



1. Estudo gráfico dunha función

Pensa e calcula

Indica cal das seguintes funcións é polinómica e cal racional:

a) $f(x) = \frac{2x+5}{x^2-4}$

b) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x - 4$

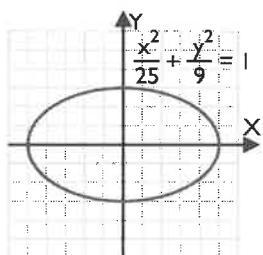
Solución:

a) Racional.

b) Polinómica.

Aplica a teoría

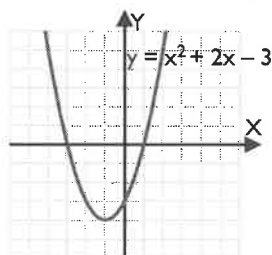
1. A seguinte gráfica, é función? Razona a resposta.



Solución:

Non é unha función. Por exemplo, para $x = 0$ existen dous valores de y , o 3 e o -3 .

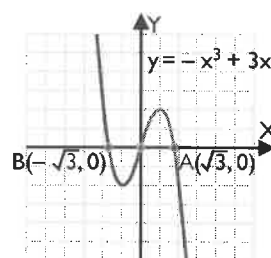
2. A seguinte gráfica, é función? Razona a resposta.



Solución:

Si é unha función, porque para cada valor de x existe un único valor de y .

3. Dada a gráfica que aparece a continuación, estuda todas as súas características. É dicir, completa o formulario dos dez apartados.



Solución:

1. Tipo de función: polinómica.
 2. Dominio: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$
 3. Continuidade: é continua en todo $\mathbb{R}$.
 4. Periodicidade: non é periódica.
 5. Simetrías: é simétrica respecto da orixe $O(0, 0)$.
 6. Asíntotas: non ten.
 7. Corte cos eixes:
 - Eixe X: $B(-\sqrt{3}, 0)$, $O(0, 0)$, $A(\sqrt{3}, 0)$
 - Eixe Y: $O(0, 0)$
- Signo:
- Positiva (+): $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$
 - Negativa (-): $(-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

8. Máximos e mínimos relativos:

a) Máximo relativo: $C(1, 2)$

b) Mínimo relativo: $D(-1, -2)$

Monotonía:

– Crecente: $(-1, 1)$

– Decrecente: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

9. Puntos de inflexión: $O(0, 0)$

Curvatura:

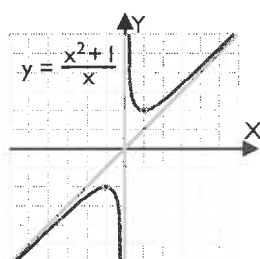
– Convexa ($\cup$): $(-\infty, 0)$

– Cóncava ($\cap$): $(0, +\infty)$

10. Percorrido ou imaxe:

$$\text{Im}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

4. Dada a gráfica que aparece a continuación, estuda todas as súas características. É dicir, completa o formulario dos dez apartados.



Solución:

1. Tipo de función: racional.

2. Dominio: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

3. Continuidade: é descontinua en $x = 0$.

4. Periodicidade: non é periódica.

5. Simetrías: é simétrica respecto da orixe $O(0, 0)$.

6. Asíntotas:

– Verticais: $x = 0$

– Horizontais: non ten.

– Oblicuas: $y = x$

7. Corte cos eixes: non corta ningún dos eixes.

Signo:

– Positiva (+): $(0, +\infty)$

– Negativa (–): $(-\infty, 0)$

8. Máximos e mínimos relativos:

a) Máximo relativo: $A(-1, -2)$

b) Mínimo relativo: $B(1, 2)$

Monotonía:

– Crecente: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

– Decrecente: $(-1, 0) \cup (0, 1)$

9. Puntos de inflexión: non ten.

Curvatura:

– Convexa ($\cup$): $(0, +\infty)$

– Cóncava ($\cap$): $(-\infty, 0)$

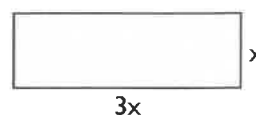
10. Percorrido ou imaxe:

$$\text{Im}(f) = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

2. Funcións reais de variable real

Pensa e calcula

Considera un rectángulo cun lado de tripla lonxitude que o outro. Expressa o perímetro e a área en función do lado menor.



Solución:

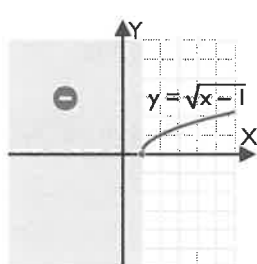
$$P(x) = 8x$$

$$A(x) = 3x^2$$

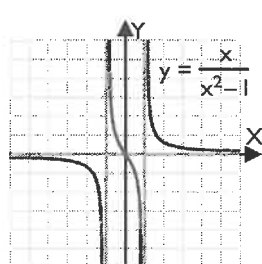
● Aplica a teoría

5. Clasifica as seguintes funcións e atopa o seu dominio:

a)



b)



Solución:

- a) Irracional. $\text{Dom}(f) = [1, +\infty)$
 b) Racional. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

6. Clasifica as seguintes funcións e atopa o seu dominio:

a) $y = x^3 - 4x^2 + 5$

b) $y = \frac{4}{x-5}$

c) $y = \frac{x+3}{x^2-4}$

d) $y = \sqrt{x+1}$

Solución:

- a) Polinómica. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$
 b) Racional.
 $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{5\} = (-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$
 c) Racional. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2, 2\} = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$
 d) Irracional. $\text{Dom}(f) = [-1, +\infty)$

7. Clasifica as seguintes funcións e atopa o seu dominio:

a) $y = 2^x$

b) $y = \log x$

c) $y = \log_2(x-3)$

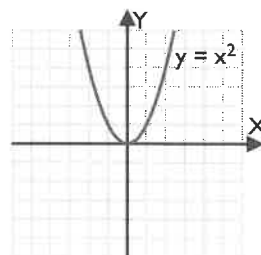
d) $y = \sin(x+1)$

Solución:

- a) Exponencial. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$
 b) Logarítmica. $\text{Dom}(f) = (0, +\infty)$
 c) Logarítmica. $\text{Dom}(f) = (3, +\infty)$
 d) Trigonométrica. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

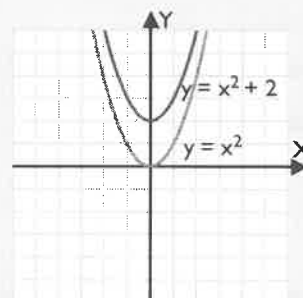
8. A partir da gráfica de $y = f(x)$, debuxa a translación que se pide en cada caso e atopa a súa ecuación.

- a) $f(x) + 2$
 b) $f(x + 2)$
 c) $f(x - 1)$
 d) $f(x - 2) + 1$



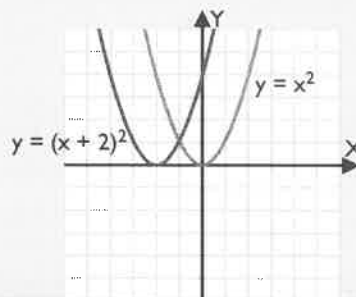
Solución:

a)



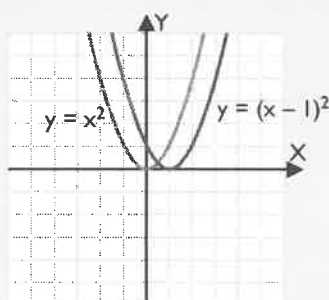
$y = x^2 + 2$

b)



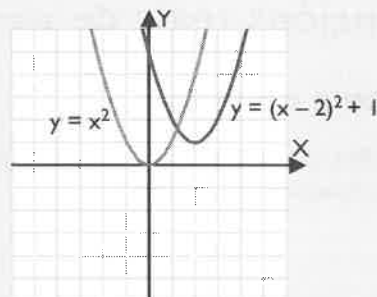
$y = (x+2)^2 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 4$

c)



$y = (x-1)^2 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1$

d)

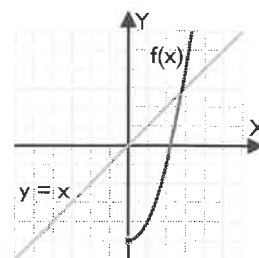


$y = (x-2)^2 + 1 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 5$

3. Operacións con funcións

Pensa e calcula

Dada a gráfica da función $f(x)$, debuxa a gráfica $g(x)$ simétrica respecto da recta $y = x$.
Calcula o dominio e o percorrido ou imaxe de $f(x)$ e de $g(x)$. Que relación existe entre eles?

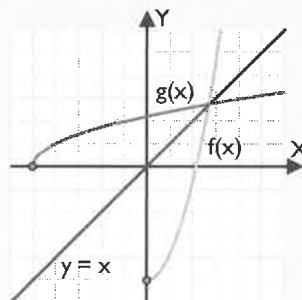


Solución:

$$\text{Dom}(f) = [0, +\infty), \text{Im}(f) = [-5, +\infty)$$

$$\text{Dom}(g) = [-5, +\infty), \text{Im}(g) = [0, +\infty)$$

$$\text{Dom}(f) = \text{Im}(g) \text{ e } \text{Dom}(g) = \text{Im}(f)$$



Aplica a teoría

9. Calcula $g \circ f$ e $f \circ g$ en cada un dos seguintes casos:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x^2 + 2$

b) $f(x) = x^2 - 3x$ e $g(x) = \sin x$

Solución:

a) $(g \circ f)(x) = x + 2, (f \circ g)(x) = \sqrt{x^2 + 2}$

b) $(g \circ f)(x) = \sin(x^2 - 3x)$

$(f \circ g)(x) = \sin^2 x - 3 \sin x$

10. Calcula a función inversa das seguintes funcións:

a) $y = 3x + 2$

b) $y = \sqrt{x-1}$

c) $y = \frac{x+2}{x-3}$

d) $y = x^2 + 3; x \geq 0$

Solución:

a) $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$

b) $f^{-1}(x) = x^2 + 1$

c) $f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{x-1}$

d) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-3}$

11. Indica se as seguintes funcións son pares, impares ou non son nin pares nin impares, e calcula a súa simetría:

a) $y = x^2 - 9$

b) $y = x^2 - 4x$

c) $y = \frac{2}{x}$

d) $y = \frac{3x-5}{x-2}$

Solución:

a) Par $\Rightarrow$ Simétrica respecto do eixe Y.

b) Nin par, nin impar.

c) Impar $\Rightarrow$ Simétrica respecto da orixe $O(0,0)$.

d) Nin par, nin impar.

12. Calcula a composición $f \circ g$ e $g \circ f$, sendo $f(x) = x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$.

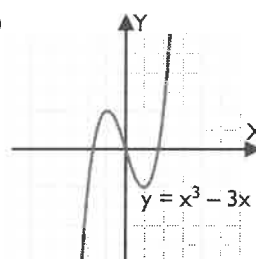
Solución:

$$f \circ g(x) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 = x$$

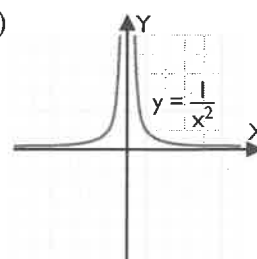
$$g \circ f(x) = g(x^2) = \sqrt{x^2} = x$$

13. Indica se as seguintes funcións son pares ou impares analizando a gráfica:

a)



b)



Solución:

a) Impar $\Rightarrow$ Simétrica respecto da orixe $O(0,0)$.

