

Tema 1. GRAVITACIÓN

1. Modelos do universo

1.1. Modelo xeocéntrico. A Terra situada no centro do Universo, e o resto de astros xirando arredor dela. Modelo proposto por Aristóteles, perfeccionado posteriormente por Ptolomeo e traballado por xente de moita relevancia como Hipatia de Alejandría, a primeira científica da que temos coñecemento.

1.2. Modelo heliocéntrico. O Sol no centro do Universo. Foi proposto inicialmente por Aristarco de Samos en época de Aristóteles, pero non tivo aceptación. Posteriormente, Copérnico apostou por este modelo xa no século XV e inicios do XVI. Anos despois, Galileo Galei construíu un telescopio para ollar ao universo e apostou tamén polo modelo Heliocéntrico, case a costa da súa vida, pois foi xulgado pola inquisición por herexe.

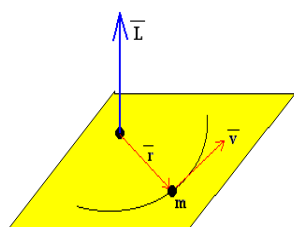
2. Tipos de movementos orbitais (para a resolución de problemas)

Na actualidade sabemos que o movementos dos astros segue unha órbita elíptica, tal e como estudaremos a continuación. Pero para realizar problemas, xa veremos que podemos clasificar os exercicios de órbitas en dous tipos: **órbitas circulares** e **órbitas elípticas**. E a resolución non é exactamente a mesma en ambos casos.

3. A importancia do xiro dos corpos

No estudo do momento dos corpos celestes, temos que ter moi presente que un aparente movemento de traslación leva aparelado un movemento de rotación ou xiro por parte deses corpos. E xorde aquí a importancia crucial dunha nova magnitude, pouco traballada ata o de agora: o *momento angular*.

3.1. Momento angular dunha partícula en movemento.



DEFINICIÓ: O momento angular dunha partícula respecto a un punto é o produto vectorial da súa posición, $\vec{r}$, respecto a ese punto pola súa cantidade de movemento $\vec{p}$.

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

(a dirección de $\vec{L}$ ven dada pola regra da man dereita)

Como a cantidade de movemento, $\vec{p}$, calcúlase como o produto da masa pola velocidade lineal, $\vec{L} = m \{ \vec{r} \wedge \vec{v} \}$, e o módulo será $L = m \cdot r \cdot v$

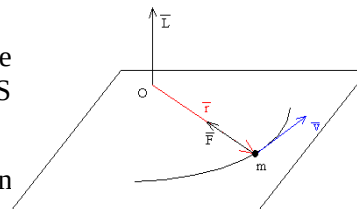
NOTA: O momento angular dunha partícula en movemento ten unha gran importancia no estudo do movemento dos astros. Ven a confirmar a 2ª Lei de Kepler que se verá no seguinte epígrafe.

3.2. Teorema do momento angular. Principio de conservación.

Forzas Centrais. Unha forza é central cando o vector de posición é paralelo ao vector forza, de forma que o momento desa forza sexa nulo: $\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F} = 0$

Sendo $M = r \cdot F \cdot \sin\alpha$. Se o ángulo α que forman $\vec{r}$ e $\vec{F}$ é cero, porque son paralelos, entón $M = 0$. Isto sucede para TODAS AS FORZAS CENTRAIS

Esto é moi importante porque a variación do momento angular $\vec{L}$ con respecto ao tempo é $d\vec{L}/dt = \vec{M} = 0$, polo tanto $\vec{L} = \text{constante}$.



Se a suma dos momentos das formas exteriores que actúan sobre un sistema é cero, o momento angular do sistema permanece constante.

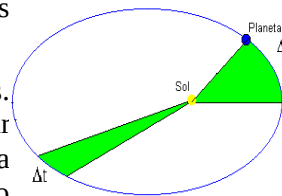
Matemáticamente, sería que: se $\vec{M} = 0 \rightarrow \vec{L} = cte$

4. Leis de Kepler

Apoiándose nas exactas medicións e apuntes de Tycho Brahe, Kepler enunciou as súas tres leis sobre o movemento dos planetas:

1.- Todos os planetas describen órbitas elípticas co Sol situado nun dos seus focos

2.- A recta que une un planeta co Sol varre áreas iguais en tempos iguais. Esta lei é equivalente ao principio de conservación do momento angular, e quere dicir que cando un planeta está no punto da órbita máis alonxado do Sol (afelio), a súa velocidade é menor que cando está no punto máis cercano ao Sol (perihelio). Como $L = \text{cte}$, significa que:



$$L_{\text{afelio}} = L_{\text{perihelio}}, \text{ polo tanto: } r_{\text{afelio}} \cdot v_{\text{afelio}} = r_{\text{perihelio}} \cdot v_{\text{perihelio}}$$

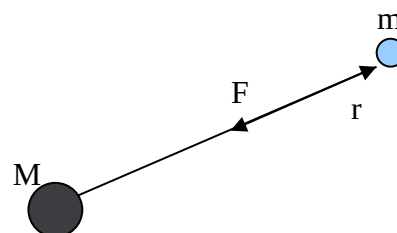
3.- O cadrado do período de revolución dun planeta é directamente proporcional ó cubo da distancia media do planeta ao Sol. $T^2 = K R^3$

5. Lei da Gravitación Universal

Dúas partículas materiais atráense mutuamente cunha forza directamente proporcional ó produto das súas masas e inversamente proporcional ó cadrado da distancia que as separa

Matemáticamente escríbese como: $\vec{F}_g = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}$

O signo negativo indica que a forza ten sentido inverso ao vector da masa atraída. As forzas gravitatorias teñen as seguintes características: **a)** Sempre son atractivas; **b)** Son forzas a distancia, non necesitan ningún medio material para que actúen; **c)** Sempre se presentan a pares; **d)** O valor da constante G é tan pequeno que, salvo que as masas sexan enormes, a forza de atracción é inapreciable.



5.1. Constante "G".

O enunciado da Lei da Gravitación Universal tivo de ser completado 100 anos despois da súa publicación co valor da Constante da Gravitación Universal, G . O seu valor foi calculado por Cavendish apoiándose na balanza de torsión.

