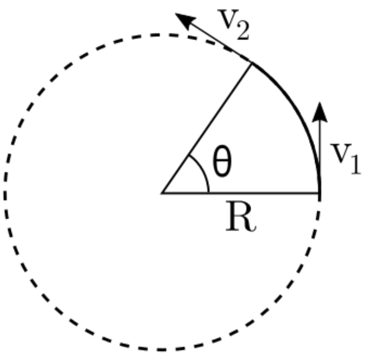
El movimiento circular uniforme



En el movimiento circular tenemos que considerar toda una nueva serie de magnitudes.

La primera es la velocidad angular, ω, que se define como la derivada del ángulo θ (medido en radianes) respecto al tiempo.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Por tanto, y de forma análoga al MRU:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

Donde θ_0 es el ángulo inicial.

El modulo de la velocidad lineal, v, que es un vector tangente a la trayectoria, está relacionado con ω:

$$\mathrm{v} = \omega \cdot r$$

Se define el periodo, *T*, como el tiempo necesario para que el cuerpo realice una revolución completa. Dado que la circunferencia son 2π radianes, el periodo será:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

La frecuencia, ν, es el número de vueltas que el cuerpo realiza en un segundo. Se mide en hertzios (Hz), o s^{-1} y es la inversa del período:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

La aceleración normal es la que mantiene el cuerpo en una trayectoria circular. Aunque no varía el modulo del vector velocidad, ya que es perpendicular al mismo, está cambiando continuamente su dirección. El módulo de la aceleración normal, a_n, se puede hallar mediante:

$$a_n = \omega^2 \cdot r$$

Ejercicio resuelto 1:

En un sistema de engranajes, como las marchas de un coche o los piñones de una bicicleta, dos círculos con radios distintos están en contacto y tienen la misma velocidad lineal, pero distintas frecuencias. Si el engranaje mayor tiene un radio de 10 cm y una frecuencia de 5 Hz, ¿cuál será la frecuencia de un engranaje de 4 cm conectado a ese engranaje?

Datos: $\nu_1=5\ Hz;\ r_1=10\ cm=0{,}1\ m;\ r_2=4\ cm=0{,}04\ m$

Al tratarse de engranajes, las velocidades lineales de ambos son iguales:

$$\mathrm{v}_1 = \mathrm{v}_2$$

$$\omega_1 \cdot r_1 = \omega_2 \cdot r_2$$

Empleando las ecuaciones del MCU:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

$$2\pi\nu_1 \cdot r_1 = 2\pi\nu_2 \cdot r_2$$

$$\nu_1 \cdot r_1 = \nu_2 \cdot r_2$$

$$\nu_2 = \frac{\nu_1 \cdot r_1}{r_2}$$

Sustituimos y calculamos:

$$\nu_2 = \frac{5\ Hz \cdot 0{,}1\ m}{0{,}04\ m} = 12{,}5\ Hz$$

Ejercicio resuelto 2

En la órbita de los satélites, la aceleración normal que mantiene su trayectoria circular es debido a la gravedad. Si a una altura de 200 km la aceleración de la gravedad son 9,22 m/s^2, calcula la velocidad lineal de un satélite que se mantiene en órbita. El radio de la Tierra son 6370 km.

Datos: $h=200\ km=2\cdot10^5\ m;\ g=a_n=9{,}22\ m/s^2;\ R_T=6370\ km=6{,}37\cdot10^6\ m$

Hay que tener en cuenta que el radio del movimiento circular será la suma del radio de la Tierra y la altura del satélite:

$$r = R_t + h = 6{,}57 \cdot 10^6\ m$$

A partir de la fórmula de la aceleración normal y la velocidad lineal:

$$a_n = \omega^2 \cdot r$$

$$\mathrm{v} = \omega \cdot \mathrm{r}$$

$$a_n = \frac{\mathrm{v}^2}{r}$$

Despejamos, sustituimos y calculamos:

$$\mathrm{v}^2 = a_n \cdot r$$

$$\mathrm{v} = \sqrt{a_n \cdot r} = \sqrt{9{,}22 \frac{m}{s^2} \cdot 6{,}57 \cdot 10^6} = 7{,}78 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Ejercicio 1

Un coche viaja por la autopista a 120 km/h y sus ruedas tienen un diámetro de 40,64 cm. El movimiento circular de las ruedas es transmitido desde el motor a través de la caja de cambios con un par de engranajes. Calcula la relación entre los radios de los engranajes de la caja de cambios (r_1/r_2) necesaria para que el motor funcione a 3000 rpm (revoluciones por minuto).

Ejercicio 2

La distancia entre la Tierra y la Luna son 384.000 km. A esa distancia, la aceleración debida a la gravedad terrestre es tan solo $2{,}7 \cdot 10^{-3}$ m/s^2. Asumiendo que la Luna sigue una órbita perfectamente circular, calcula su velocidad lineal y su período.