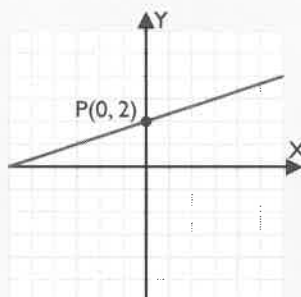
b) Par $\Rightarrow$ Simétrica respecto do eixe Y.

4. Funcións polinómicas

Pensa e calcula

Debuxa unha recta que teña de pendente $\frac{1}{3}$ e pase polo punto $P(0, 2)$.

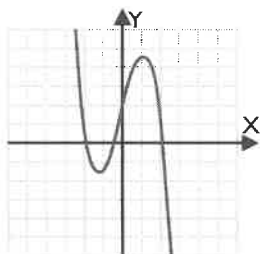
Solución:



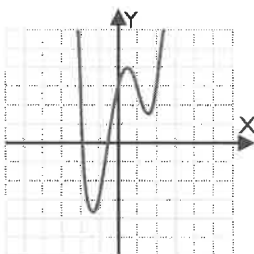
Aplica a teoría

14. Analiza de que grao poden ser as funcións polinómicas seguintes. Que signo ten o coeficiente principal?

a)



b)



Solución:

a) De 3º grao. O coeficiente principal é negativo.

b) De 4º grao. O coeficiente principal é positivo.

15. Representa as seguintes rectas, atopa a pendente e a ordenada na orixe:

a) $y = 4$

b) $y = -2$

c) $y = \frac{3x}{2}$

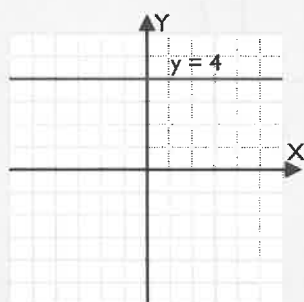
d) $y = -2x$

e) $y = x + 3$

f) $y = -\frac{2x}{3} + 4$

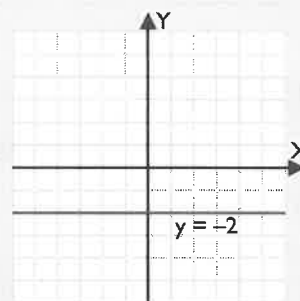
Solución:

a)



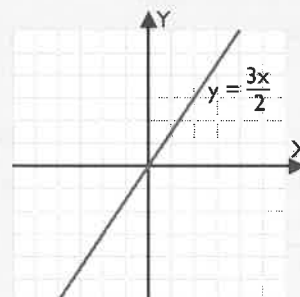
$m = 0$, ordenada na orixe: 4

b)



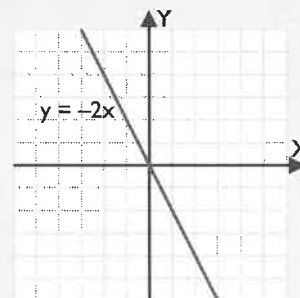
$m = 0$, ordenada na orixe: -2

c)



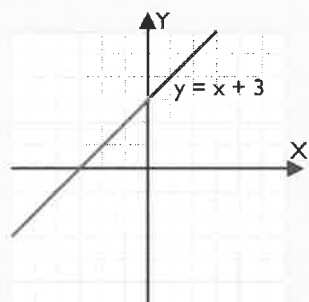
$m = 3/2$, ordenada na orixe: 0

d)



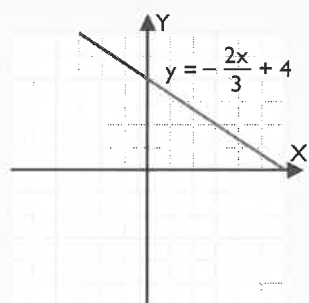
$m = -2$, ordenada na orixe: 0

e)



$m = 1$, ordenada na orixe: 3

f)



$m = -2/3$, ordenada na orixe: 4

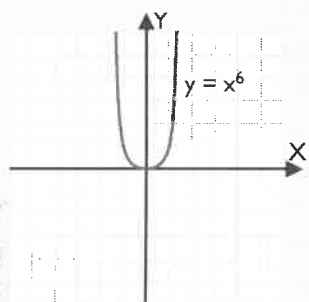
16. Fai un debuxo aproximado das funcións:

a) $y = x^6$

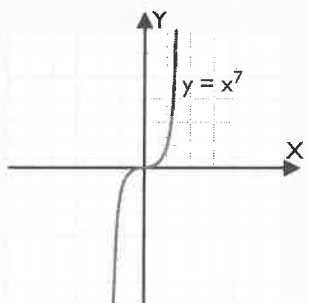
b) $y = x^7$

Solución:

a)

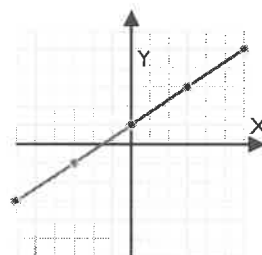


b)

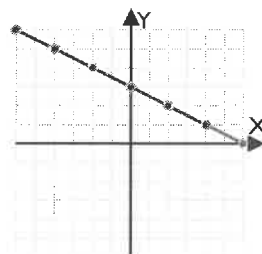


17. Escribe a ecuación de cada unha das seguintes rectas:

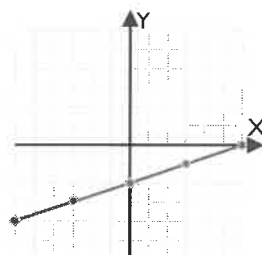
a)



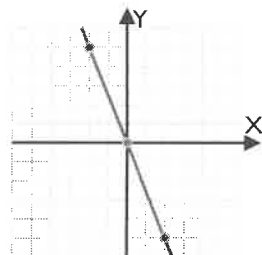
b)



c)



d)



Solución:

a) $y = \frac{2x}{3} + 1$

b) $y = -\frac{x}{2} + 3$

c) $y = \frac{x}{3} - 2$

d) $y = -\frac{5x}{2}$

5. Función cuadrática

Pensa e calcula

Dada a fórmula do eixe de simetría dunha parábola $x = -\frac{b}{2a}$, despexa mentalmente **b**.

Nunha parábola, coñécese o eixe $x = 3$ e $a = 1$. Canto vale **b**?

Solución:

$$b = -2ax \Rightarrow b = -6$$

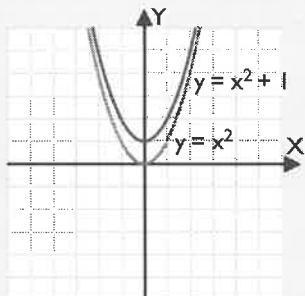
Aplica a teoría

18. Representa a parábola $y = x^2$, e, a partir dela, as seguintes funcións:

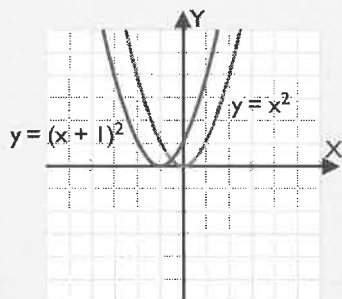
- a) $y = x^2 + 1$
- b) $y = (x + 1)^2$
- c) $y = (x - 2)^2 + 3$
- d) $y = x^2 - 5$

Solución:

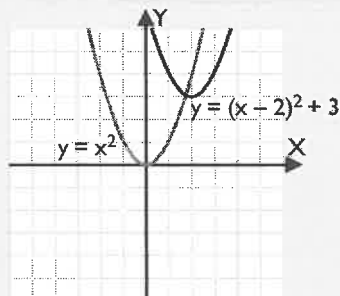
a)



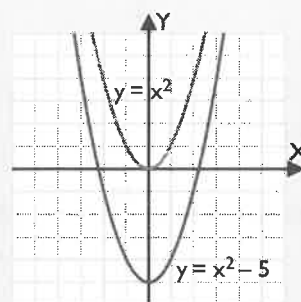
b)



c)



d)

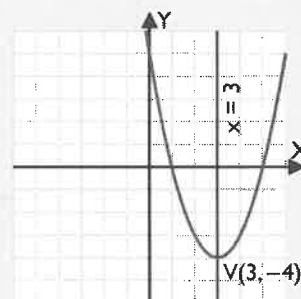


19. Representa as seguintes parábolas:

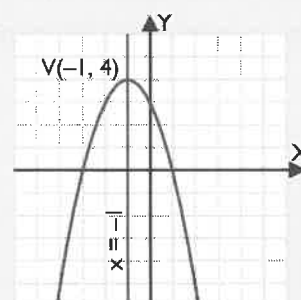
- a) $y = x^2 - 6x + 5$
- b) $y = -x^2 - 2x + 3$
- c) $y = 2x^2 + 4x - 1$
- d) $y = -3x^2 - 6x + 2$

Solución:

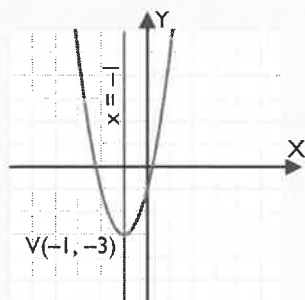
a)



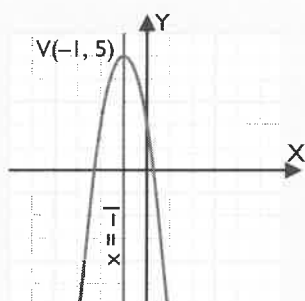
b)



c)

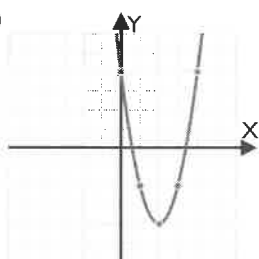


d)

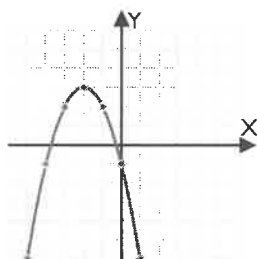


20. Atopa as fórmulas das seguintes parábolas:

a)



b)

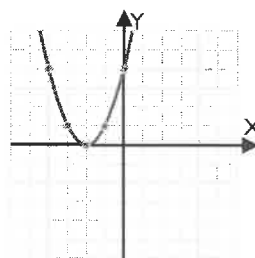
**Solución:**

a) $y = 2x^2 - 8x + 4$

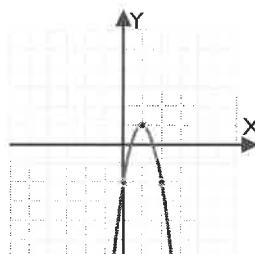
b) $y = -x^2 - 4x - 4$

21. Atopa as fórmulas das seguintes parábolas:

a)



b)

**Solución:**

a) $y = x^2 + 4x + 4$

b) $y = -3x^2 + 6x - 2$

22. O número de bolígrafos vendidos nunha papelería vén dado pola función $f(x) = 6 - x$, sendo x o prezo en €. Calcula:a) A función de ingresos, $I(x)$.

b) O número de bolígrafos que se deben vender para que os ingresos sexan máximos.

Solución:

a) $I(x) = 6x - x^2$

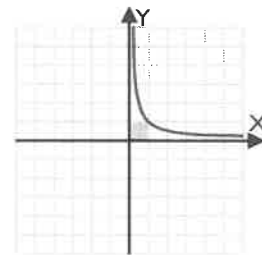
b) $V(3, 9)$, que é o máximo. Débense vender 3 bolígrafos.

6. Funcións racionais e irracionais

Pensa e calcula

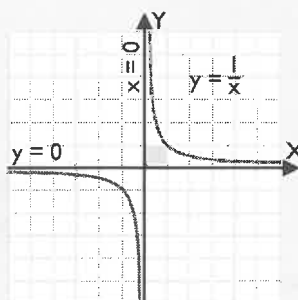
Analiza se a función $f(x) = \frac{1}{x}$ é impar e debuxa a parte de gráfica que falta.