O valor calculado en 1798 difire só un 1% do actual. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

5.2. Período de revolución dun planeta.

O período de revolución dun planeta defínese como o tempo que tarda un planeta en dar unha volta enteira arredor do Sol, e representase pola letra T maiúscula. Cinemáticamente pódese calcular como o espazo total que percorre o planeta dividido entre a velocidade media dese planeta na súa viaxe arredor do Sol, ou, matemáticamente, como: $T = \frac{2\pi R}{v}$

5.3. Interacción dun conxunto de masas puntuais. Principio de superposición.

A lei da gravitación universal define a forza existente entre dúas partículas entre si. Pero a pregunta pode ser, ¿qué ocorre cando hai máis de dúas partículas? O principio de superposición define que chega con sumar vectorialmente todas as forzas que actúan sobre unha masa determinada para coñecer a forza total que actúa sobre ela.

6. Concepto de "campo"

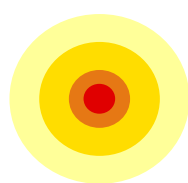
O concepto de campo defínese como a perturbación creada por unha masa no espazo que o rodea, de forma que cando outro obxecto se sitúa nese lugar, aparece unha forza entre ambas. Como veremos a continuación, os campos poden ser de moitos tipos.

6.1. Campos escalares

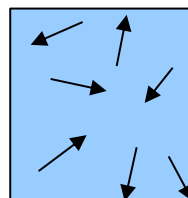
Son campos onde a magnitude característica vén representada por un escalar, como os campos de temperaturas ou os campos de presións...

6.2. Campos vectoriais

Son os campos onde a magnitude característica vén representada por un vector, como os campos de forzas (no noso caso, os campos de forzas gravitatorias e, máis adiante tamén veremos as forzas electrostáticas) e tamén os campos de velocidades.



Campo escalar



Campo vectorial

6.3. Campos conservativos

Un campo de fuerzas é conservativo se o traballo que realizan as forzas do campo para trasladar unha partícula dende unha posición inicial A a outra posición final B é independente do camiño seguido entre A e B.

O traballo dunha forza calcúlase como $W = \int_A^B \vec{F} d\vec{r} = Ep_A - Ep_B = -\Delta Ep$, onde Ep é a enerxía potencial.

6.4. Forzas conservativas

Son as forzas que realizan o mesmo traballo cando trasladan unha partícula entre dous puntos calquera, independentemente do camiño seguido para mover dita partícula. É dicir, o traballo realizado polas forzas do campo a través dunha traxectoria pechada vale cero, xa que a posición inicial e final é a mesma. Un exemplo de forzas conservativas son as gravitatorias. Son forzas non conservativas aquelas onde non se cumpre esta premisa, como por exemplo a Forza de Rozamento.

7. Enerxía potencial

7.1. Enerxía potencial nun punto. Traballo e diferenza de enerxía potencial

Tal e como vimos no apartado anterior, o traballo que realiza o campo pódese expresar como a variación dunha certa magnitude que chamaremos Enerxía Potencial, entre os puntos inicial e final:

$$W = \int_A^B \vec{F} d\vec{r} = Ep_A - Ep_B = -\Delta Ep$$

A enerxía potencial calcúlase, entón, a partir desa integral. Vexamos:

$$W = \int \vec{F} d\vec{r} = \int -G \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot dr = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

Como acabamos de ver, a enerxía potencial escríbese como Ep , e ten as seguintes características: **a)** É a forma de enerxía en que se almacena o traballo realizado contra as forzas conservativas; **b)** Ten diferentes expresións matemáticas para o seu cálculo, segundo a forza $\vec{F}$ (enerxía potencial gravitatoria, eléctrica, elástica, etc...).

7.2. Teorema das forzas vivas. Traballo e enerxía cinética

Este teorema relaciona o traballo da forza resultante co incremento da enerxía cinética. Vexamos o desenvolvemento matemático (que non é necesario aprender, por suposto):

$$W = \int_A^B F dr = \int_A^B m a_t dr = \int_A^B m \frac{dv}{dt} dr = \int_A^B m dv \frac{dr}{dt} = \int_A^B m v dv = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = Ec_B - Ec_A = \Delta Ec$$

O traballo realizado sobre un corpo pola forza resultante invírtese en variar a súa enerxía cinética. Lembrar que a enerxía cinética dunha partícula calcúlase como $Ec = \frac{1}{2} m v^2$ onde m é a masa da partícula e v a súa velocidade.

7.3. Principio de conservación da enerxía mecánica

Chámasele enerxía mecánica á suma das enerxías cinética e potencial (xeralmente, enerxía potencial gravitatoria¹). Como acabamos de ver nos dous epígrafes anteriores, podemos escribir que entre dous puntos calquera A e B, cúmprese que:

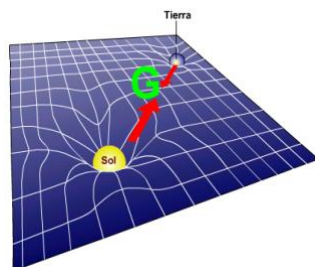
$$\left. \begin{array}{l} W = Ec_B - Ec_A \\ W = Ep_A - Ep_B \end{array} \right\} \boxed{Ec_A + Ep_A = Ec_B + Ep_B}$$

O nome de forzas conservativas obedece a que, se sobre un corpo unicamente actúan forzas conservativas, a súa enerxía mecánica *consérvase* constante.

1 Recalamos, como xa dixéramos antes, que hai diferentes tipos de enerxía potencial segundo cal sexa a forza creadora do campo. Enerxía potencial gravitatoria, enerxía potencial elástica, etc...

7.4. Forzas gravitatorias e campos gravitatorios.

Segundo a Lei da gravitación universal, unha masa calquera polo feito de ter masa é capaz de atraer a outra cunha forza que depende do valor de ambas masas e da distancia que as separa. E, pola definición de campo, esa masa perturba o espazo que a rodea creando ao seu redor un campo de forzas que recibe o nome de **campo gravitatorio**. Calquera masa que se situase nesa rexión sufriría unha atracción gravitatoria.



