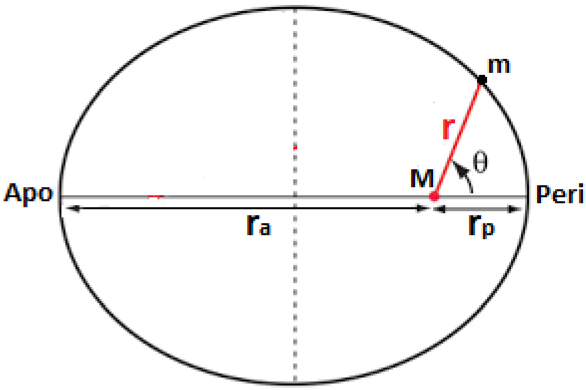

La mayoría de las órbitas en el sistema solar, aunque puedan parecer circulares, realmente son elípticas, con el Sol (o el planeta en el caso de un satélite) situado en uno de los focos de la elipse. En una órbita elíptica se distinguen dos puntos especialmente importantes: el apogeo y el perigeo. El apogeo es el punto más lejano del cuerpo central, mientras que el perigeo es el punto más cercano. En esos dos puntos el vector velocidad forma un ángulo recto con el vector posición, que une el cuerpo central con el cuerpo orbitante. En el resto de puntos de la órbita ese ángulo θ puede tener distintos valores.

Para calcular una órbita elíptica es necesario tener en cuenta la conservación del momento angular y de la energía mecánica (suma de energía potencial y cinética), que se cumple en todos los puntos de la órbita.

$$L = m \cdot R \cdot \mathrm{v} \cdot \sin\theta = cte$$

$$E_m = E_p + E_c = cte$$

$$\frac{1}{2} m\mathrm{v}^2 + G\frac{m \cdot M_T}{R} = cte$$

Para el caso más sencillo, calcular las velocidades en el apogeo y el perigeo, hay que recordar que *θ=90°*, y por tanto su seno vale 1.

$$mR_a\mathrm{v}_a = mR_p\mathrm{v}_p$$

$$\frac{1}{2} m\mathrm{v}_a^2 + G\frac{m \cdot M_T}{R_a} = \frac{1}{2} m\mathrm{v}_p^2 + G\frac{m \cdot M_T}{R_p}$$

Tan solo queda resolver el sistema de ecuaciones:

$$\mathrm{v}_a = \frac{R_p\mathrm{v}_p}{R_a}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{R_p\mathrm{v}_p}{R_a}\right)^2 + \frac{GM_T}{R_a} = \frac{1}{2}\mathrm{v}_p^2 + G\frac{M_T}{R_p}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{R_p \mathrm{v}_p}{R_a}\right)^2 - \frac{1}{2}\mathrm{v}_p^2 = G\frac{M_T}{R_p} - \frac{GM_T}{R_a}$$

$$\frac{1}{2}\mathrm{v}_p^2\left[\left(\frac{R_p}{R_a}\right)^2 - 1\right] = G\frac{M_T}{R_p} - \frac{GM_T}{R_a}$$

$$\mathrm{v}_p^2 = \frac{\left(G\frac{M_T}{R_p} - \frac{GM_T}{R_a}\right)}{\left[\left(\frac{R_p}{R_a}\right)^2 - 1\right]}$$

Es importante recordar que en estas fórmulas es necesario emplear los datos del radio (distancia respecto al centro de la Tierra) y no las alturas (distancia respecto a la superficie).

Ejercicio 1:

El primer satélite artificial lanzado por los EEUU fue el *Explorer 1*, que alcanzó una altura mínima de 358 km y una altura máxima de 2250 km. Calcula su velocidad en el apogeo y en el perigeo.

R_T=6371 km; M_T=5,972·10^{24} kg; G=6,67·10^{-11}

Ejercicio 2:

Una nave espacial se encuentra en una órbita circular a 500 km de altura. Si quiere alcanzar una nueva órbita con una altura de perigeo de 500 km y una altura de apogeo de 3000 km, ¿Cuánto tendrá que variar su velocidad?

R_T=6371 km; M_T=5,972·10^{24} kg; G=6,67·10^{-11}