ondas

Por outra banda, debemos ter en conta que existen outras posibles expresións da ecuación de ondas e que son útiles en tanto en cuanto están expresadas cunhas magnitudes ou con outras. Así:

a) Se a expresamos en función do coseno: $y = A \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\pi}{2} \right) \right]$

b) Se a expresamos en función da pulsación e o número de onda, teríamos que:

$$y = A \sin[(\omega t - kx)], \text{ xa que } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ e } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

4. Enerxía e intensidade do movemento ondulatorio. Atenuación e absorción polo medio.

Cando falamos de enerxía, xa estamos acostumadas a tratar da enerxía total como un sumatorio de enerxías cinética e potencial. Como xa sabemos, a enerxía cinética calcúlase como $E_C = \frac{1}{2}mv^2$, e a enerxía potencial elástica como $E_P = \frac{1}{2}Ky^2$ (lembrar que y é a elongación). Ademáis, podemos calcular directamente a enerxía transmitida por unha onda harmónica como $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$. Ademáis, a potencia da onda calculase como a enerxía mecánica entre o tempo durante o cal transferiu esta enerxía: $P = \frac{E}{\Delta t}$. Por outra banda, podemos definir a intensidade I dunha onda como a enerxía que atravesa por unidade de tempo unha superficie unidade perpendicular á dirección de propagación da onda, e matematicamente: $I = \frac{P}{S}$. Ademáis, $I = \frac{E}{\Delta t 4\pi R^2}$

Cando unha onda se afasta do foco emisor (alá onde naceu a onda), a súa enerxía diminúe debido aos rozamentos sucesivos e a que a enerxía inicial distribúese por cada vez máis partículas, polo tanto a enerxía de cada unha é menor. A ecuación que expresa isto será:

$$I = I_0 e^{(-\beta R)}$$

onde I é a intensidade da onda á distancia R do foco emisor. I_0 é a intensidade da onda inicial, β é o coeficiente de absorción do medio, e R a distancia ao foco emisor.

5. Principio de Huygens.

A maioría de fenómenos básicos das ondas poden ser interpretados segundo o principio de Huygens, que se enuncia como segue:

Todo punto duna fronte de onda convértese nun centro puntual produtor de ondas elementais secundarias, de igual velocidade e frecuencia ca onda inicial, cunha superficie envolvente que constitúe unha nova fronte de onda.

Só cabe ter claro cal é a definición de fronte de onda (liña ou superficie que une a todos os puntos que son alcanzados ao mesmo tempo por unha onda determinada) para interpretar as propiedades das ondas que a continuación describimos.

6. Fenómenos e propiedades ondulatorias

6.1. Reflexión

Consiste nun cambio de dirección de propagación dunha onda cando chega a superficie de separación de dous medios, non cambiando de medio.

O ángulo incidente (ángulo que forma o raio incidente coa perpendicular á superficie) e o reflexado (ángulo que forma o raio reflexado coa perpendicular á superficie) están no mesmo plano e teñen o mesmo valor.

6.2. Refracción

Cambio de dirección de propagación que experimenta unha onda ao pasar dun medio a outro. Os ángulos incidentes e refractados compren a Lei de Snell:

$$n_1 \cdot \sin \theta = n_2 \cdot \sin \theta'$$

Sendo n_1 e n_2 os índices de refracción dos medios inicial e final.

6.3. Interferencias.

A superposición de dous ou máis movementos ondulatorios nun punto do medio denomínase interferencia. Todos os fenómenos de interferencia réxense polo principio de superposición.

6.3.1. Principio de superposición. Interferencia construtiva e destrutiva.

Un punto dun medio que é alcanzado simultaneamente por dúas ondas que se propagan por el experimenta unha vibración que é a suma das que experimentaría se fose alcanzado por cada unha das ondas por separado.

Cando dúas ondas se separan despois da interferencia, seguen a súa propagación sen sufrir modificación algunha. Cando se produce unha interferencia, a amplitude resultante súmase ou réstase, segundo cheguen as ondas a ese punto concreto. Prodúcese unha interferencia chamada construtiva cando a amplitude resultante é máxima (chamámoslle **ventres**), e prodúcese unha interferencia destrutiva cando a amplitude resultante é mínima (chamámoslle **nodos**).