Os campos gravitatorios descríbense utilizando dúas magnitudes, unha delas é escalar e a outra vectorial. A *intensidade do campo gravitatorio* (vectorial) e o *potencial gravitatorio* (escalar).

1. Intensidade de campo gravitatorio:

Para describir o campo gravitatorio, asignamos a cada punto do espazo un vector (con módulo, dirección e sentido) que chamamos *intensidade de campo gravitatorio*, $\vec{g}$

A intensidade de campo gravitatorio nun punto do espazo é a forza que actuaría sobre a unidade de masa situada nese punto. As súas unidades no sistema internacional (S.I), polo tanto, son de N/kg

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}}{m} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}$$

Debemos ter en conta que o vector $\vec{u}$ non é máis ca un vector de modulo 1 que nos indica a dirección e o sentido tanto de $\vec{g}$ como de $\vec{F}$, que é a recta que une a masa M creadora do campo co punto P . O signo negativo que aparece na expresión (tanto da forza como da intensidade de campo gravitatorio) é debido a que os vectores $\vec{g}$ e $\vec{u}$ teñen sentidos opostos, porque as forzas gravitatorias son sempre atractivas!

A forza gravitatoria sobre unha masa m , situada nun punto en que a intensidade de campo gravitatorio vale g , exprésase como $F = m \cdot g$, que, como sabemos é a forma de calcular o peso dunha masa m .

Por último, incidir en que g ten unidades de N/kg, pero tamén se utilizan moi frecuentemente as unidades de m/s^2 , xa que son equivalentes. O valor de $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ para a superficie da Terra que tan habituados estamos a utilizar en física calcúlase precisamente a partires da expresión $\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}$, onde G é o valor da constante da gravitación universal, M é a masa da Terra (que é a crea o campo) e r é o valor do radio da Terra (xa que supoñemos que a creación do campo parte do centro do planeta). $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$; $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $r = 6400 \text{ km}$.

Segundo isto, é lóxico pensar que o valor de g varía coa altitude, profundidade e latitude, como veremos no último apartado do tema.

En canto ao que respecta á **Enerxía potencial gravitatoria**, nun punto concreto do espazo poderíase calcular como o traballo que realiza o campo gravitatorio para trasladar esa partícula dende ese punto concreto ate o infinito. As súas unidades no S.I son os Julios (J)

$$W_{A \rightarrow \infty} = \int_A^{\infty} \vec{F} d\vec{r} = Ep_A - Ep_{\infty} = Ep_A$$

Os cálculos matemáticos correspondentes acaban proporcionando unha ecuación para a enerxía potencial gravitatoria: $Ep = -G \frac{M \cdot m}{r^2}$

2. Potencial gravitatorio:

O potencial gravitatorio é un concepto clave na descrición do campo gravitatorio. *Representa a enerxía potencial gravitatoria por unidade de masa nun punto do campo*. Segundo esta propia definición, podemos calcular matematicamente o traballo que efectúa o campo gravitatorio para trasladar a unidade de masa dun punto A a outro B:

$$\frac{W}{m} = \frac{\int_A^B \vec{F} d\vec{r}}{m} = \int_A^B \frac{\vec{F}}{m} d\vec{r} = \int_A^B \vec{g} d\vec{r}$$

Este traballo denomínase diferenza de potencial gravitacional e represéntase mediante $V_A - V_B$

A diferenza de potencial gravitatorio entre un punto A e un punto B é igual ao traballo realizado polo campo gravitatorio para trasladar a unidade de masa de A a B.

Pola propia definición de diferenza de potencial gravitatorio, podemos escribir que $V = \frac{Ep}{m}$. E do mesmo xeito que a enerxía potencial gravitatorio para un punto concreto, definimos o Potencial gravitatorio nun punto do espazo como o traballo que realiza o campo gravitatorio para trasladar a unidade de masa desde ese punto ate o infinito, que matematicamente se expresa: $V = \frac{Ep}{m} = \frac{-GM}{r}$

Por último, podemos relacionar as seguintes magnitudes entre si: $g = \frac{F}{m}$ e ademais $V = \frac{Ep}{m}$

8. Aplicacións ao estudo do campo gravitatorio terrestre

8.1. Intensidade do campo gravitatorio terrestre. Variacións da "g"

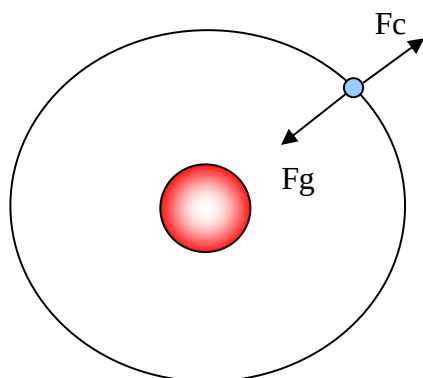
Os valores da intensidade do campo gravitatorio terrestre poden variar coa altura, a profundidade e a latitude. Sabendo que o valor de g é $\vec{g} = -G \frac{M}{r^2}$, e tendo en conta que r é a distancia do corpo respecto ao centro da Terra:

- Coa **altura**, teríamos que $g = -G \frac{M}{(r+h)^2}$ onde h é a altura á que se atopa a masa. *Diminúe coa altura*
- Coa **profundidade**, teríamos que $g = -G \cdot M \frac{(r-h)}{(r)^2}$ onde h sería a profundidade á que se atopa a masa. *Aumenta coa profundidade.*
- Coa **latitude**, debido ao achatamento dos polo da Terra, o radio diminúe ao subir ou baixar de latitude, polo tanto a intensidade de campo gravitatorio *aumenta coa latitude.*

8.2. Satélites

• Velocidade orbital e velocidade de escape

Supoñamos que temos un satélite en órbita de radio r ao redor da Terra (ou doutra gran masa M), cunha velocidade v . Para calcular esta velocidade, non temos máis que igualar as forzas que participan neste movemento circular:



Como vemos no debuxo, teríamos que igualar as forzas que actúan sobre o satélite que da voltas ao redor da Terra. Neste caso:

F (centrífuga) = F (gravitatoria)

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2} \quad \text{de forma que, operando:} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Esta sería a chamada **velocidade orbital** (velocidade coa que orbita o satélite arredor do planeta que crea campo)

Tamén cabe indicar como dato importante, aínda que xa falamos del, do valor do **período de revolución** do satélite arredor dun planeta,

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Por último, se o que queremos é calcular a velocidade que necesitaría un satélite para escapar do campo gravitatorio terrestre, debemos calcular a enerxía necesaria para que chegue ao infinito con velocidade nula. Facendo un principio de conservación da enerxía entre o punto inicial e o final (infinito) teríamos:

$$Ep_A + Ec_A = Ep_\infty + Ec_\infty$$

Como Ep_∞ e Ec_∞ valen 0, podemos poñer que $Ep_A + Ec_A = 0$

Substituíndo E_p e E_c polos seus valores, teríamos:

$$-GMm\frac{1}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = 0, \text{ e operando, teríamos que: } v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \text{ e chámase } \textbf{velocidade de escape}.$$

Esta velocidade de escape depende de varios factores:

- i. A masa do corpo M que crea o campo.
- ii. A distancia r que separa ambas masas.

• Enerxía e tipo de órbita

A enerxía dun corpo determina o seu movemento e a órbita que describe:

$$E_M = E_C + E_P = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{M m}{r}$$

- Si $E_M < 0$, $E_M = E_P$, $E_C = 0 \Rightarrow$ o corpo alcanza a altura máxima e volve a caer.
- Si $E_M < 0$, $E_C > 0 \Rightarrow$ o corpo describe unha órbita cerrada que pode ser:
 - Circular: satélites arredor dun planeta. r é sempre o mesmo e as enerxías cinética e potencial son constantes.
 - Elíptica: el valor de r varía, pero a enerxía total mantense constante. No perihelio a enerxía cinética será maior e a potencial menor, e no afelio ocorre o contrario.
- Si $E_M \geq 0 \Rightarrow$ o corpo describe unha órbita aberta (como os cometas).
 - Parabólica: $E_c = -E_p$. Neste caso os corpos poden saír do campo ao ter a velocidade suficiente. Fora do campo tanto a enerxía cinética como a potencial e a velocidade serán nulas (igual a cero).
 - Hiperbólica: o corpo sairá do campo gravitatorio cunha velocidade maior a cero, polo que a enerxía cinética será maior que a potencial en todo momento (asteroides).

• Movemento de planetas e satélites

Fanse dúas consideracións sobre a órbita dos satélites arredor dos planetas² e os cálculos que podemos levar a cabo:

- Se a súa órbita é circular: podemos calcular a *velocidade orbital* (é sempre a mesma), o *período de revolución*, o *períodos de satélites xeostacionarios* e a *enerxía mecánica* do satélite. Aplicamos a conservación de enerxía para facer moitos cálculos.
- Se a súa órbita é elíptica: aplicamos as *leis de Kepler*. Tamén podemos dicir que aplicamos a conservación de momento angular e de *conservación de enerxía*. Non hai unha única velocidade orbital, xa que depende da distancia ao obxecto que crea campo.

PROBLEMAS PROPOSTOS CIUG

1. O MESSENGER é unha misión espacial non tripulada da NASA, lanzada rumbo a Mercurio en Agosto de 2004 e que entrou en órbita arredor dese planeta en Marzo de 2011. No seu percorrido enviou datos que permiten coñecer diferentes parámetros sobre Mercurio. Así, en Abril de 2011, atopándose a unha distancia de 10124 km do centro de Mercurio, o período de Messenger foi de 12 horas e 2 minutos. Con estes datos calcula:

- a) A velocidade orbital á que se estaría movendo Messenger. ($1,468 \cdot 10^3 \text{ m/s}$)
- b) A masa de Mercurio. ($3,27 \cdot 10^{23} \text{ kg}$)
- c) Os valores da enerxía cinética e potencial da sonda espacial nese intre, tendo en conta que a masa da sonda espacial é de 485 kg. ($5,23 \cdot 10^8 \text{ J}$; $-1,05 \cdot 10^9 \text{ J}$)

Dato: Constante de Gravitación $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

2. O satélite PLANCK forma parte da primeira misión europea dedicada ao estudo da orixe do Universo. O satélite PLANCK, cunha masa de 1800 kg, foi lanzado en Abril de 2009 para situarse nunha órbita a 1,5 millóns de quilómetros do centro da Terra. Supoñendo que a órbita que describe é circular, calcula:

- a) A velocidade orbital do satélite e o tempo, en días, que tardará en dar unha volta entornó á Terra. (516 m/s ; $211,8 \text{ días}$)

² Tamén podería considerar, do mesmo xeito, a órbita de planetas arredor da súa estrela.

- b) A enerxía cinética, potencial e mecánica do satélite na órbita. ($2,4 \cdot 10^8 \text{ J}$; $-4,8 \cdot 10^8 \text{ J}$; $-2,4 \cdot 10^8 \text{ J}$)
 c) A velocidade con que chegaría á Terra, se por algunha circunstancia o satélite perde a súa velocidade orbital. Considerar desprezable a fricción ao entrar en contacto coa atmosfera. ($1,12 \cdot 10^4 \text{ m/s}$)

Datos: $r_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

3. En 2012, a Universidade de Vigo e o Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial, en colaboración coa ESA (Axencia Espacial Europea) puxeron en órbita o primeiro satélite galego, o XATCOBEO, para fins educativos. Este satélite, cunha masa de aproximadamente 1 kg, orbita a unha altura máxima (apoxeo) de 1500 km da superficie terrestre, e a unha mínima (perixeo) de 300 km. Determina:

- a) A velocidade media orbital, supoñendo que o raio medio orbital é a semisuma do perixeo e apoxeo. (7407 m/s)
 b) A enerxía mecánica do satélite no apoxeo. ($-2,74 \cdot 10^7 \text{ J}$)
 c) Xustifica cómo variará a velocidade areolar no seu percorrido orbital.