Debuxa as asíntotas.



Solución:

Si, é impar.



Aplica a teoría

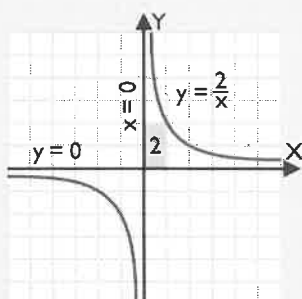
23. Debuxa as seguintes hipérbolas e as súas asíntotas. Atopa a constante, k , de proporcionalidade inversa:

a) $y = \frac{2}{x}$

b) $y = -\frac{4}{x}$

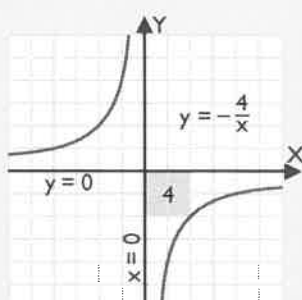
Solución:

a)



$k = 2$

b)



$k = -4$

24. Debuxa as seguintes hipérbolas e as súas asíntotas. Atopa a constante k .

a) $y = \frac{x+3}{x+1}$

b) $y = \frac{3x-5}{x-2}$

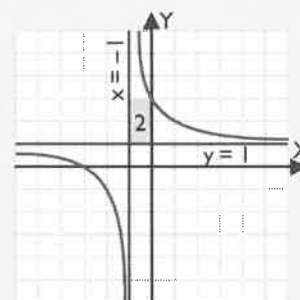
c) $y = \frac{2x-5}{x-1}$

d) $y = -\frac{x+1}{x+2}$

Solución:

a)

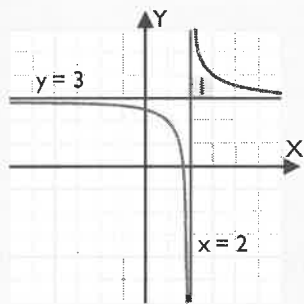
$y = \frac{2}{x+1} + 1$



$k = 2$

b)

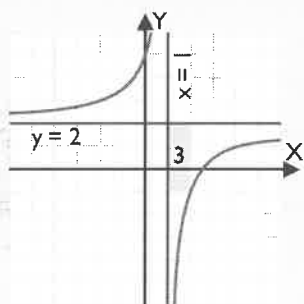
$$y = \frac{1}{x-2} + 3$$



k = 1

c)

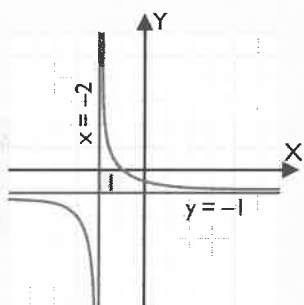
$$y = \frac{-3}{x-1} + 2$$



k = -3

d)

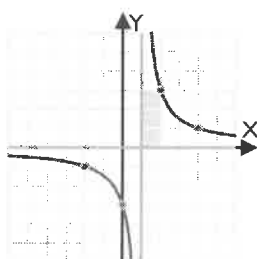
$$y = \frac{1}{x+2} - 1$$



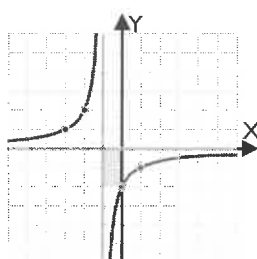
k = 1

25. Escribe as fórmulas das seguintes hipérbolas:

a)



b)



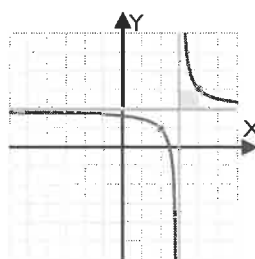
Solución:

$$a) y = \frac{3}{x-1}$$

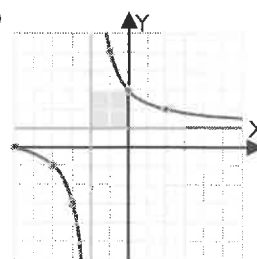
$$b) y = -\frac{2}{x+1}$$

26. Escribe as fórmulas das seguintes hipérbolas:

a)



b)



Solución:

$$a) y = \frac{1}{x-3} + 2$$

$$b) y = \frac{4}{x+2} + 1$$

27. Debuxa as seguintes funcións irracionais:

$$a) y = \sqrt{x-1}$$

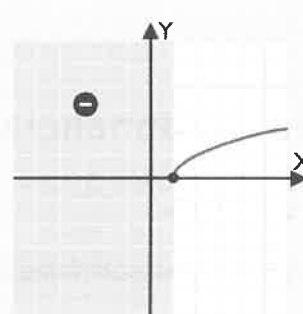
$$b) y = -2 + \sqrt{x-1}$$

$$c) y = -\sqrt{x+2}$$

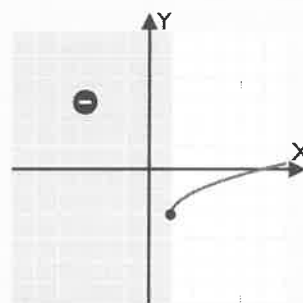
$$d) y = 3 - \sqrt{2-x}$$

Solución:

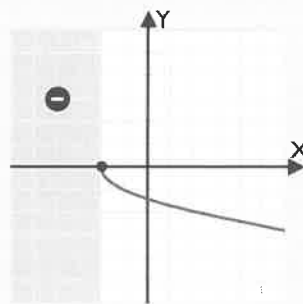
a)



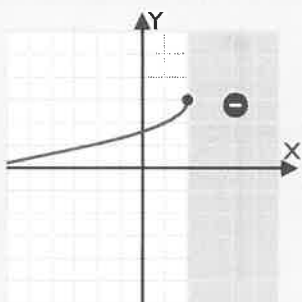
b)



c)

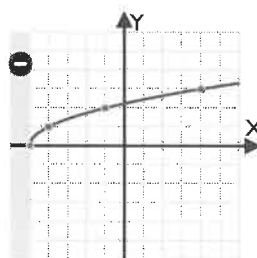


d)

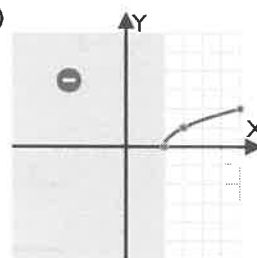


28. Escribe a fórmula das seguintes funcións irracionais:

a)



b)



Solución:

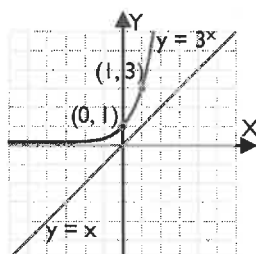
a) $y = \sqrt{x + 5}$

b) $y = \sqrt{x - 2}$

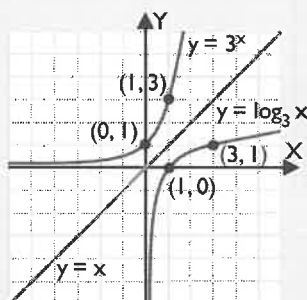
7. Funcións exponenciais e logarítmicas

■ Pensa e calcula

Observando a gráfica correspondente a $y = 3^x$, debuxa a gráfica correspondente a $y = \log_3 x$, sabendo que é inversa da anterior.



Solución:



Aplica a teoría

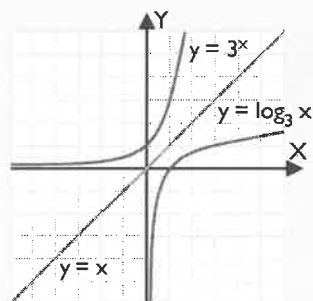
29. Debuxa nos mesmos eixes as seguintes funcións e as súas asíntotas:

a) $y = 3^x$

b) $y = \log_3 x$

Respecto a que recta son simétricas?

Solución:



Son simétricas respecto da bisectriz do primeiro e terceiro cuadrantes, $y = x$; polo tanto, unha é inversa da outra.

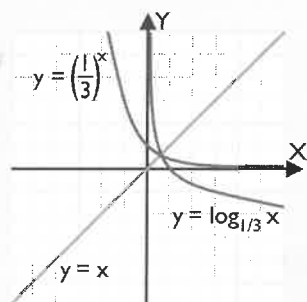
30. Debuxa nos mesmos eixes as gráficas das funcións seguintes e as súas asíntotas:

a) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

b) $y = \log_{1/3} x$

Respecto a que recta son simétricas?

Solución:



Son simétricas respecto da bisectriz do primeiro e terceiro cuadrantes, $y = x$; polo tanto, unha é inversa da outra.

31. Debuxa a gráfica destas funcións e as súas asíntotas:

a) $y = 1 + 2^x$

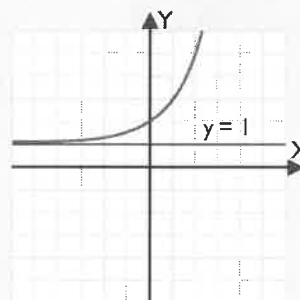
b) $y = -5 + \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $y = 2^{x-3}$

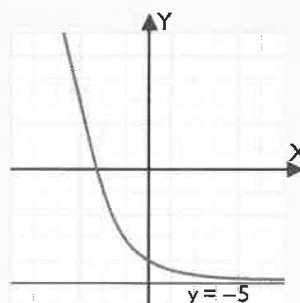
d) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}$

Solución:

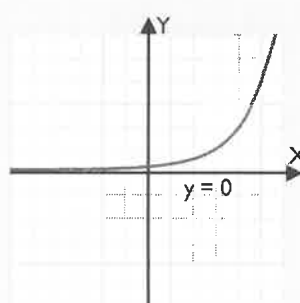
a)



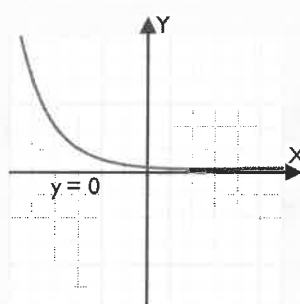
b)



c)



d)



32. Debuxa a gráfica destas funcións e as súas asíntotas:

a) $y = 3 + \log_2 x$

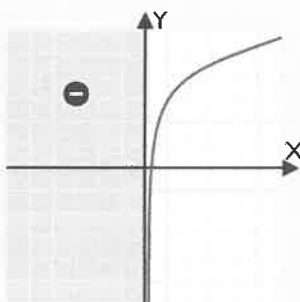
b) $y = -3 + \log_{1/2} x$

c) $y = \log_2 (x + 5)$

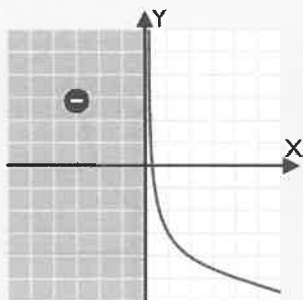
d) $y = \log_{1/2} (x - 1)$

Solución:

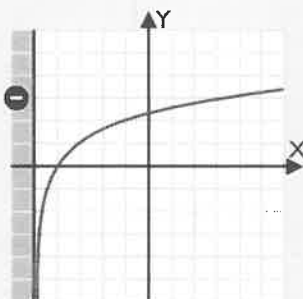
a)



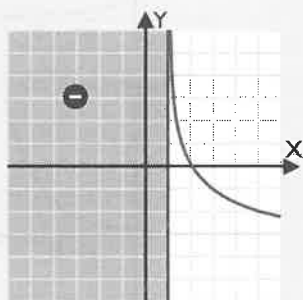
b)



c)