6.3.2. Ondas estacionarias.

Chamámoslle onda estacionaria á onda producida por interferencia de dúas ondas harmónicas coa mesma amplitude e frecuencia que se propagan na mesma dirección e sentido contrario.

A ecuación da onda estacionaria é:

$$y_r = 2A \cdot \cos(kx) \sin(\omega t) = A_r \sin(\omega t) \quad (\text{lembrar que } k \text{ é o número de onda}).$$

Ademais, pódese calcular a posición (en metros, no eixo x) dos ventres e dos nodos, segundo as fórmulas:

$$\text{a) ventres: } x = 2n \frac{\lambda}{4} \quad (n \text{ é un número enteiro positivo})$$

$$\text{b) nodos: } x = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$$

A distancia entre dous nodos ou entre dous ventres sempre é igual a media lonxitude de onda!

6.4. Difracción

Desviación dunha onda ao chocar co borde dun corpo opaco ou atravesar unha fenda ou abertura. Segue o principio de Huygens.

6.5. Polarización

Consiste en limitar dalgún modo a vibración das partículas do medio. Se facemos que só poidan vibrar nun plano, chámase polarización lineal.

7. O son.

O son é unha vibración ou perturbación mecánica dalgún corpo que se propaga en forma de ondas a través de calquera medio material elástico.

7.1. Propagación do son. Velocidade de propagación do son.

Como acabamos de dicir, as ondas sonoras necesitan un medio material para propagarse: son, polo tanto, ondas mecánicas. No baleiro o son non é capaz de propagarse. Ademais, as ondas sonoras son lonxitudinais. Caracterízanse por ter unha frecuencia dentro do intervalo de 20 Hz a 20 000 Hz, aínda que tamén hai ondas sonoras por debaixo e por enriba destas frecuencias (aínda que non son audíbles polo ouvido humano): ondas infrasonoras e ultrasónicas.

A velocidade de propagación das ondas sonoras non depende delas mesmas, senón do medio no que se propaga. Así, faino máis rapidamente nos sólidos ca nos líquidos, e nestes máis rápido ca nos gases. Aínda así, o son propágase no aire a uns 20 °C a 340 m/s aproximadamente.

7.3. Sonoridade

A sonoridade, ou nivel de intensidade sonora, é unha sensación asociada á percepción do son. Exprésase nunha escala logarítmica e en función da intensidade sonora.

$$S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

Sendo I a intensidade da onda a esa distancia, e I_0 a intensidade mínima, que sempre ten o mesmo valor: $I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$. A sonoridade, ou nivel de intensidade sonora, mídese en decibelios (dB)

7.3. Percepción do son.

O noso ouvido está capacitado para percibir as ondas sonoras a través de diferentes partes. O ouvido externo é onde se recolle o son e chegan ao tímpano. No ouvido medio recíbense as vibracións do tímpano e son ampliadas ate que chega ao ouvido interno, onde se converte a onda sonora en eléctrica para que circule polos nervios transmisores, onde se convierten en sensacións sonoras.

7.4. Efecto Doppler

O *efecto Doppler* é un fenómeno característico que se da cando o foco emisor de ondas e o receptor están en movemento relativo con respecto ao medio en que a onda se propaga. O que se produce é que a frecuencia das ondas observadas é distinta da frecuencia das ondas emitidas. Este cambio de frecuencia exprésase matematicamente como:

$$f_O = f_F \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F}$$

Onde f_O é a frecuencia que percibe o observador, f_F é a frecuencia do foco emisor, v a velocidade á que se propaga a onda nese medio, v_O a rapidez do observador e v_F a rapidez do emisor. **Criterio de signos:**

- a) $+v_O$ se o observador se acerca ao foco emisor e $-v_O$ se se afasta.
- b) $+v_F$ se o foco emisor se afasta do observador e $-v_F$ se se acerca.

EXERCICIOS PROPOSTOS CIUG

1. Unha masa m colga dun resorte, que se estira 0,03 m na dirección vertical e se solta en $t = 0$, deixándoo oscilar libremente, co resultado dunha oscilación cada 0,2 s. Calcula:

- A velocidade do extremo libre ao cabo de 19 s. (0 m/s)
- A aceleración do extremo libre ao cabo de 19 s. (Considérase que o amortecemento é desprezable). $(29,6 \text{ } \vec{j} \text{ m/s}^2)$
- Representa graficamente a variación da velocidade e aceleración co tempo.