Datos: $r_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

4. Un satélite de masa 200 kg sitúase nunha órbita circular sobre o Ecuador terrestre, de tal forma que se axusta o raio da órbita para que dea unha volta á Terra cada 24 horas. Así conséguese que sempre se atope sobre o mesmo punto respecto da Terra (satélite xeoestacionario).

- a) Cal debe ser o raio da súa órbita? ($4,2 \cdot 10^7 \text{ m}$)
 b) Canta enerxía se precisa para situalo na órbita? ($1,16 \cdot 10^{10} \text{ J}$)
 c) Cal é a velocidade que se lle debería comunicar dende a Terra para facer que escape da atracción gravitatoria? ($1,12 \cdot 10^4 \text{ m/s}$)

Datos: $r_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

5. O conxunto de satélites GPS (Global Positioning System) describen órbitas circulares arredor da Terra permitindo que poidamos determinar a posición onde nos atopamos cunha gran precisión. Todos os satélites GPS están á mesma altura e dan dúas voltas á Terra cada 24 horas. Calcula:

- a) A altura da súa órbita sobre a superficie da Terra e a velocidade angular dun dos satélites. ($2,03 \cdot 10^7 \text{ m}$)
 b) A enerxía mecánica e a velocidade lineal que tería un destes satélites na súa órbita. ($-1,12 \cdot 10^9 \text{ J}$; $3,87 \cdot 10^3 \text{ m/s}$)
 c) A nova velocidade e o tempo que tardaría en dar unha volta á Terra se o facemos orbitar ao dobre de altura. ($2,91 \cdot 10^3 \text{ m/s}$; $1,01 \cdot 10^5 \text{ s}$)

Datos: $r_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $m_{\text{satélite}} = 150 \text{ kg}$

6. A NASA lanzou en 2010 un satélite xeoestacionario (que xira coa mesma velocidade angular que a Terra), o GOES-P (Geostationary Operational Environmental Satellite), que subministrará diariamente información de tipo meteorolóxico e dará conta de actividades solares que poden afectar ao ambiente terrestre. GOES-P ten una masa de $3,1 \cdot 10^3 \text{ kg}$ e describe una órbita circular de $4,22 \cdot 10^7 \text{ m}$ de raio. Con estes datos:

- a) Calcula a velocidade areolar do satélite. ($6,48 \cdot 10^{10} \text{ m}^2/\text{s}$)
 b) Supoñendo que o satélite describe a súa órbita no plano ecuatorial da Terra, determina o módulo do momento angular respecto dos polos da Terra. ($4,07 \cdot 10^{14} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)
 c) Indica os valores da enerxía cinética e potencial do satélite na órbita. ($1,47 \cdot 10^{10} \text{ J}$; $-2,93 \cdot 10^{10} \text{ J}$)

Datos: $T_T = 24 \text{ h}$; $r_T = 6370 \text{ km}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

7. A 760 km da superficie terrestre orbita, dende 2009, o satélite franco-español SMOS (Soil Moisture and Ocean Salinity), que forma parte dunha misión da Axencia Espacial Europea (ESA) para recoller información sobre o planeta. A masa do satélite é de 683 kg.

- a) Calcula a enerxía cinética do satélite e a súa enerxía mecánica total. ($1,91 \cdot 10^{10} \text{ J}$; $-1,91 \cdot 10^{10} \text{ J}$)
 b) Calcula o módulo do momento angular do satélite respecto do centro da Terra. ($3,64 \cdot 10^{13} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)
 c) Xustifica por qué a velocidade areolar do satélite permanece constante.

Datos: $r_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

8. Sabendo que o período de revolución lunar é de 27,32 días e que o raio da órbita da Lúa é $3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$, calcula:

- a) A constante de gravitación universal, G. ($6,71 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$)
 b) A enerxía cinética e potencial da Lúa respecto da Terra. ($3,84 \cdot 10^{28} \text{ J}$; $-7,68 \cdot 10^{28} \text{ J}$)
 c) Se un satélite se sitúa entre a Terra e a Lúa a unha distancia do centro da Terra de $5 r_L$, cal é a relación entre as forzas que exercen a Terra e a Lúa sobre el? ($F_T/F_{L-S} = 1,5 \cdot 10^5$)

Datos: $r_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $r_L = 1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$; $m_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

9. Fobos é un satélite de Marte que xira nunha órbita circular de 9380 km de raio, respecto ao centro do planeta, cun período de revolución de 7,65 horas. Outro satélite de Marte, Deimos, xira nunha órbita de 23460 km de raio. Determina:

- a) A masa de Marte e o período de revolución do satélite Deimos. ($6,44 \cdot 10^{23} \text{ kg}$; $30,3 \text{ h}$)
 b) A enerxía mecánica do satélite Deimos. ($-2,20 \cdot 10^{21} \text{ J}$)
 c) O módulo do momento angular de Deimos respecto ao centro de Marte. ($7,6 \cdot 10^{25} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; masa de Deimos = $2,4 \cdot 10^{15} \text{ kg}$

10. Nun planeta esférico coa mesma densidade media que a Terra e cun raio que é a metade do terrestre:

- a) Cal é a aceleración da gravidade na superficie do planeta? ($4,9 \text{ m/s}^2$)
 b) Cal sería o período dun satélite que se move nunha órbita circular a unha altura de 400 km respecto da superficie do planeta? (6049 s)
 c) Como sería a variación do seu campo gravitatorio coa profundidade?