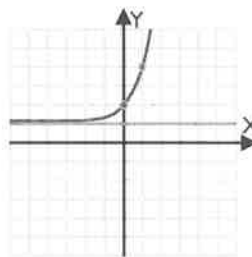


d)

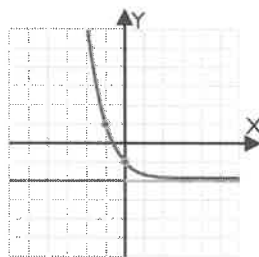


33. Escribe as fórmulas das seguintes gráficas:

a)



b)

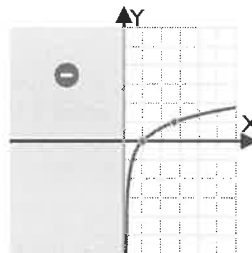
**Solución:**

a) $y = 1 + 3^x$

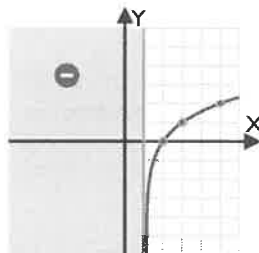
b) $y = -2 + \left(\frac{1}{3}\right)^x$

34. Escribe as fórmulas das seguintes funcións:

a)



b)

**Solución:**

a) $y = L x$

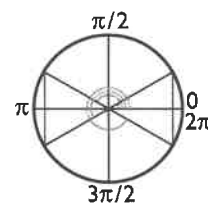
b) $y = \log_2(x - 1)$

8. Funcións trigonométricas

Pensa e calcula

Completa a seguinte táboa:

x	30°	150°	210°	330°
sen x				
cos x				
tan x				

**Solución:**

x	30°	150°	210°	330°
sen x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tan x	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

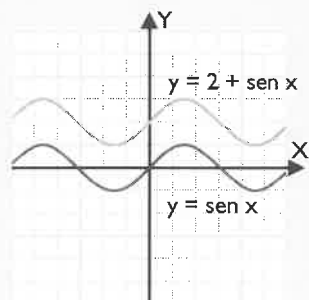
● Aplica a teoría

35. Debuxa as seguintes funcións a partir da función $y = \sin x$.

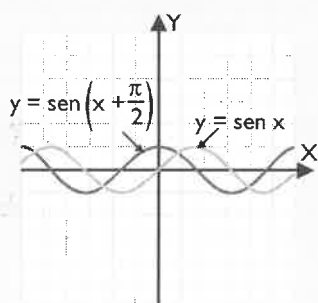
a) $y = 2 + \sin x$ b) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Solución:

a)



b)

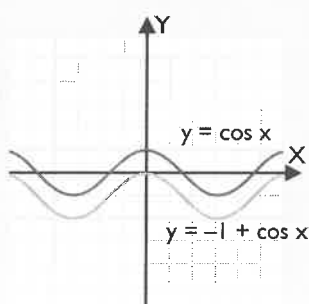


36. Debuxa as seguintes funcións a partir da función $y = \cos x$.

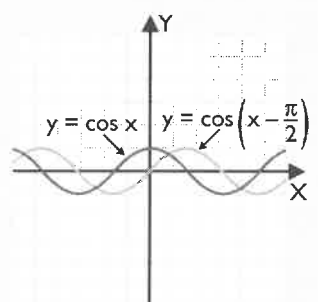
a) $y = -1 + \cos x$ b) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Solución:

a)



b)

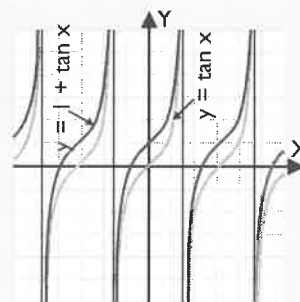


37. Debuxa as seguintes funcións a partir da función $y = \tan x$.

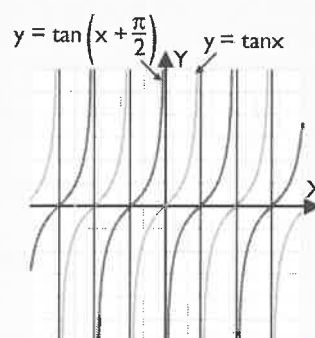
a) $y = 1 + \tan x$ b) $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Solución:

a)



b)



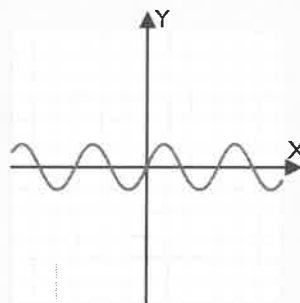
38. Debuxa as seguintes funcións:

a) $y = \sin 2x$

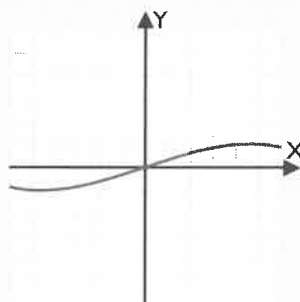
b) $y = \sin \frac{x}{3}$

Solución:

a)



b)



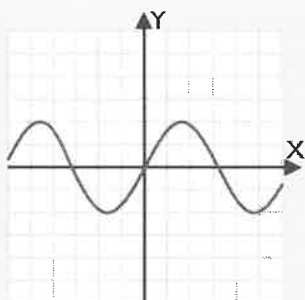
39. Debuxa as seguintes funcións:

a) $y = 2 \sin x$

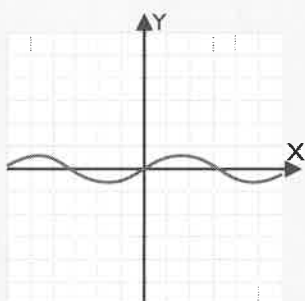
b) $y = \frac{1}{2} \sin x$

Solución:

a)



b)



40. Debuxa as seguintes funcións:

a) $y = \cos 2x$

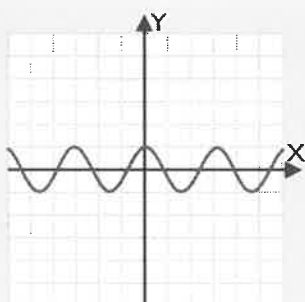
b) $y = \cos \frac{x}{3}$

c) $y = 2 \cos x$

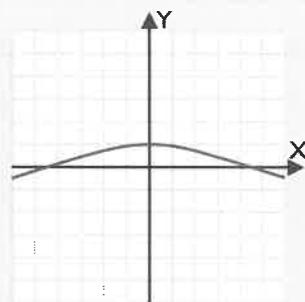
d) $y = \frac{1}{2} \cos x$

Solución:

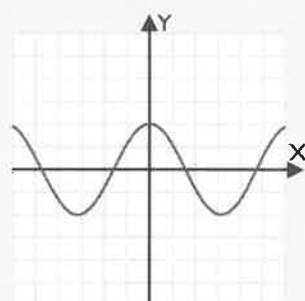
a)



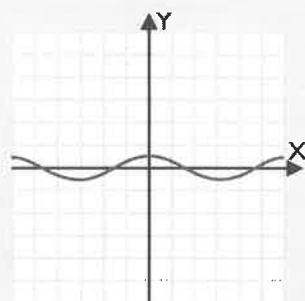
b)



c)

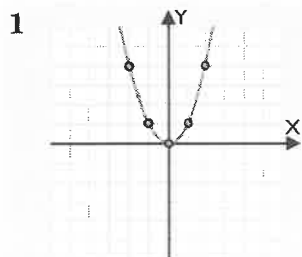


d)

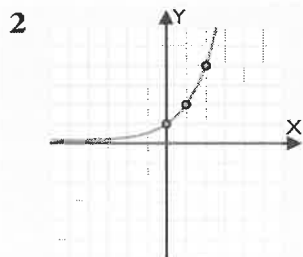


Funcións elementais que hai que coñecer

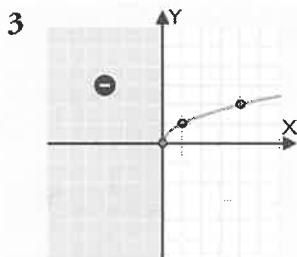
Atopa o tipo de cada unha das seguintes funcións e calcula mentalmente a súa fórmula



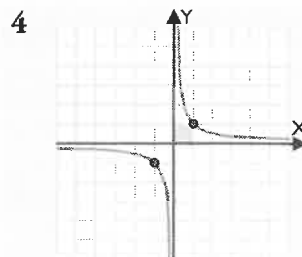
Solución:
Polinómica: $y = x^2$



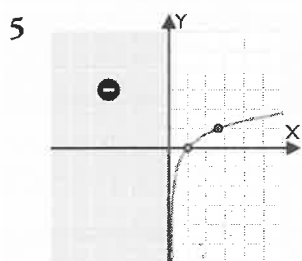
Solución:
Exponencial: $y = 2^x$



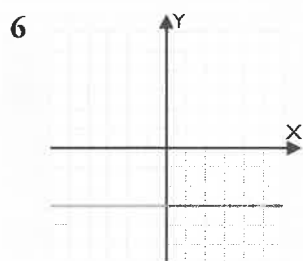
Solución:
Irrracional: $y = \sqrt{x}$



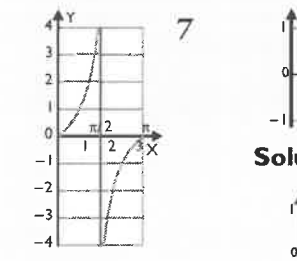
Solución:
Racional: $y = \frac{1}{x}$



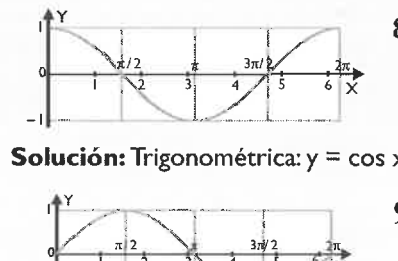
Solución:
Logarítmica: $y = \ln x$



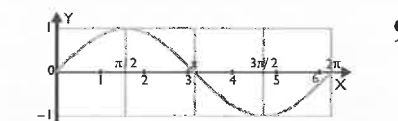
Solución:
Polinómica: $y = -3$



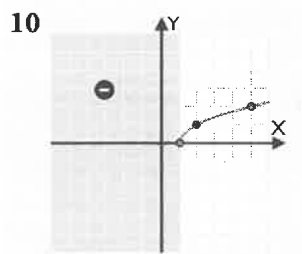
Solución:
Trigonómica:
 $y = \tan x$



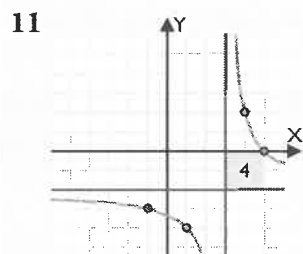
Solución: Trigonómica: $y = \cos x$



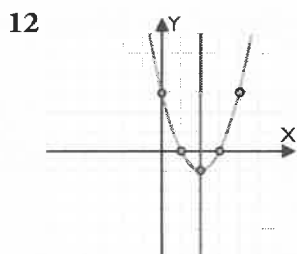
Solución: Trigonómica: $y = \sin x$



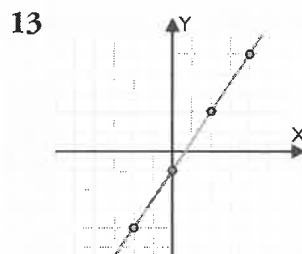
Solución:
Irrracional: $y = \sqrt{x-1}$



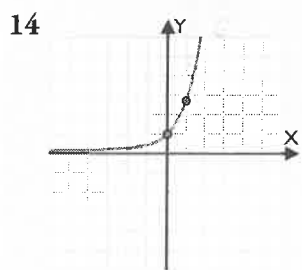
Solución:
Racional: $y = \frac{4}{x-3} - 2$