2. Un corpo de 50 g de masa, sometido a un movemento harmónico simple, realiza 10 oscilacións por segundo. Calcula:

- A aceleración no centro de oscilación. $(0 \text{ } \vec{j} \text{ m/s}^2)$
- A aceleración nun dos seus extremos, sabendo que a amplitude do movemento é de 9 cm. $(-3,55 \cdot 10^2 \text{ } \vec{j} \text{ m/s}^2)$
- A enerxía cinética no centro de oscilación. $(0,80 \text{ J})$

3. Un corpo de 10 g de masa desprázase cun movemento harmónico simple de 80 Hz de frecuencia e de 1 m de amplitude. Acha:

- A enerxía potencial cando a elongación é igual a 70 cm. $(619,0 \text{ J})$
- O módulo da velocidade cando se atopa nesa posición. $(3,60 \cdot 10^2 \text{ m/s})$
- O módulo da aceleración nesa posición. $(1,77 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2)$

4. Un resorte mide 22,86 cm cando se lle colga unha masa de 70 g e 19,92 cm cando se lle colga unha masa de 40 g. Acha:

- A constante do resorte. (10 N/m)
- A frecuencia das oscilacións se se lle colga unha masa de 80 g. $(1,78 \text{ Hz})$
- A lonxitude do resorte ao colgarlle unha masa de 100 g. $(25,8 \cdot 10^{-2} \text{ m})$

Dato: $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

5. Un péndulo eléctrico está formado por unha esfera metálica de 1 g colgada dun fío moi fino de 1'5 m. Faise oscilar nunha rexión na que existe un campo eléctrico uniforme vertical e cárgase a esfera con $+1,3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Cando o campo é vertical de abaixo arriba, a esfera efectúa 100 oscilacións en 314 s e se o campo está dirixido de arriba abaixo, tarda 207 s en dar 100 oscilacións. Calcula:

- Intensidade do campo eléctrico. $(3 \cdot 10^5 \text{ N/C})$
- Valor de "g" no lugar da experiencia. $(9,9 \text{ m/s}^2)$
- O período do péndulo se a experiencia se fai na Lúa, en ausencia de campo electrostático. $(6,0 \text{ s})$

Dato: $g_L = 1,63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

6. Un punto material de 20 g de masa oscila cun M.H.S de amplitude 2 cm e frecuencia 10 Hz, coincidindo o inicio dos tempos co punto onde a velocidade é nula. Calcula:

- O módulo da velocidade e da aceleración máximas. $(0,4\pi \text{ m/s}; 8\pi^2 \text{ m/s}^2)$
- O módulo da velocidade e da aceleración no instante $t = 1/120 \text{ s}$. $(6,6 \text{ m/s}; 67,1 \text{ m/s}^2)$
- A enerxía mecánica nese instante. $(1,6 \cdot 10^{-2} \text{ J})$

7. Un péndulo está constituído por unha pequena esfera, de dimensións que consideramos desprezables, de masa 200 g, suspendida dun fío inextensible, e sen masa apreciable, de 2 m de longo. Calcula:

- O período para pequenas amplitudes. $(2,84 \text{ s})$
- Supoñamos que no momento de máxima elongación a esfera elévase 15 cm por encima do plano horizontal que pasa pola posición de equilibrio. Calcula a velocidade ao pasar pola vertical. $(1,72 \text{ m/s})$
- Xustifica e representa graficamente as variacións da enerxía cinética e potencial nun movemento harmónico simple. Pode considerarse un MHS o que describe o péndulo nas condicións do apartado b)?