Datos: raio da Terra, $r_T = 6370 \text{ km}$; aceleración da gravidade na superficie da Terra, $g_{OT} = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

11. A partir dos seguintes datos do Sistema Solar:

Planeta	Distancia media ó Sol(UA)	Período orbital(anos)	$r_{\text{planeta}} (r_T)$	$m_{\text{planeta}} (m_T)$
Mercurio	0,387	0,2408	0,386	0,055
Venus	0,723	0,6152	0,949	0,815
Terra	1,00	1,00	1,00	1,00
Marte	1,52	1,881	0,532	0,107
Xúpiter	5,20	11,86	11,2	318
Saturno	9,54	29,45	9,45	95
Urano	19,2	84,02	4,01	14
Neptuno	30,1	164,8	3,88	17

- a) Calcula o valor da constante da terceira lei de Kepler para Marte, Saturno e Neptuno. ($1,0008 \text{ anos}^2 = 2,97 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$)
 b) Calcula a masa do Sol. ($1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$)
 c) Calcula a aceleración da gravidade na superficie de Venus. ($8,9 \text{ m/s}^2$)

Datos: $1 \text{ UA} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $g_{\text{superficie Terra}} = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

12. A ISS (International Space Station) é o resultado da colaboración internacional para construír e manter unha plataforma de investigación con presenza humana de larga duración no espazo. Se a masa da ISS é de $3,7 \cdot 10^5 \text{ kg}$ e describe unha órbita circular arredor da Terra a unha distancia de $3,59 \cdot 10^5 \text{ m}$ da súa superficie, calcula:

- a) A velocidade orbital da ISS e o tempo que tarda en dar unha volta arredor da Terra. (7700 m/s)
 b) A enerxía mecánica da ISS. ($-1,10 \cdot 10^{13} \text{ J}$)
 c) A forza gravitatoria sobre un astronauta de 80 kg de masa que se atope na ISS. (705 N)

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $m_{\text{Terra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $r_{\text{Terra}} = 6370 \text{ km}$

13. Unha cometa de masa 10^{12} kg achégase ó Sol dende un punto moi afastado do sistema solar, podéndose considerar que a súa velocidade inicial é nula. Calcula:

- a) A velocidade da cometa no perihelio (situado a unha distancia aproximada de cen millóns de quilómetros do Sol). ($5,2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$)
 b) A enerxía potencial cando cruce a órbita da Terra (a unha distancia $r = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$). ($-8,9 \cdot 10^{20} \text{ J}$)
 c) O valor do módulo do momento angular no perihelio. ($5,2 \cdot 10^{27} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)

Datos: $m_{\text{Sol}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

14. Nun planeta cun raio que é a metade do raio terrestre, a aceleración da gravidade na súa superficie vale $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Calcula:

- a) A relación entre as masas do planeta e da Terra. ($m_P/m_T = 1/8$)
 b) A velocidade de escape para un corpo situado nese planeta ($r_T = 6370 \text{ km}$). ($5,64 \cdot 10^3 \text{ m/s}$)
 c) A altura a que é necesario deixar caer un obxecto no planeta, para que chegue á súa superficie coa mesma velocidade coa que o fai na Terra, cando cae dende unha altura de 100 m. (200 m)

(Na Terra: $g_{OT} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

15. Un satélite de comunicacións de 1 t describe órbitas circulares arredor da Terra cun período de 90 minutos. Calcula:

- a) A altura á que se atopa sobre a Terra. ($2,5 \cdot 10^5 \text{ m}$)
 b) A velocidade orbital. ($7,74 \cdot 10^3 \text{ m/s}$)
 c) A enerxía total. ($-3,00 \cdot 10^{10} \text{ J}$)

Datos: $r_T = 6400 \text{ km}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

16. Un corpo de masa 1000 kg xira a 200 km por enriba da superficie da Terra.

- a) Cal é a aceleración da gravidade a esa altura?. ($9,22 \text{ m/s}^2$)
 b) Cal é o valor do potencial gravitatorio a esa altura?. ($-6,06 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$)

c) Cal é o valor da enerxía total?. $(-3,03 \cdot 10^{10} \text{ J})$

Datos: $g_0 = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $r_T = 6370 \text{ km}$

17. Sabendo que o planeta Venus tarda 224,7 días en dar unha volta completa arredor do Sol e que a distancia de Neptuno ó Sol é $4,504 \cdot 10^9 \text{ km}$ así como que a Terra inviste 365,256 días en dar unha volta completa arredor do Sol e que a súa distancia a este é $1,495 \cdot 10^8 \text{ km}$, calcula:

a) A distancia de Venus ó Sol. $(108,14 \cdot 10^6 \text{ km})$

b) A duración dunha revolución completa de Neptuno arredor do Sol. $(6,04 \cdot 10^4 \text{ días})$

c) A velocidade orbital de Neptuno arredor do Sol. $(5,42 \cdot 10^3 \text{ m/s})$

18. Un satélite artificial de 200 kg describe unha órbita circular a 400 km de altura sobre a superficie terrestre. Calcula:

a) O valor da gravidade a esa altura. $(8,70 \text{ m/s}^2)$

b) A enerxía mecánica. $(-5,89 \cdot 10^9 \text{ J})$

c) A velocidade que se lle comunicou na superficie da Terra para colocalo nesa órbita. $(8,15 \cdot 10^3 \text{ m/s})$

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $r_T = 6370 \text{ km}$

19. Un satélite cunha masa de 300 kg móvese nunha órbita circular a $5 \cdot 10^7 \text{ m}$ por enriba da superficie terrestre.

a) Cal é a forza da gravidade sobre o satélite?. $(37,58 \text{ N})$

b) Cal é o período do satélite?. $(1,33 \cdot 10^5 \text{ s})$

c) Cal é a enerxía mecánica do satélite na órbita?. $(-1,06 \cdot 10^9 \text{ J})$

Datos: $g_0 = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $r_T = 6370 \text{ km}$

20. Un astronauta de 75 kg xira nun satélite artificial onde a súa órbita dista h da superficie da Terra. Calcula:

a) O período de dito satélite. $(1,43 \cdot 10^4 \text{ s})$

b) A forza gravitatoria sobre dito astronauta. $(183,9 \text{ N})$

c) A Enerxía mecánica do astronauta. $(-1,18 \cdot 10^9 \text{ J})$

Datos: $g_{0T} = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $h = r_T = 6370 \text{ km}$