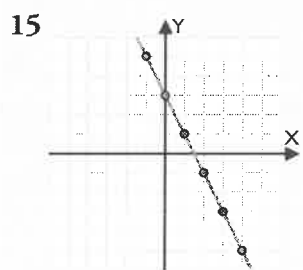
Solución:
Polinómica: $y = x^2 - 4x + 3$



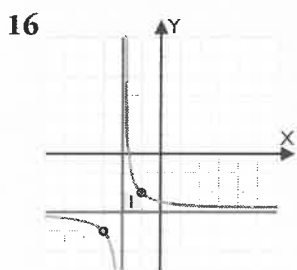
Solución:
Polinómica: $y = \frac{3x}{2} - 1$



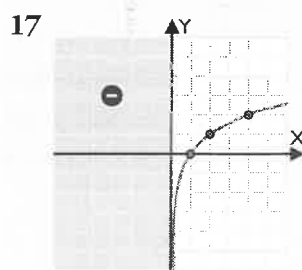
Solución:
Exponencial: $y = e^x$



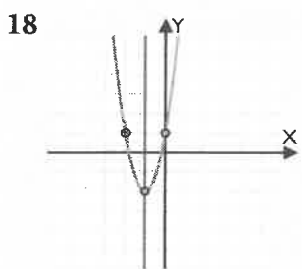
Solución:
Polinómica: $y = -2x + 3$



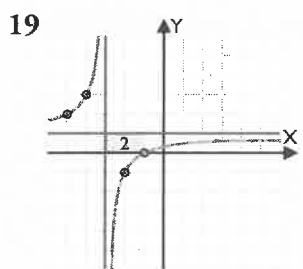
Solución:
Racional: $y = \frac{1}{x+2} - 3$



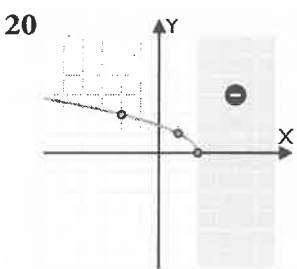
Solución:
Logarítmica: $y = \log_2 x$



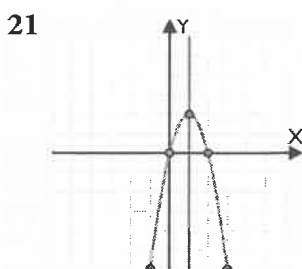
Solución:
Polinómica: $y = 3x^2 + 6x + 1$



Solución:
Racional: $y = -\frac{2}{x+3} + 1$



Solución:
Irrracional: $y = \sqrt{2-x}$

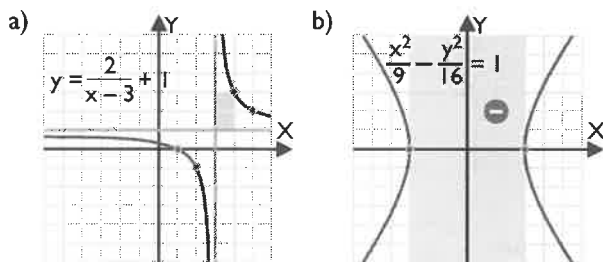


Solución:
Polinómica: $y = -2x^2 + 4x$

Exercicios e problemas

1. Estudo gráfico dunha función

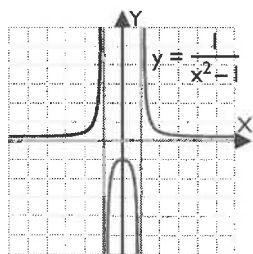
41. Indica cal das seguintes gráficas é función.



Solución:

- a) Si é función, porque para cada valor de x existe un único valor de y .
- b) Non é función. Por exemplo, para $x = 4$ existen dous valores de y .

42. Dada a seguinte gráfica, estuda todas as súas características. É dicir, completa o formulario dos dez apartados.



Solución:

- Tipo de función: racional.
- Dominio: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$
- Continuidade: é descontinua en $x = -1$ e en $x = 1$.
- Periodicidade: non é periódica.
- Simetrías: é simétrica respecto do eixe Y .
- Asíntotas:
 - Verticais: $x = -1, x = 1$
 - Horizontais: $y = 0$
 - Oblicuas: non ten.
- Corte cos eixes: $A(0, -1)$
 Signo:
 - Positiva (+): $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 - Negativa (-): $(-1, 1)$
- Máximos e mínimos relativos:
 - Máximo relativo: $A(0, -1)$
 Monotonía:
 - Crecente: $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$
 - Decrecente: $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

9. Puntos de inflexión: $O(0, 0)$

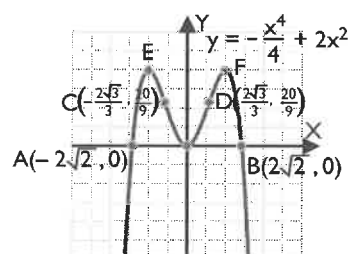
Curvatura:

- Convexa ($\cup$): $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- Cóncava ($\cap$): $(-1, 1)$

10. Percorrido ou imaxe:

$$\text{Im}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$$

43. Dada a seguinte gráfica, estuda todas as súas características. É dicir, completa o formulario dos dez apartados.

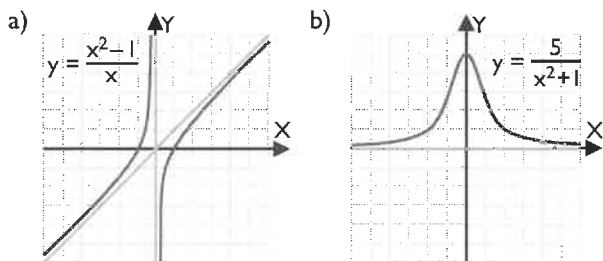


Solución:

- Tipo de función: polinómica.
- Dominio: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$
- Continuidade: é continua en todo $\mathbb{R}$.
- Periodicidade: non é periódica.
- Simetrías: é simétrica respecto do eixe Y .
- Asíntotas: non ten.
- Corte cos eixes:
 - Eixe X : $A(-2\sqrt{2}, 0), O(0, 0), B(2\sqrt{2}, 0)$
 - Eixe Y : $O(0, 0)$
 Signo:
 - Positiva (+): $(-2\sqrt{2}, 0) \cup (0, 2\sqrt{2})$
 - Negativa (-): $(-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$
- Máximos e mínimos relativos:
 - Máximo relativo: $E(-2, 4), F(2, 4)$
 - Mínimo relativo: $O(0, 0)$
 Monotonía:
 - Crecente: $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
 - Decrecente: $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$
- Puntos de inflexión: $C(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{20}{9}), D(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{20}{9})$
 Curvatura:
 - Convexa ($\cup$): $(-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3})$
 - Cóncava ($\cap$): $(-\infty, -\frac{2\sqrt{3}}{3}) \cup (\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$
- Percorrido ou imaxe: $\text{Im}(f) = (-\infty, 4]$

2. Funcións reais de variable real

44. Clasifica as seguintes funcións e atopa o seu dominio:



Solución:

a) Racional. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

b) Racional. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

45. Clasifica as seguintes funcións e atopa o seu dominio:

a) $y = x^4 - x^2 + 1$ b) $y = \frac{2}{x+3}$

c) $y = \frac{x+1}{x^2-x-6}$ d) $y = 3 + \sqrt{x+2}$

Solución:

a) Polinómica. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

b) Racional.

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-3\} = (-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$$

c) Racional.

$$\begin{aligned} \text{Dom}(f) &= \mathbb{R} - \{-2, 3\} = \\ &= (-\infty, -2) \cup (-2, 3) \cup (3, +\infty) \end{aligned}$$

d) Irracional. $\text{Dom}(f) = [-2, +\infty)$

46. Clasifica as seguintes funcións e atopa o seu dominio:

a) $y = 2x^3 - 7x^2 + 3x - 4$ b) $y = \frac{3}{x^2 + x}$

c) $y = \frac{x}{(x-2)^2}$ d) $y = \sqrt{4-2x}$

Solución:

a) Polinómica. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

b) Racional.

$$\begin{aligned} \text{Dom}(f) &= \mathbb{R} - \{-1, 0\} = \\ &= (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, +\infty) \end{aligned}$$

c) Racional. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\} = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

d) Irracional. $\text{Dom}(f) = (-\infty, 2]$

47. Clasifica as seguintes funcións e atopa o seu dominio:

a) $y = 3^x$ b) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

c) $y = L(x-2)$ d) $y = \cos(x-\pi)$

Solución:

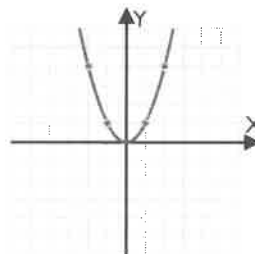
a) Exponencial. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

b) Exponencial. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

c) Logarítmica. $\text{Dom}(f) = (2, +\infty)$

d) Trigonométrica. $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

48. A partir da gráfica de $y = f(x)$, debuxa as gráficas seguintes e atopa a súa ecuación:

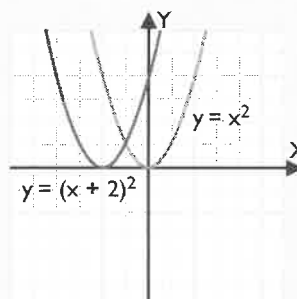


a) $y = f(x+2)$ b) $y = f(x) - 5$

c) $y = f(x-3) + 1$ d) $y = f(x+1) - 2$

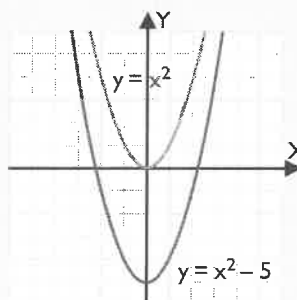
Solución:

a)



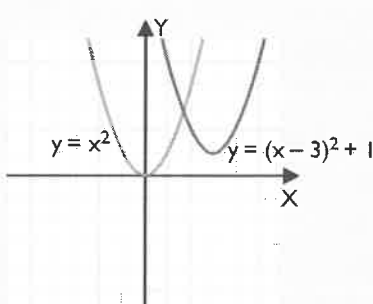
$$y = x^2 + 4x + 4$$

b)



$$y = x^2 - 5$$

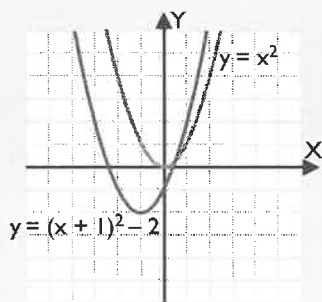
c)



$$y = x^2 - 6x + 10$$

Exercicios e problemas

d)

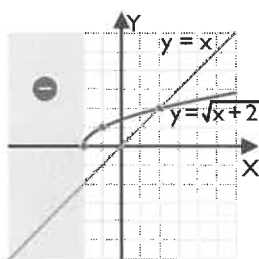


$$y = x^2 + 2x - 1$$

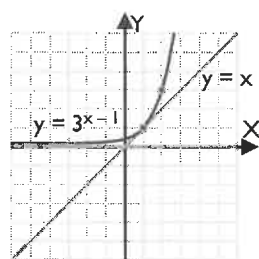
3. Operacións con funcións

49. Debuxa a función inversa de $y = f(x)$ en cada caso e atopa a súa fórmula.

a)

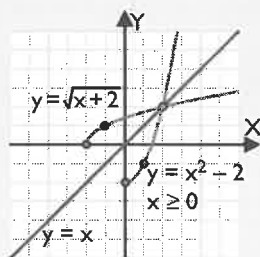


b)

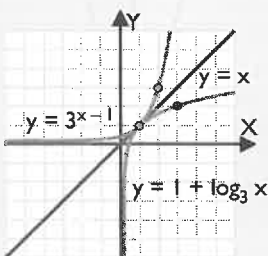


Solución:

a)



b)



50. Dadas as funcións $f(x) = x^2 - 4$ e $g(x) = \sqrt{x}$, calcula:

a) $g \circ f$

b) $f \circ g$

Solución:

a) $(g \circ f)(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

b) $(f \circ g)(x) = x - 4$

51. Dadas as funcións $f(x) = \sin x$ e $g(x) = 2x + 1$, debes calcular:

a) $g \circ f$

b) $f \circ g$

Solución:

a) $(g \circ f)(x) = 1 + 2 \sin x$

b) $(f \circ g)(x) = \sin(2x + 1)$

52. Calcula a función inversa de $y = f(x)$ nos casos que aparecen a continuación:

a) $y = 2x + 1$

b) $y = -3x + 2$

Solución:

a) $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$

b) $f^{-1}(x) = \frac{2-x}{3}$

53. Calcula a función inversa de $y = f(x)$ nos casos que aparecen a continuación:

a) $y = \frac{x}{x+3}$

b) $y = x^2 - 4; x \geq 0$

Solución:

a) $f^{-1}(x) = \frac{3x}{1-x}$

b) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+4}$

54. Indica se as seguintes funcións son pares, impares ou nin pares nin impares, e calcula a súa simetría:

a) $y = x$

b) $y = x + 3$

c) $y = \frac{3}{x}$

d) $y = x^2 + 2$

Solución:

a) É impar $\Rightarrow$ simétrica respecto da orixe de coordenadas $O(0, 0)$.

b) Non é par, nin impar.