Dato: $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

8. Unha masa de 2 kg suxeita a un resorte de constante recuperadora $k = 5 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ sepárase 10 cm da posición de equilibrio e déixase en liberdade. Calcula:

- a) A ecuación do movemento. $y = 0,10 \sin(50t \pm \pi/2 \hat{j}) \text{ (m)}$
- b) A aceleración aos 0,1 s de iniciado o movemento. $(-70,9 \hat{j}) \text{ (m/s}^2\text{)}$
- c) A enerxía potencial aos 0,1 s de iniciado o movemento. $(1,96 \text{ J})$

9. Un punto material de 500 g describe un MHS de 10 cm de amplitude realizando dúas oscilacións completas cada segundo. Calcula:

- a) A elongación de dito punto no instante 0,5 s despois de alcanzar a máxima separación. $(0,10 \text{ m})$
- b) A velocidade e aceleración 0,5 s despois de alcanzar a máxima separación. $(0 \text{ m/s}; \pm 15,8 \hat{j} \text{ (m/s}^2\text{)})$
- c) A enerxía cinética que terá o punto móbil ao pasar pola posición de equilibrio. $(0,40 \text{ J})$

10. No sistema da figura, un corpo de 2 kg móvese a $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sobre un plano horizontal.

- a) Determina a velocidade do corpo ao comprimirse o resorte 1 cm, cuxa constante elástica é $k = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. (Non se ten en conta a fricción). $(2,92 \text{ m/s})$
- b) Cal é a compresión máxima do resorte? $(0,04 \text{ m})$
- c) A que distancia se igualan as enerxías cinética e potencial do resorte? $(0,03 \text{ m})$

11. Un péndulo ten unha lonxitude de 1 m e un corpo colgado no seu extremo de 1 kg é desviado da súa posición de equilibrio quedando solto a medio metro de altura.

- a) Calcula a súa velocidade no punto máis baixo aplicando o principio de conservación da enerxía mecánica. $(3,13 \text{ m/s})$
- b) Calcula a súa velocidade valorando a aplicación das ecuacións do M.H.S. $(2,72 \text{ m/s})$
- c) Deduce en que condicións o movemento do péndulo sería harmónico simple e calcula a lonxitude que debería ter o fio para que o período fose de 1 s. $(0,25 \text{ m})$

Dato: $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

12. Unha partícula de masa 50 g describe un M.H.S. de amplitude 10 cm e período 2,0 s. Se comezamos a estudar o movemento no instante no que pasa pola posición de equilibrio e se dirixe cara ás elongacións negativas, calcula:

- a) A posición, a velocidade, a aceleración e a forza elástica no instante 0,50 s. $(-10 \hat{j} \text{ cm})$
- b) O tempo transcorrido ata que pasa por vez primeira pola posición 5,0 cm. $(1,6 \cdot 10^{-2} \text{ s})$
- c) A enerxía cinética en función do tempo. $(1,6 \cdot 10^{-2} \text{ J})$

13. A aceleración dun punto material que se move sobre o eixe X vén dada pola expresión: $a = -9x$, onde x se mide en cm e a en $\text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$. Sabendo que a amplitude do movemento é 3 cm e que no instante inicial a elongación é máxima para $x > 0$, calcula:

- a) A ecuación do movemento do punto material. $x = 3 \cdot 10^{-2} \sin(3t + \pi/2 \hat{i}) \text{ (m)}$
- b) A velocidade e a aceleración máximas. Indica os puntos da traxectoria aos que corresponden estes valores. $(9 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}; 27 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2)$
- c) Os puntos da traxectoria no que se iguala a enerxía cinética á enerxía potencial elástica. $(0,02 \text{ m})$

14. Un oscilador harmónico ten velocidades de $20 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ e de $40 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ cando as súas elongacións son, respectivamente, 6,0 cm e 5,0 cm. Calcula:

- a) A amplitude, o período e a frecuencia do movemento. $(6,3 \cdot 10^{-2} \hat{i} \text{ m/s}^2; 1,7 \text{ Hz}; 0,59 \text{ s})$
- b) A aceleración nas dúas elongacións indicadas. $(-6,9 \cdot 10^2 \hat{i} \text{ m/s}^2; -5,7 \cdot 10^2 \hat{i} \text{ m/s}^2)$
- c) A enerxía mecánica, sabendo que a masa é de 20 g. $(4,5 \cdot 10^{-3} \text{ J})$

15. Unha onda unidimensional propágase segundo a ecuación: $y = 2 \cos \{2 \pi [(t/4) - (x/1,6)]\}$; onde as distancias "x" e "y" se miden en metros e o tempo en segundos. Determina:

- a) O módulo da velocidade de propagación. $(0,4 \text{ m/s})$

- b) A diferenza de fase, nun instante dado, de dúas partículas separadas 120 cm na dirección de avance da onda. $(1,5\pi \text{ rad})$
c) A aceleración máxima. $(4,93 \text{ m/s}^2)$

