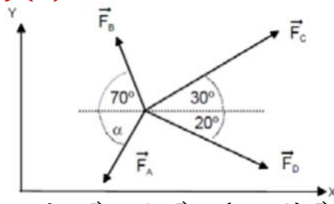


Ejercicios. CÁLCULO VECTORIAL. MECÁNICA

- Representa el vector $3\vec{i} + 4\vec{j}$. ¿Qué ángulo forma con la horizontal? ¿Cuál es su módulo? $53,1^\circ; 5$
- Dados los vectores $\vec{u}(3, -2, 0)$ y $\vec{v}(5, 1, -2)$, calcula:
 - Sus módulos. $|\vec{u}| = \sqrt{13}$; $|\vec{v}| = \sqrt{30}$
 - Su producto escalar. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 13$
 - El ángulo que forman. $36,36^\circ$
- Dados los vectores $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ y $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}$
 - Calcula el producto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -24$
 - Calcula el producto vectorial $\vec{u} \times \vec{v}$. $\vec{u} \times \vec{v} = 26\vec{j} + 13\vec{k}$
 - Comprueba que el producto vectorial $\vec{u} \times \vec{v}$ es perpendicular a los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$
- Escribe el vector velocidad inicial (en componentes cartesianas) en los siguientes casos:
 - Se lanza verticalmente cara arriba un objeto con una velocidad inicial de 20 m/s. $\vec{v}_0 = 20\vec{j}$
 - Se lanza verticalmente cara abajo un objeto con una velocidad inicial de 20 m/s. $\vec{v}_0 = -20\vec{j}$
 - Se lanza horizontalmente cara a la izquierda un objeto con una velocidad inicial de 20 m/s. $\vec{v}_0 = -20\vec{i}$
 - Se lanza un cuerpo desde el suelo con una velocidad inicial de 20 m/s que forma un ángulo de 30° con la horizontal. $\vec{v}_0 = 10\sqrt{3}\vec{i} + 10\vec{j}$
- ¿Es cierto que la suma de dos fuerzas de 500 N es siempre una fuerza de 1000 N? Coméntalo con ejemplos.
- Expresa en sus componentes cartesianas un vector de módulo cinco que forma un ángulo de 30° con el eje OX. $4,3\vec{i} + 2,5\vec{j}$
- Un barco navega cara el norte con una velocidad de 12 km/h y la marea lo arrastra hacia el este con una velocidad de 9 km/h. ¿Cuál es el módulo, dirección y sentido de la velocidad real del barco? $15 \text{ km/h}, 53^\circ \text{NE}$
- Sabela y Xoán llegan al mismo tiempo a una tienda a coger la última copia del videojuego de moda. Si ambos cogen la caja y empujan de ella con una fuerza de 30 N, calcula el módulo de la resultante en los siguientes casos:
 - empujan en sentidos contrarios. 0 N
 - empujan en direcciones perpendiculares. $42,43 \text{ N}$
 - empujan en direcciones que forman 135° entre sí. $4,02\vec{i} + 25,98\vec{j}$; $F_T = 26,29 \text{ N}$
- Se aplica una fuerza de módulo 40 N sobre un cuerpo formando un ángulo de 30° con la horizontal. Descompón la fuerza como suma de dos fuerzas, una horizontal y otra vertical. $34,64\vec{i} + 20\vec{j}$
- Tenemos un sistema de cuatro fuerzas aplicadas sobre un punto. $\vec{F}_1$ es vertical hacia arriba y su módulo es 20 N; $\vec{F}_2$ es vertical hacia abajo y su módulo 30 N; $\vec{F}_3$ es horizontal hacia la derecha y su módulo 40 N y $\vec{F}_4$ es horizontal hacia la izquierda y de módulo 50 N. Calcula la expresión vectorial de la resultante de las cuatro fuerzas y el ángulo que forma con la horizontal. $\vec{F}_T = -10\vec{i} - 10\vec{j} \text{ (N)}$; $\alpha = 90^\circ$
- Las cuatro fuerzas concurrentes de la figura tienen una resultante igual a cero. Si $F_B = 800 \text{ N}$, $F_C = 1000 \text{ N}$ y $F_D = 800 \text{ N}$, determina el valor de F_A y el ángulo α . Obtén el resultado gráficamente y en componentes cartesianas. $F_A = 1662,386 \text{ N}$; $\alpha = 36,04^\circ$

- La ecuación vectorial del movimiento de un móvil viene dada por la expresión: $\vec{r} = 3t\vec{i} + (t - 3)\vec{j}$, donde la posición se expresa en metros y el tiempo en segundos. Calcula:
 - Posición del móvil en el instante inicial. $\vec{r}(0) = -3\vec{j} \text{ (m)}$
 - Posición del móvil en el instante $t = 2\text{s}$. $\vec{r}(2) = 6\vec{i} - \vec{j} \text{ (m)}$
 - Desplazamiento del móvil en los dos primeros segundos. $\Delta\vec{r}(2,0) = 6\vec{i} + 2\vec{j} \text{ (m)}$
 - Ecuación de la trayectoria. $y = \frac{x}{3} - 3$
 - Representa gráficamente la trayectoria del móvil.