21. Quérese poñer nunha órbita de raio $r = 5 \cdot r_T/3$ un satélite artificial de masa 10 kg, sendo $r_T = 6370 \text{ km}$. Calcula:

a) A velocidade de lanzamento. $(9,35 \cdot 10^3 \text{ m/s})$

b) A enerxía total do mesmo. $(-1,88 \cdot 10^8 \text{ J})$

c) A velocidade de escape dende a Terra. $(1,12 \cdot 10^4 \text{ m/s})$

Dato: $g_{0T} = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

22. Se o raio da Lúa é unha cuarta parte do da Terra, calcula:

a) A súa masa. $(6,48 \cdot 10^{22} \text{ kg})$

b) O raio da órbita arredor da Terra. $(3,83 \cdot 10^8 \text{ m})$

c) A velocidade orbital da Lúa. $(1,02 \cdot 10^3 \text{ m/s})$

Datos: $g_{0L} = 1,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $g_{0T} = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $r_T = 6370 \text{ km}$; $T_{\text{Lúa arredor da Terra}} = 2,36 \cdot 10^6 \text{ s}$

23. Calcula:

a) A enerxía cinética que debería ter unha persoa de 70 kg para orbitar arredor da Terra a una altura 0. $(2,19 \cdot 10^9 \text{ J})$

b) Canta enerxía sería necesaria para elevala a unha órbita estable a 6 370 km de altura?. $(3,29 \cdot 10^9 \text{ J})$

c) Cal sería o valor da gravidade a esa altura. $(2,46 \text{ m/s}^2)$

Datos: $r_T = 6370 \text{ km}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

24. Calcula:

a) A velocidade que leva na súa órbita un satélite xeoestacionario. $(3,07 \cdot 10^3 \text{ m/s})$

b) A distancia do centro da Terra á que se atopa. $(4,22 \cdot 10^7 \text{ m})$

c) Se fora lanzado cun canon dende a Terra, desprezando o rozamento atmosférico, calcula velocidade de lanzamento necesaria. $(1,08 \cdot 10^4 \text{ m/s})$

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $m_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $r_T = 6370 \text{ km}$

25. Unha masa de 8 kg está situada na orixe de coordenadas. Calcula:

a) A intensidade e o potencial do campo gravitatorio no punto (3,2) (SI). $(-1,48 \cdot 10^{-10} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1})$

b) A forza con que atraería a unha masa de 2 kg sita no punto (3,2). $(-6,84 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 5,56 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ [N]})$

c) O traballo realizado pola forza gravitatoria ao trasladar a masa de 2 kg dende o infinito ata o punto (3,2). $(2,96 \cdot 10^{-10} \text{ J})$

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

26. Dúas partículas de masas m_1 e m_2 , sendo $m_2 = 9 m_1$, están separadas unha distancia $d = 3 \text{ m}$. No punto P,

situado entre elas, a intensidade de campo gravitatorio total creado por estas partículas é nulo.

- Calcula a distancia x entre P e m_1 . $(0,75 \text{ m})$
- Calcula o valor do potencial gravitatorio no punto P en función de m_1 . $(-3,56 \cdot 10^{-10} \cdot m_1 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1})$
- Explica o concepto de intensidade de campo gravitatorio creado por unha ou varias partículas.

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

27. Un obxecto de masa m_1 está situado na orixe de coordenadas, e un segundo obxecto está no punto coordenadas (5,0) m. Considerando unicamente a interacción gravitatoria e supoñendo que son masas puntuais, calcula:

- A relación entre as masas m_1/m_2 se o campo gravitatorio no punto (2, 0) m é nulo. $(m_1/m_2 = 4/9)$
- O módulo, dirección e sentido do momento angular da masa m_2 con respecto da orixe de coordenadas se $m_2 = 100 \text{ kg}$ e a súa velocidade é $(0,100) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. $(5 \cdot 10^4 \vec{k} [\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}])$
- O valor do potencial gravitatorio no punto (2,2). $(-2,90 \cdot 10^{-9} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1})$

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

28. Sitúanse catro masas puntuais idénticas, de 5 kg cada unha, nos vértices dun cadrado de lado 1 m.

Calcula:

- A intensidade de campo gravitatorio creada polas catro masas no centro de cada lado do cadrado. $(-4,78 \cdot 10^{-10} \vec{i} [\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}])$
- A intensidade de campo gravitatorio creada polas catro masas no centro do cadrado. (0 m/s^2)
- O traballo necesario para levar a unidade de masa dende o centro do cadrado ata un punto onde non existise atracción gravitatoria. Explica o significado físico deste resultado. $(-1,89 \cdot 10^{-9} \text{ J})$

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

29. Unha masa m (1000 kg) móvese no campo gravitatorio creado por dúas masas iguais, m_1 e m_2 ($m_1 = m_2 = 1,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$), situadas nos puntos $(-4,0)$ e $(4,0)$ (coordenadas no SI). Cando m se atopa no punto P (0,5) m ten unha velocidade de $-200 \vec{j} (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$. Calcula:

- O módulo, dirección e sentido da forza que actúa sobre m en P. $(2,55 \cdot 10^{15} \text{ N}; -2,55 \cdot 10^{15} \vec{j} [\text{N}])$
- O módulo da velocidade de m cando pasa polo punto B (0,0). $(5,02 \cdot 10^6 \text{ m/s})$

Dato: Constante de Gravitación Universal: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

30. En tres dos catro vértices dun cadrado de 10 m de lado colócanse outras tantas masas de 10 kg. Calcula:

- A intensidade de campo gravitatorio no cuarto vértice do cadrado. $(-9,03 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 9,03 \cdot 10^{-12} \vec{j} [\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}])$
- O potencial gravitatorio no punto anterior. $(-1,81 \cdot 10^{-10} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1})$
- O traballo realizado polo campo para levar unha masa de 10 kg dende dito vértice ata o centro do cadrado. $(1,02 \cdot 10^{-9} \text{ J})$

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

CUESTIÓNS PROPOSTAS CIUG

1. Un planeta xira arredor do Sol nunha traxectoria elíptica. Cal das seguintes magnitudes é maior no perihelio (distancia máis próxima ao Sol) que no afelio: a) o momento angular; b) o momento lineal; c) a enerxía mecánica.

2. Sabendo que a aceleración da gravidade nun movemento de caída libre na superficie da Lúa é 1/6 da aceleración da gravidade na superficie da Terra e que o raio da Lúa é aproximadamente $0,27 \cdot r_T$; a relación entre as densidades medias da Lúa e da Terra será: a) $\rho_L/\rho_T = 50/81$; b) $\rho_L/\rho_T = 8/200$; c) $\rho_L/\rho_T = 1/6$.