16. Unha onda harmónica que se propaga por unha corda cunha velocidade de $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ no sentido positivo do eixo X, ten unha amplitude de $4,0\cdot 10^{-2} \text{ m}$ e unha frecuencia de 4,0 Hz. Calcula:

- a) A ecuación do movemento ondulatorio. $y(x,t) = 4,0\cdot 10^{-2} \cos(8,0\pi t - 4,0\pi x) \text{ (m)}$
b) A diferenza de fase entre dous estados de vibración da mesma partícula cando o intervalo de tempo transcorrido é de 2,0 s. Razoa se están en fase ou en oposición de fase. $(8,0\cdot 2\pi \text{ rad}; \text{están en fase})$
c) A diferenza de fase, nun instante dado, entre dúas partículas separadas 2,25 m. Razoa se están en fase ou en oposición de fase. $(9,0\cdot \pi \text{ rad}; \text{están en oposición de fase})$

17. A ecuación dunha onda transversal que se propaga nunha corda é: $y(x,t)=10 \text{ sen } [\pi (x - 0,2t)]$, onde x e y se expresan en cm e t en s. Calcula:

- a) A amplitude, a lonxitude de onda, a frecuencia e a velocidade de propagación da onda. $(0,10 \text{ m}; 2\cdot 10^{-2} \text{ m}; 0,1 \text{ Hz}; 2\cdot 10^{-3} \text{ m/s})$
b) Os valores máximos da velocidade e da aceleración das partículas da corda. $(2,0\cdot 10^{-2}\pi \text{ m/s}; 4,0\cdot 10^{-3}\pi^2 \text{ m/s}^2)$
c) ¿En que sentido se propaga a onda? Cal será a ecuación da onda transversal se se propaga en sentido contrario? Explica.

18. Unha onda transversal propágase a través dunha corda. O desprazamento das partículas está dado por: $y(x,t) = 0,06 \text{ sen } [\pi x + 20\pi t + 2]$ (unidades SI). Calcula:

- a) O período da onda. $(0,1 \text{ s})$
b) A rapidez de propagación. (20 m/s)
c) A ecuación da corda en $t = 4 \text{ s}$ e o seu gráfico. $y(x,4) = 0,06 \cos [\pi x] \text{ (m)}$

19. Unha onda harmónica, de frecuencia 30 Hz, desprázase por unha corda situada ao longo do eixo X. A onda oscila nunha dirección Y cunha amplitude de 20 cm. Se a velocidade das ondas na corda é de $120 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ e a densidade lineal é de $60 \text{ g}\cdot\text{m}^{-1}$, determina:

- a) A lonxitude de onda. (4 m)
b) A ecuación de onda. $y(x,t) = 0,2 \text{ sen } [\pi/2 x - 60\pi t] \text{ (m)}$
c) A enerxía por unidade de lonxitude. $(42,6 \text{ J/m})$

20. Unha onda xerada por unha corda de $0,01 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}$ de densidade lineal vén dada pola ecuación:
 $y(x,t) = 0,2 \text{ sen } (2\pi x + 50\pi t) \text{ m}$. Calcula:

- a) A frecuencia da onda. (25 Hz)
b) A velocidade de propagación das ondas na corda. (25 m/s)
c) A potencia que transporta a onda. (123 W)

21. Unha onda harmónica cuxa amplitude é 0,3 m recorre 300 m en 20 s. Calcula:

- a) A lonxitude de onda. $(7,5 \text{ m})$
b) Constrúe a ecuación de onda, tendo en conta que o seu avance é no sentido negativo do eixo X. $y(x,t) = 0,3 \text{ sen } [4\pi t + 4\pi/15 x] \text{ (m)}$
c) A máxima velocidade dun punto que vibra coa onda se a frecuencia é 2 Hz. $(1,2\pi \text{ m/s})$

22. A función de onda dunha onda harmónica que se move nunha corda é $y(x,t) = 0,03 \text{ sen } (2,2x - 3,5t)$, onde as lonxitudes se expresan en metros e o tempo en segundos. Determina:

- a) A lonxitude de onda e o período desta onda. $(2,9 \text{ m}; 1,8 \text{ s})$
b) A velocidade de propagación. $(1,6 \text{ m/s})$
c) A velocidade máxima de calquera segmento da onda. $(0,11 \text{ m/s})$