13. El vector de posición de una partícula viene dado por: $\vec{r} = 4\vec{i} + t\vec{j}$ (unidades del S.I.);
 a) Calcula el vector desplazamiento no intervalo $t = 2$ s a $t = 4$ s. $\Delta\vec{r}(2,4) = 2\vec{j}$ (m)
 b) Calcula la velocidad media en ese intervalo. $\vec{v}_m(2,4) = \vec{j}$ (m/s), $|\vec{v}_m(2,4)| = 1$ m/s
14. Si la posición de un móvil viene dada por $\vec{r} = (8 - t^2)\vec{j}$
 a) ¿En qué dirección se mueve la partícula?
 b) Calcula la velocidad y la aceleración instantáneas. $\vec{v}(t) = -2t\vec{j}$ (m/s); $\vec{a}(t) = -2\vec{j}$ (m/s²)
 c) ¿Se trata de un MRUA?
 d) ¿En qué posición se encuentra la partícula cuando su velocidad vale -6 j (m/s)? $\vec{r} = -\vec{j}$ (m)
 e) Dibuja aproximadamente la posición del objeto en función del tiempo.
15. El vector de posición de un móvil viene dado por $\vec{r} = 2t^2\vec{i} + (2t^3 + 2)\vec{j} + (3t - 2)\vec{k}$, donde $\mathbf{r}$ se mide en metros y $\mathbf{t}$ en segundos. Calcula:
 a) Aceleración instantánea en función del tiempo. $\vec{a}(t) = 4\vec{i} + 12t\vec{j}$ (m/s²)
 b) Aceleración para o instante inicial y a los 2 s. $\vec{a}(0) = 4\vec{i}$ (m/s²), $\vec{a}(2) = 4\vec{i} + 24\vec{j}$ (m/s²)
 c) Aceleración media en los dos primeros segundos. $\vec{a}_m(0,2) = 12\vec{j}$ (m/s²), $|\vec{a}_m(0,2)| = 12$ m/s²
16. Desde el suelo se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. en el mismo instante, se deja caer otra piedra desde una altura de 20 m. determina a qué altura y en qué momento se encuentran. **17,8 m ; 0,67 s**
17. Desde dos ciudades A y B, que distan 2 km, salen al encuentro dos automóviles. El primero sale de A desde el reposo con una aceleración de 2 m/s². El segundo sale desde B dos segundos más tarde con una velocidad constante de 72 km/h. Calcula el tiempo que tardan en encontrarse y la posición en ese instante. **36,3 s ; 1314,8 m desde la salida del primero**
18. Una rueda de 20 cm de radio gira a 20 rpm. Calcula:
 a) La velocidad angular en rad/s. **$2\pi/3$ rad/s**
 b) La velocidad lineal de los puntos de la periferia y de los que están a 5 cm del centro. **0,42 m/s ; 0,10 m/s**
 c) El ángulo descrito en 10 s, en radianes y el número de vueltas efectuadas en ese tiempo. **$20\pi/3$ rad ; 3,3 vueltas**
 d) El periodo y la frecuencia. **1 s ; 0,33 Hz**
 e) La aceleración tangencial y la aceleración normal de los puntos de la periferia. **$a_t = 0$; $a_N = 0,88$ m/s²**
19. Calcula la velocidad angular de la Terra debido al movimiento de rotación y al movimiento de traslación alrededor del Sol. **$\omega_{rot} = 7,27 \cdot 10^{-5}$ rad/s ; $\omega_{trasl} = 1,99 \cdot 10^{-7}$ rad/s**
20. Determina el momento de la fuerza $\vec{F}_1$ de la figura respecto al origen de coordenadas. Después, calcula el momento resultante si existe además una fuerza $\vec{F}_2 = (1, 0, 0)$ N, aplicada en el punto (0, 1, 2) m respecto al origen de coordenadas. **$\vec{M}_{F_1} = -3,6\vec{k}$ (N·m) ; $\vec{M}_{F_T} = -3,6\vec{k}$ (N·m)**
21. Calcula el momento de la fuerza $\vec{F}_1 = (3, 5, 1)$ N, aplicada en el punto P (1, 2, 1) m, respecto del origen de coordenadas. **$\vec{M} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ (N·m)**
22. Un bloque de 3,5 kg de masa es arrastrado por el suelo, a velocidad constante, mediante una cuerda horizontal con una tensión de 6 N.
 a) Dibuja un esquema de las fuerzas que actúan sobre el bloque.
 b) Calcula la fuerza de rozamiento y el coeficiente cinético de rozamiento. **6 N ; 0,17**
 c) La cuerda se inclina hacia arriba hasta formar un ángulo de 45° con la horizontal. Explica cómo se moverá el bloque y calcula su aceleración. **-0,26 m/s²**
23. Un ciclista que va a 5 m/s se deja caer sin pedalear por una rampa inclinada 15° y cuya longitud es de 200 m. Si el coeficiente de rozamiento es 0,2 y la masa del ciclista junto con su bicicleta es de 80 kg, calcula:
 a) La energía perdida por rozamiento a lo largo de la rampa. **30291,43 J**
 b) La velocidad con la que llega el ciclista al final de la rampa. **16,86 m/s**
 c) La altura que alcanzaría en una segunda rampa ascendente situada justo al final de la anterior con igual coeficiente de rozamiento y cuya inclinación es de 30°. **14,5 m**