3. Sabendo que a aceleración da gravidade nun movemento de caída libre na superficie de Marte é 0,38 veces a gravidade na superficie da Terra e que o raio de Marte é aproximadamente $0,53 \cdot r_{\text{Terra}}$, a relación entre as velocidades de escape dun obxecto dende as súas respectivas superficies será: a) $v_{eT}/v_{eM} = 4,96$; b) $v_{eT}/v_{eM} = 2,23$; c) $v_{eT}/v_{eM} = 0,45$

4. Os cometas describen órbitas elípticas moi alongadas arredor do Sol, de maneira que a distancia ao Sol varía moito. Cal das seguintes magnitudes é maior no punto máis afastado ao Sol: a) enerxía cinética; b) enerxía potencial; c) momento angular.

5. A seguinte táboa relaciona o período e o raio das órbitas de tres satélites xirando arredor do mesmo astro.

Satélite	A	B	C
T/anos	0,44	1,00	3,86
$r \cdot 10^{-5}/\text{km}$	0,88	2,08	3,74

Sabemos que hai un dato incorrecto, xustifica a que satélite corresponde: a) ó A; b) ó B; c) ó C.

6. Onde se atopará o punto no que se anulan as intensidades de campo gravitatorio da Lúa e da Terra?: a) no punto medio entre Terra e Lúa; b) máis cerca da Terra; **c)** máis cerca da Lúa.
7. Se a Lúa reducise a súa masa á metade, a “Lúa chea” veríase: a) Con máis frecuencia que agora; b) Con menos frecuencia; **c)** Coa mesma frecuencia.
8. Cómo inflúe a dirección na que se lanza un obxecto na súa velocidade de escape?: **a)** non inflúe; b) a velocidade de escape é maior canto maior sexa ángulo de lanzamento; c) a velocidade de escape é menor canto menor sexa o ángulo de lanzamento.
9. A que distancia fóra da superficie da Terra, medida desde o seu centro, o valor do campo gravitatorio é igual ó seu valor nun punto do interior da Terra, equidistante do centro e da superficie?: a) 6400 km; **b)** 9050 km; c) 18100 km.
Nota: toma $r_T = 6400$ km.
10. A que altitude, respecto á superficie da Terra, o peso G_h dun astronauta se reduce a metade? a) se $h = 0,5 \cdot r_T$; b) se $h = 2 \cdot r_T$; **c)** se $h = 0,41 \cdot r_T$.
11. Xustifica cal das seguintes afirmacións é verdadeira.
a) Un satélite de masa $2m$ ten o dobre de velocidade de escape que outro de masa m .
b) Dous planetas de raios diferentes, coa mesma densidade, posúen a mesma velocidade de escape.
c) Un satélite terá a metade da velocidade de escape nun planeta de raio $4r$ que noutro de raio r e a mesma masa.
12. Como varía g ó afondar cara ó interior da Terra?: a) aumenta; **b)** diminúe; c) non varía.
13. As órbitas planetarias son planas porque: a) os planetas teñen inercia; **b)** non varía o momento angular ó ser unha forza central; c) non varía o momento de inercia dos planetas no seu percorrido.
14. Unha partícula móvese dentro dun campo de forzas centrais. O seu momento angular respecto do centro de forzas: a) aumenta indefinidamente; b) é cero; **c)** permanece constante.
15. Se por unha causa interna, a Terra sufrira un colapso gravitatorio e reducira o seu raio mantendo constante a súa masa, como sería o período de revolución arredor do Sol?: **a)** igual; b) menor; c) maior.
16. A velocidade que se debe comunicar a un corpo na superficie da Terra para que escape da gravidade terrestre e se afaste para sempre debe ser: **a)** maior que $(2 \cdot g_0 \cdot r_T)^{1/2}$; b) menor que $(2 \cdot g_0 \cdot r_T)^{1/2}$; c) igual que $(g_0 \cdot r_T)^{1/2}$.
17. A forza gravitatoria é proporcional á masa do corpo. En ausencia de rozamento, que corpos caen máis rápido?: a) os de maior masa; b) os de menor masa; **c)** todos igual.
18. Se por unha causa interna, a Terra sufrira un colapso gravitatorio e reducira o seu raio a metade, mantendo constante a masa; como sería o período de revolución arredor do Sol?: **a)** igual; b) 2 anos; c) 4 anos.
19. Sexan tres corpos iguais de gran masa, A, B, e C, e un de pequena masa, X. Se os dispoñemos A e B por unha beira e C e X por outra, cos centros igualmente separados: **a)** Achegáranse máis rápido A e B; b) Achegáranse máis rápido C e X; c) Achegáranse ambas parellas cunha mesma aceleración.
20. G e g son: a) g maior que G ; b) Unha maior cá outra dependendo do lugar e campo dos que se parta; **c)** Non ten sentido facer unha comparación entre g e G .
21. Se un corpo situado nun campo gravitatorio posúe unha enerxía cinética E_K igual á súa enerxía potencial E_p (en valor absoluto), isto significa que: **a)** o corpo pode escapar ó infinito; b) o corpo rematará caendo sobre a masa que crea o campo; c) seguirá unha órbita circular.
22. Un mesmo planeta, describindo circunferencias arredor do Sol, irá máis rápido: a) canto maior sexa o raio da órbita; **b)** canto menor sexa o raio da órbita; c) a velocidade non depende do tamaño da órbita.
23. No movemento da Terra arredor do Sol: a) consérvanse o momento angular e o momento lineal; b) consérvanse o momento lineal e o momento da forza que os une; **c)** varía o momento lineal e consérvase o angular.
24. Cando un obxecto xira en torno a Terra cúmprese: a) que a enerxía mecánica do obxecto na súa órbita é positiva; b) que a súa velocidade na órbita será $v = (2 \cdot g \cdot r_T)^{1/2}$; **c)** que a forza centrípeta e a forza gravitatoria son iguais.
25. A aceleración de caída dos corpos cara a Terra é: a) proporcional ó seu peso; b) proporcional á forza de atracción entre ambos; **c)** independente da súa masa.