23. Un altafalante emite ondas sonoras esféricas cunha potencia de 200 W. Determina:

- a) A enerxía emitida en media hora. $(3,6 \cdot 10^5 \text{ J})$
- b) A intensidade sonora a 4 m do altafalante. $(1,00 \text{ W/m}^2)$
- c) O nivel de intensidade sonora, en dB, a 4 m do altafalante. (120 dB)

Dato: $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

24. O canto dun galo produce unha onda esférica de 1 mW de potencia.

- a) Cal é o nivel de intensidade sonora a unha distancia de 10 m? (59 dB)
- b) Outro galo canta, simultaneamente, cunha potencia de 2 mW, a unha distancia de 30 m do primeiro galo. Cal será a intensidade do son resultante no punto medio do segmento que une ambos galos? $(1,06 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2)$
- c) Cal será o nivel de intensidade sonora resultante? (60 dB)

Dato: $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

25. O vo 370 de Malaysia Airlines que desapareceu o 8 de marzo de 2014 no Mar de China estaba sendo controlado dende a torre de control cun radar de 1000 MHz de frecuencia e 1 kW de potencia.

- a) Calcula o número de fotóns por segundo que emitía o radar. $(1,51 \cdot 10^{27} \text{ fotóns/s})$
- b) Calcula a intensidade das ondas do radar á distancia que estaba o avión cando se detectou por última vez, sabendo que dita distancia era de 200 km dende a posición do radar. Suponse ondas esféricas e non se ten en conta a absorción na atmosfera. $(2 \cdot 10^{-9} \text{ W/m}^2)$
- c) Un barco de rescate rexistrou sinais ultrasónicas procedentes do fondo do océano, que poderían ser da caixa negra do avión. Sábese que a caixa negra emite ondas acústicas de 37,5 kHz e 160 dB. Calcula a lonxitude de onda e a intensidade destes ultrasóns. $(0,04 \text{ m}; 10^4 \text{ W/m}^2)$

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; velocidade do son na auga $= 1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

26. Para determinar a profundidade dunha cova emítese unha onda sonora esférica de 20 W, escoitándose o eco ao cabo de 3 s. Supoñendo que a cova é suficientemente ampla para desprezar as reflexións nas paredes laterais e os fenómenos de absorción, determina:

- a) A profundidade da cova. (510 m)
- b) A intensidade da onda sonora ao chegar ao fondo da cova. $(6,12 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2)$
- c) O nivel de intensidade sonora nese momento. (68 dB)

Dato: velocidade do son $= 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

27. Dous altafalantes emiten ondas sonoras con potencias P_A e P_B , sendo $P_B = 2 P_A$. Nun punto P, situado a unha distancia de 5 m, equidistante de ambos altafalantes, o nivel de intensidade sonora é de 90 dB. Determina:

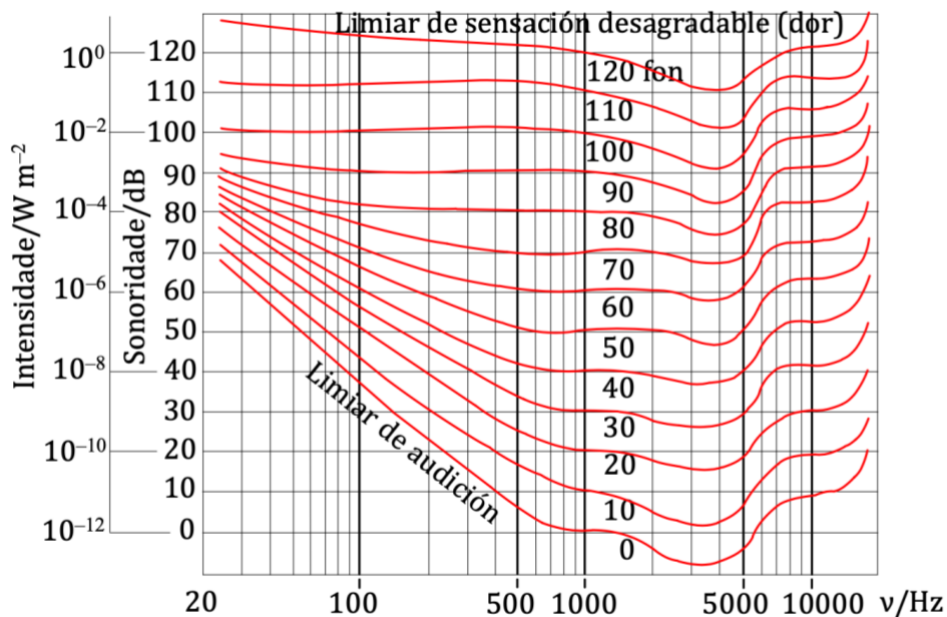
- a) A intensidade sonora en P. (10^{-3} W/m^2)
- b) A potencia de cada un dos altafalantes. $(0,105 \text{ W}; 0,209 \text{ W})$
- c) O nivel de intensidade sonora nun punto Q, situado a 2 m de A e 8 m de B. $(93,7 \text{ dB})$

Dato: $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

28. Dous altafalantes están situados á mesma altura e separados entre si unha distancia de 4,0 m. Ambos emiten un son puro de 200 Hz. No primeiro, F_1 , seleccionouse unha potencia de 1,2 mW e no segundo, F_2 , a potencia seleccionada é 1,8 mW. Sábese que vibran en fase.

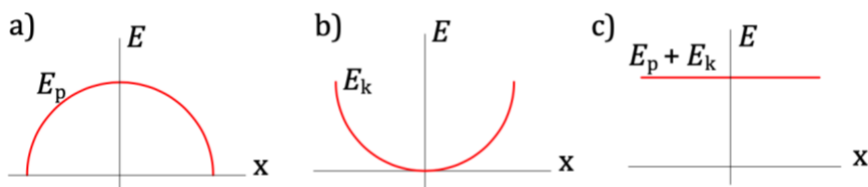
- a) Determine a intensidade do son nun punto do plano no que están os altafalantes situado a 4,0 m do primeiro altafalante e a 3,0 m do segundo. $(5,3 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2)$
- b) Supoña agora que en ambos altafalantes selecciónase a mesma potencia, 1,0 mW, e o son puro que emiten é de 40 Hz. Cal será o nivel de intensidade sonora no punto medio entre ambos altafalantes? $(79,00 \text{ dB})$
- c) Empregando a curva isofónica adxunta, determine o nivel de sensación sonora no punto medio entre ambos altafalantes? (60 fonios)

Datos: velocidade do son $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$



CUESTIÓNES PROPOSTAS CIUG

1. Nun movemento harmónico simple, indica cal das seguintes gráficas se axusta á relación enerxía/elongación.



2. De dous resortes elásticos con idéntica constante cólgase a mesma masa. Un dos resortes ten dobre lonxitude que o outro, entón, o corpo vibrará:

- a) Coa mesma frecuencia.
- b) O de dobre lonxitude con frecuencia dobre.
- a) O de dobre lonxitude coa metade da frecuencia.

3. Cando un movemento ondulatorio se reflicte, a súa velocidade de propagación:

- a) aumenta.
- b) depende da superficie de reflexión.
- c) non varía.

4. Se se cambian á vez o ton e a intensidade dun son procedente dunha trompeta, cales das seguintes magnitudes teñen que cambiar necesariamente?:

- a) frecuencia e lonxitude de onda.
- b) só a frecuencia.
- c) amplitude, frecuencia e lonxitude de onda.

5. A enerxía que transporta unha onda é proporcional:

- a) á frecuencia.
- b) á amplitude.
- c) aos cadrados da frecuencia e da amplitude.

6. Un movemento harmónico sinxelo determinado é a proxección dun movemento circular uniforme sobre un diámetro da circunferencia. A aceleración centrípeta no movemento circular é:

- a) maior ou igual á aceleración no MHS.
- b) sempre menor.
- c) menor ou igual á aceleración no MHS.

7. Unha onda sen rozamentos amortécese de tal xeito que a amplitude é proporcional á inversa da raíz cadrada da distancia á orixe. Isto débese a que é unha onda:

- a) esférica.
- b) cilíndrica.
- c) lineal.

8. Escoitando un coro, atopamos nunha nota mantida que se producen altibaixos de sonoridade. Popularmente dise que é debido a que alguén "desentoa". Na realidade, o que pasa é que alguén:

- a) Está dando unha frecuencia sonora diferente ao resto.
- b) Está producindo unha intensidade diferente.
- c) A composición das frecuencias que constitúen a súa voz nese momento é diferente á dos seus compañeiros.

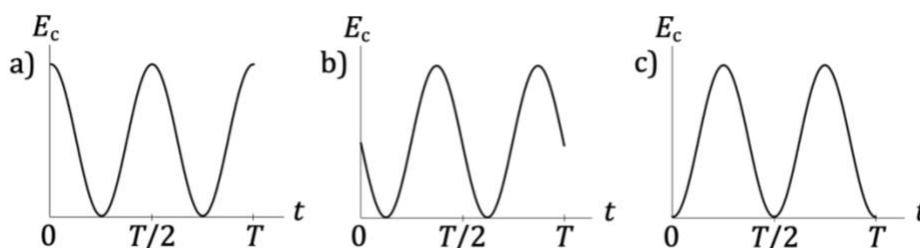
9. A velocidade dunha onda:

- a) Varía coa fase na que se atope o punto.
- b) Varía coa distancia do punto á orixe.
- c) Varía ao cambiar o medio de propagación.

10. Na composición de dúas ondas luminosas das mesmas características prodúcense lugares onde non hai iluminación apreciable.

- a) Isto é unha reflexión.
- b) Prodúcese unha interferencia.
- c) Non é certo, non se produce nunca.

11. As condicións iniciais dun oscilador harmónico son: tempo: $t = 0$, elongación: $x = 0$ e velocidade: $v > 0$. ¿Que perfil representa correctamente a variación da E_c co tempo nun período?



12. A enerxía mecánica dun oscilador harmónico:

- a) Duplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.
- b) Duplícase cando se duplica a frecuencia da oscilación.
- c) Cuadruplicase cando se duplica a amplitude da oscilación.

13. Unha corda colga do alto dunha torre de xeito que o extremo superior é invisible e inaccesible, pero o extremo inferior si se ve. Como averiguarías a lonxitude da corda?

- a) É imposible.
- b) Medindo a amplitude da oscilación.
- c) Medindo o período da oscilación.

14. Se no instante $t = 0$, un móbil que describe un MAS se atopa en $x = A/2$, dirixíndose cara ao centro de oscilación, a súa ecuación do movemento é:

- a) $x = A \cos (\omega t + \pi /3) \text{ m}$
- b) $x = A \sin (\omega t + \pi /3) \text{ m}$
- c) $x = A \cos (\omega t + 5\pi /3) \text{ m}$

15. A ecuación dunha onda transversal de amplitude 4 cm e frecuencia 20 Hz que se propaga no sentido negativo do eixo X cunha velocidade de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ é:

- a) $y (x,t) = 4\cdot 10^{-2} \cos [\pi (40 t + 2 x)] \text{ m}$
- b) $y (x,t) = 4\cdot 10^{-2} \cos [\pi (40 t - 2 x)] \text{ m}$
- c) $y (x,t) = 4\cdot 10^{-2} \cos [2\pi (40 t + 2 x)] \text{ m}$

16. Nun medio homoxéneo e isotrópico, unha fonte sonora produce, a unha distancia r , un son de 40 dB. Se a intensidade do son se fai 100 veces maior, a nova sonoridade, á mesma distancia, será:

- a) 50 dB.
- b) 60 dB.
- c) 70 dB.

17. Nun medio homoxéneo e isotrópico, unha fonte sonora produce, a unha distancia de 1 m, un son de 40 dB. A unha distancia de 10 m, a sonoridade será:

- a) 10 dB.
- b) 20 dB.
- c) 30 dB.

18. O chifre dunha locomotora emite un son de 435 Hz de frecuencia. Se a locomotora móvese achegándose a un observador en repouso, a frecuencia percibida polo observador é:

- a) 435 Hz.
- b) maior ca 435 Hz.
- c) menor ca 435 Hz.

19. Un ciclista desprázase en liña recta por unha estrada a velocidade constante. Nesta estrada hai dous coches parados, un diante, C_1 , e outro detrás, C_2 , do ciclista. Os coches teñen bucinas idénticas pero o ciclista sentirá que a frecuencia das bucinas é:

- a) maior a de C_1 .
- b) a mesma.
- c) maior a de C_2 .