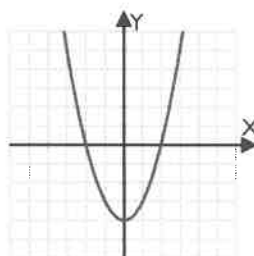
c) É impar $\Rightarrow$ simétrica respecto da orixe de coordenadas $O(0, 0)$.

d) É par $\Rightarrow$ simétrica respecto do eixe Y.

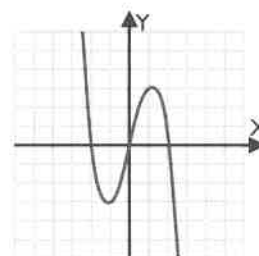
4. Funcións polinómicas

55. Analiza de que grao poden ser as funcións polinómicas que aparecen a continuación. Que signo ten o coeficiente principal?

a)



b)



Solución:

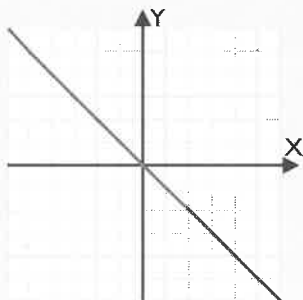
- a) De 2º grao. O coeficiente principal é positivo.
 b) De 3º grao. O coeficiente principal é negativo.

56. Representa as seguintes rectas, atopa a pendente e a ordenada na orixe.

a) $y = -x$ b) $y = -\frac{x}{2}$ c) $y = \frac{3x}{2} + 1$ d) $y = -2x - 1$

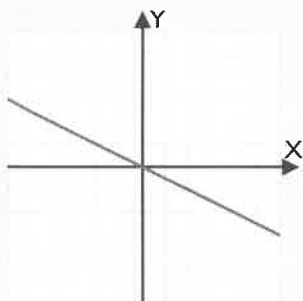
Solución:

a)



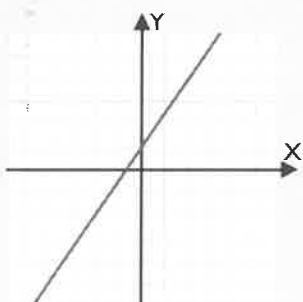
$m = -1$, ordenada na orixe: 0

b)



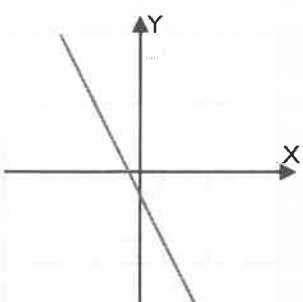
$m = -\frac{1}{2}$, ordenada na orixe: 0

c)



$m = \frac{3}{2}$, ordenada na orixe: 1

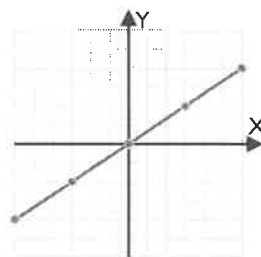
d)



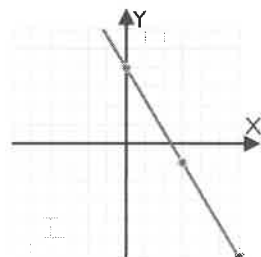
$m = -2$, ordenada na orixe: -1

57. Escribe as fórmulas das seguintes rectas:

a)



b)

**Solución:**

a) $y = \frac{2x}{3}$

b) $y = -\frac{5x}{3} + 4$

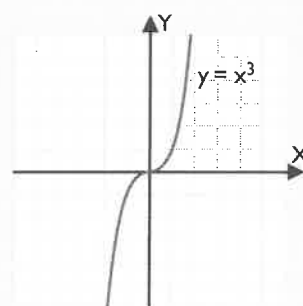
58. Fai un debuxo aproximado das funcións seguintes:

a) $y = x^3$

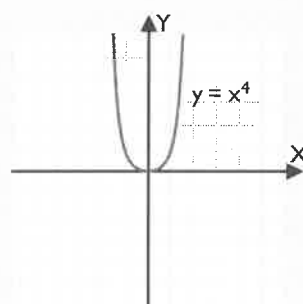
b) $y = x^4$

Solución:

a)



b)



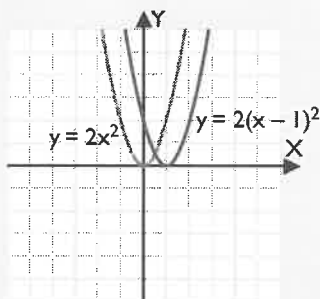
5. Función cuadrática

59. Representa a parábola $y = 2x^2$; e a partir dela, as que aparecen a continuación:

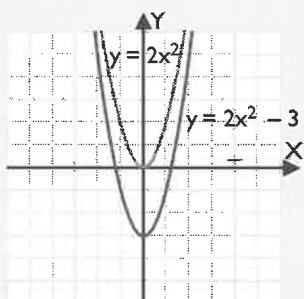
- a) $y = 2(x - 1)^2$
- b) $y = 2x^2 - 3$
- c) $y = 2(x + 2)^2$
- d) $y = 2(x + 1)^2 + 2$

Solución:

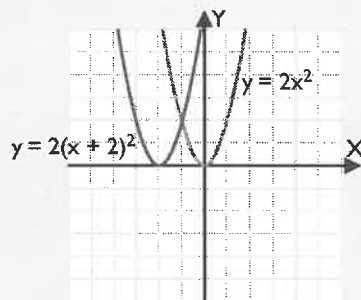
a)



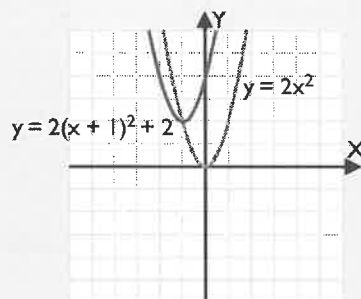
b)



c)



d)

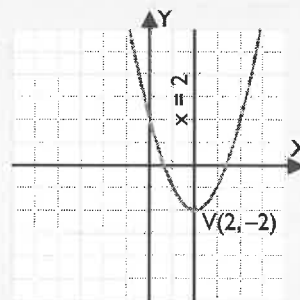


60. Representa as seguintes parábolas:

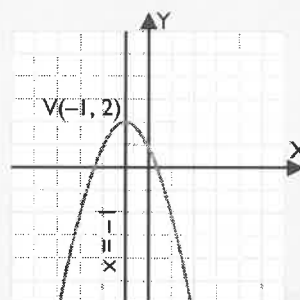
- a) $y = x^2 - 4x + 2$
- b) $y = -x^2 - 2x + 1$
- c) $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 3$
- d) $y = -2x^2 + 4x + 3$

Solución:

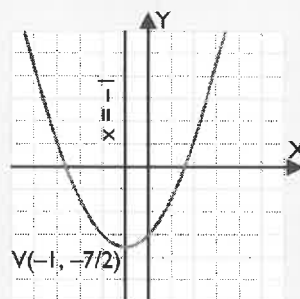
a)



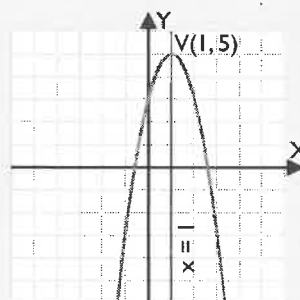
b)



c)

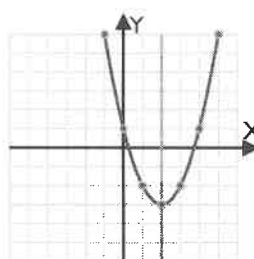


d)

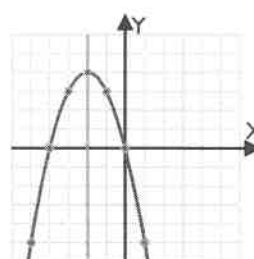


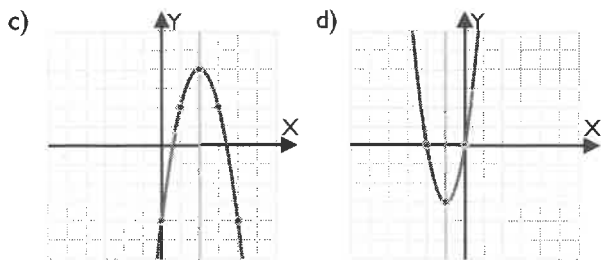
61. Escribe as fórmulas das seguintes parábolas:

a)



b)





Solución:

a) $y = x^2 - 4x + 4$

b) $y = -x^2 - 4x$

c) $y = -2x^2 + 8x - 4$

d) $y = 3x^2 + 6x$

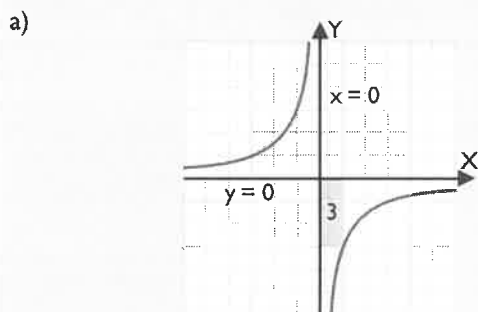
6. Funcións racionais e irracionais

62. Debuxa as seguintes hipérbolas e as súas asíntotas. Ato-
pa a constante, k , de proporcionalidade inversa.

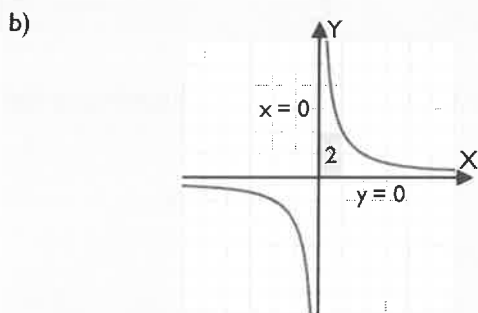
a) $y = -\frac{3}{x}$

b) $y = \frac{2}{x}$

Solución:



$k = -3$



$k = 2$

63. Debuxa as seguintes hipérbolas e as súas asíntotas. Ato-
pa a constante k .

a) $y = \frac{2x + 2}{x}$

b) $y = \frac{3x + 7}{x + 2}$

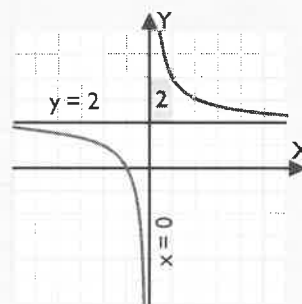
c) $y = \frac{-2x - 6}{x + 1}$

d) $y = \frac{-2x + 3}{x}$

Solución:

a)

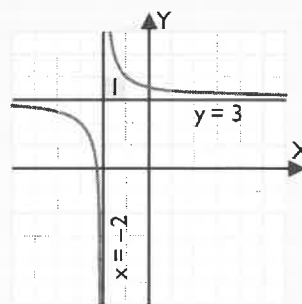
$y = \frac{2}{x} + 2$



$k = 2$

b)

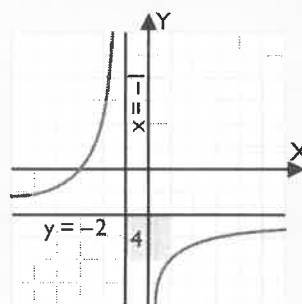
$y = \frac{1}{x + 2} + 3$



$k = 1$

c)

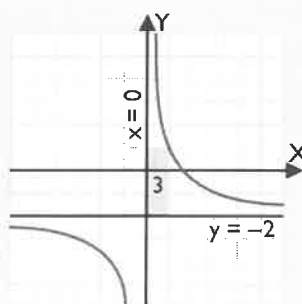
$y = \frac{-4}{x + 1} - 2$



$k = -4$

d)

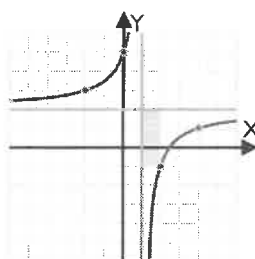
$y = \frac{3}{x} - 2$



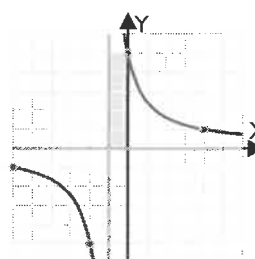
$k = 3$

64. Escribe as fórmulas das seguintes hipérbolas:

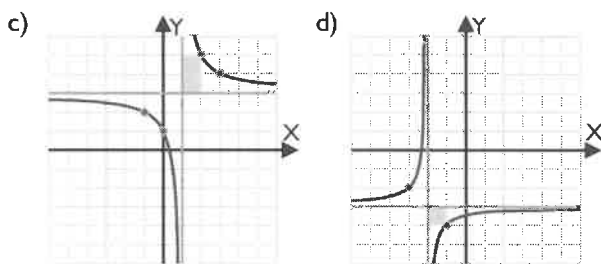
a)



b)



Exercicios e problemas



Solución:

a) $y = -\frac{3}{x-1} + 2$

b) $y = \frac{5}{x+1}$

c) $y = \frac{2}{x-1} + 3$

d) $y = -\frac{1}{x+2} - 3$

65. Debuxa as seguintes funcións irracionais:

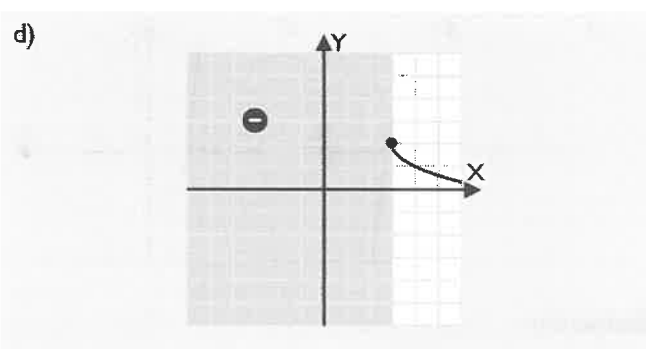
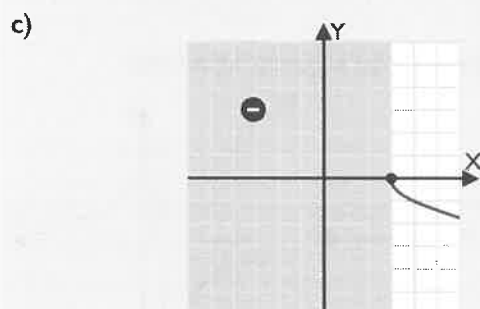
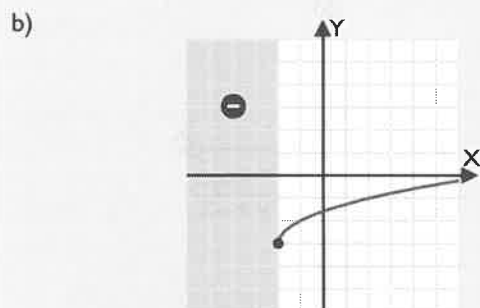
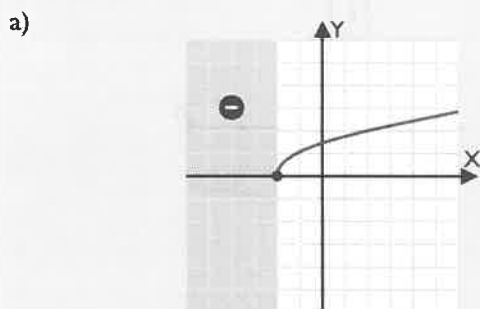
a) $y = \sqrt{x+2}$

b) $y = -3 + \sqrt{x+2}$

c) $y = -\sqrt{x-3}$

d) $y = 2 - \sqrt{x-3}$

Solución:



7. Funcións exponenciais e logarítmicas

66. Debuxa nos mesmos eixes as seguintes funcións e as súas asíntotas:

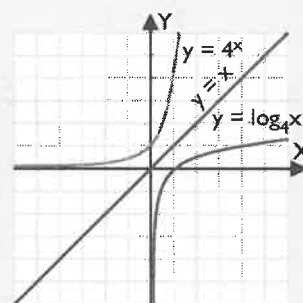
a) $y = 4^x$

b) $y = \log_4 x$

Respecto a que recta son simétricas?

Solución:

Son simétricas respecto da bisectriz do 1º e 3º cuadrantes, $y = x$; polo tanto, unha é inversa da outra.



67. Debuxa nos mesmos eixes as seguintes funcións e as súas asíntotas:

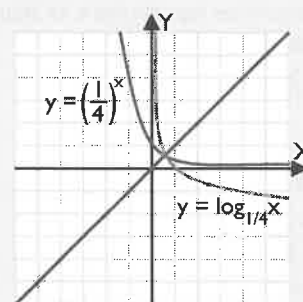
a) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

b) $y = \log_{1/4} x$

Respecto a que recta son simétricas?

Solución:

Son simétricas respecto da bisectriz do 1º e 3º cuadrantes, $y = x$; polo tanto, unha é inversa da outra.



68. Debuxa a gráfica das seguintes funcións e as súas asíntotas:

a) $y = 3^{x-2}$

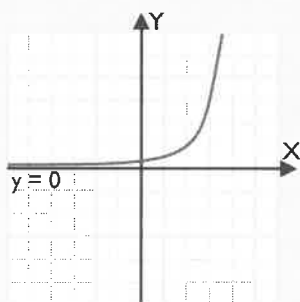
b) $y = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $y = -1 + 2^{x+1}$

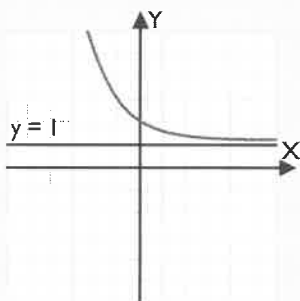
d) $y = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$

Solución:

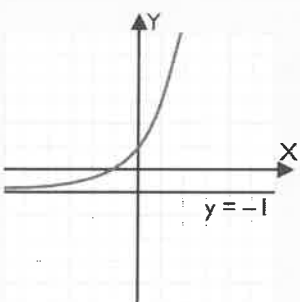
a)



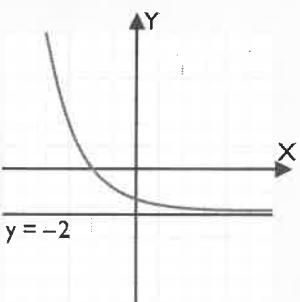
b)



c)



d)



69. Debuxa a gráfica das seguintes funcións e as súas asíntotas:

a) $y = \log_2 (x - 1)$

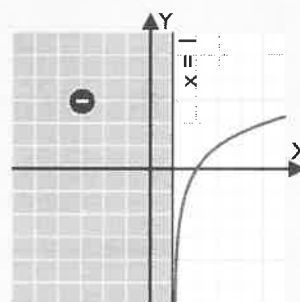
b) $y = 3 + \log_{1/2} x$

c) $y = -1 + \log_3 (x - 2)$

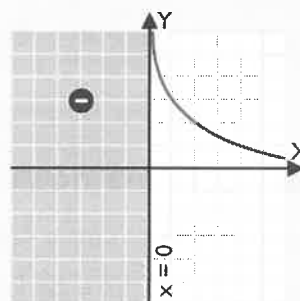
d) $y = 2 + \log_{1/3} (x + 1)$

Solución:

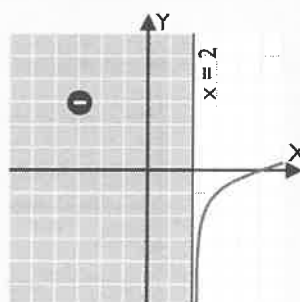
a)



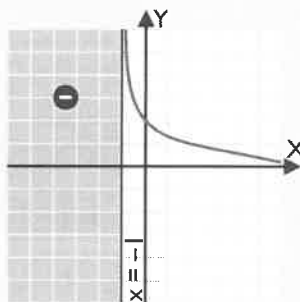
b)



c)

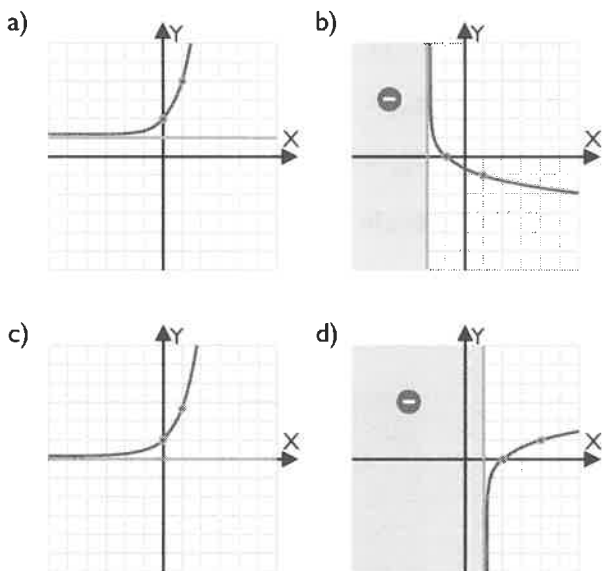


d)



Exercicios e problemas

70. Escribe as fórmulas das seguintes gráficas:



Solución:

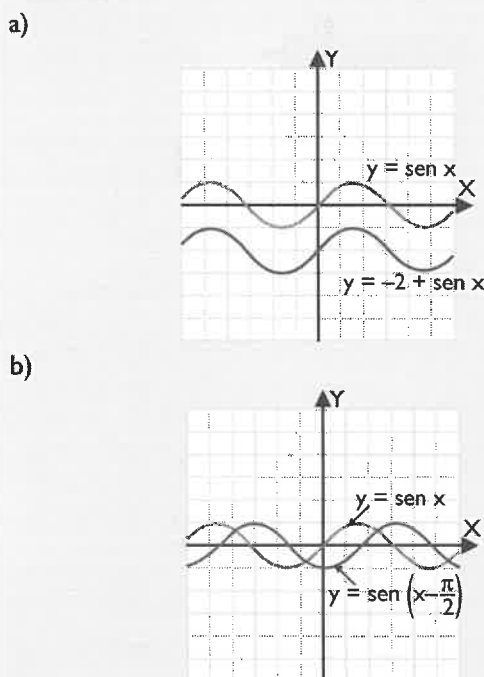
- a) $y = 1 + 3^x$
 b) $y = \log_{1/3}(x + 2)$
 c) $y = e^x$
 d) $y = \log_3(x - 1)$

8. Funcións trigonométricas

71. Debuxa as seguintes funcións a partir da función $y = \sin x$.

- a) $y = -2 + \sin x$ b) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

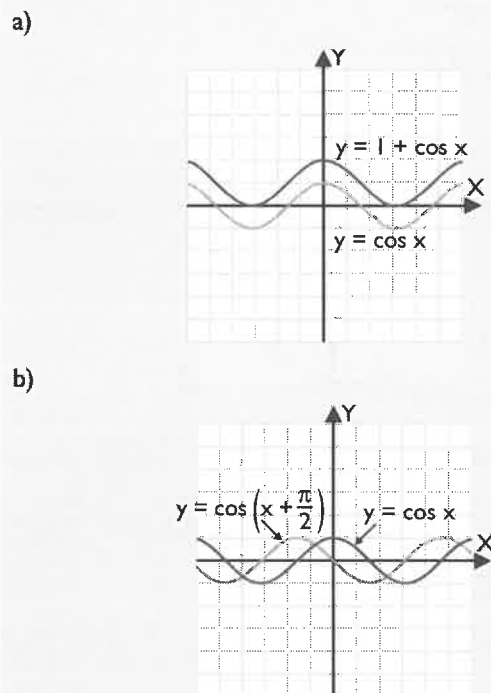
Solución:



72. Debuxa as seguintes funcións a partir da función $y = \cos x$.

- a) $y = 1 + \cos x$ b) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

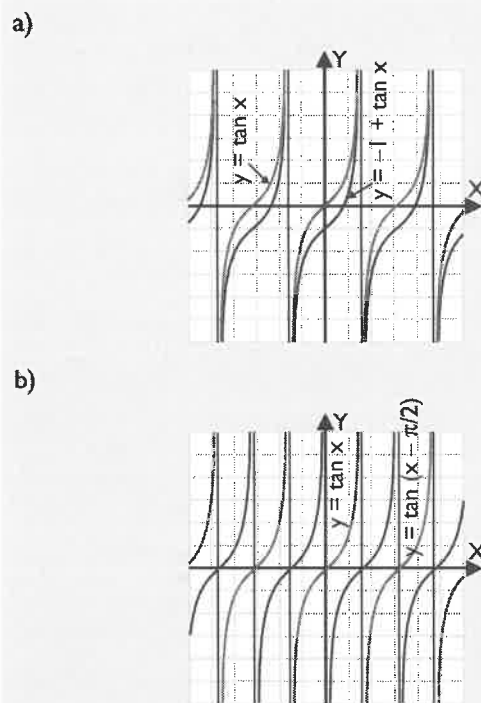
Solución:



73. Debuxa as seguintes funcións a partir da función $y = \tan x$.

- a) $y = -1 + \tan x$ b) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Solución:



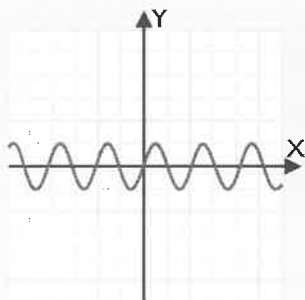
74. Debuxa as seguintes funcións:

a) $y = \sin 3x$

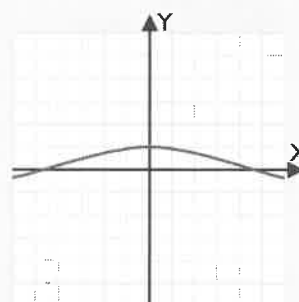
b) $y = \cos \frac{x}{3}$

Solución:

a)



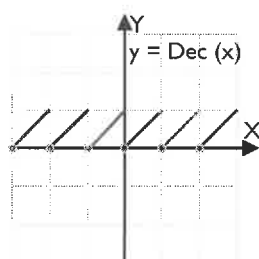
b)



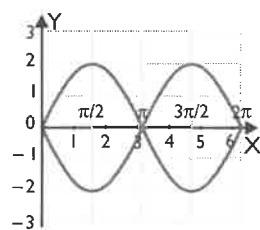
Para ampliar

75. Indica cal das seguintes gráficas é función:

a)



b)

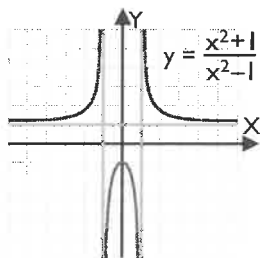


Solución:

a) É función: $y = \text{Dec}(x)$

b) Non é función.

76. Dada a seguinte gráfica, atopa todas as súas características. É dicir, completa o formulario dos dez apartados.



Solución:

1. Tipo de función: racional.

2. Dominio: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

3. Continuidade: é descontinua en $x = -1$ e en $x = 1$.

4. Periodicidade: non é periódica.

5. Simetrías: é simétrica respecto do eixe Y.

6. Asíntotas:

– Verticais: $x = -1, x = 1$

– Horizontais: $y = 1$

– Oblicuas: non ten.

7. Corte cos eixes:

– Eixe X: non o corta.

– Eixe Y: $A(0, -1)$

Signo:

– Positiva (+): $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

– Negativa (-): $(-1, 1)$

8. Máximos e mínimos relativos:

g) Máximo relativo: $A(0, -1)$

h) Mínimo relativo: non ten.

Monotonía:

– Crecente: $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$

– Decrecente: $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

9. Puntos de inflexión: non ten.

Curvatura:

– Convexa ($\cup$): $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

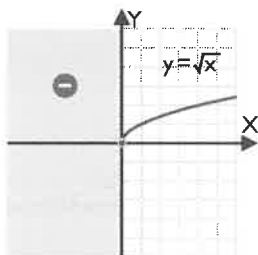
– Cóncava ($\cap$): $(-1, 1)$

10. Percorrido ou imaxe:

$\text{Im}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$

Exercicios e problemas

77. Dada a seguinte gráfica, atopa todas as súas características. É dicir, completa o formulario dos dez apartados.



Solución:

1. Tipo de función: irracional.
2. Dominio: $\text{Dom}(f) = [0, +\infty)$
3. Continuidade: é continua en $[0, +\infty)$.
4. Periodicidade: non é periódica.
5. Simetrías: non é simétrica.
6. Asíntotas:
 - Verticais: non ten.
 - Horizontais: non ten.
 - Oblicuas: non ten.
7. Corte cos eixes:
 - Eixe X: $O(0, 0)$
 - Eixe Y: $O(0, 0)$
- Signo:
 - Positiva (+): $(0, +\infty)$
8. Máximos e mínimos relativos:
 - a) Máximo relativo: non ten.
 - b) Mínimo relativo: non ten.
- Monotonía:
 - Crecente: $(0, +\infty)$
 - Decrecente: $\emptyset$
9. Puntos de inflexión: non ten.
- Curvatura:
 - Convexa ($\cup$): $\emptyset$
 - Cóncava ($\cap$): $(0, +\infty)$
10. Percorrido ou imaxe:
 $\text{Im}(f) = \mathbb{R} = [0, +\infty)$

78. Atopa o dominio das seguintes funcións:

a) $y = \frac{2}{\sqrt{x-5}}$

b) $y = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$

Solución:

- a) $\text{Dom}(f) = (5, +\infty)$
 b) $\text{Dom}(f) = (-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$

79. Atopa o dominio das seguintes funcións:

a) $y = L \frac{x+2}{x-3}$

b) $y = L \sqrt{x}$

c) $y = \text{sen} \frac{2}{x}$

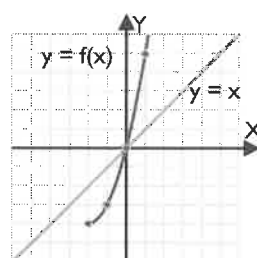
d) $y = e^{\sqrt{x}}$

Solución:

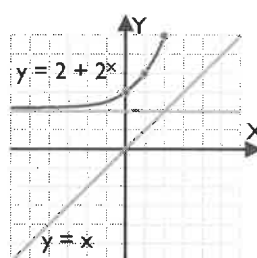
- a) $\text{Dom}(f) = (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$
 b) $\text{Dom}(f) = (0, +\infty)$
 c) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
 d) $\text{Dom}(f) = [0, +\infty)$

80. Debuxa a función inversa de $y = f(x)$ en cada caso:

a)

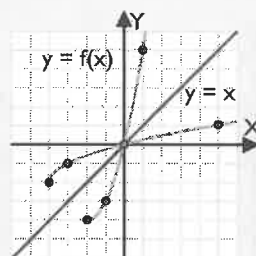


b)

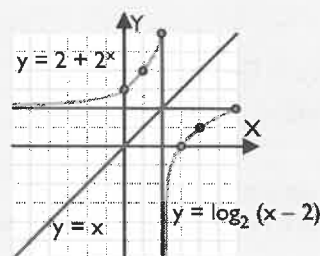


Solución:

a)



b)



81. Dadas as funcións $f(x) = \tan x$ e $g(x) = \frac{1}{x}$, calcula:

a) $g \circ f$

b) $f \circ g$

c) $f \circ f$

d) $g \circ g$

Solución:

a) $(g \circ f)(x) = \frac{1}{\tan x}$

b) $(f \circ g)(x) = \tan \frac{1}{x}$

c) $(f \circ f)(x) = \tan(\tan x)$

d) $(g \circ g)(x) = x$

82. Calcula a función inversa da función $y = f(x)$ nos seguintes casos:

a) $y = \sqrt{x+2}$

b) $y = x^2 - 5$

c) $y = \frac{x}{x-3}$

d) $y = \frac{x-2}{x-1}$

Solución:

a) $y = x^2 - 2$ se $x \geq 0$

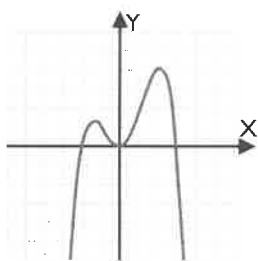
b) $y = \sqrt{x+5}$

c) $y = \frac{3x}{x-1}$

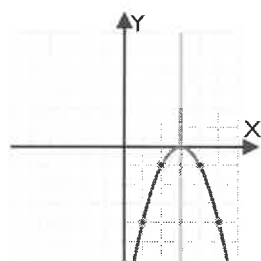
d) $y = \frac{x-2}{x-1}$

83. Analiza de que grao poden ser as funcións polinómicas seguintes. Que signo ten o coeficiente principal?

a)



b)



Solución:

a) É de grao catro.

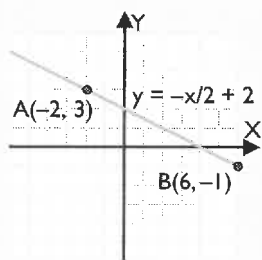
O coeficiente principal é negativo.

b) É de grao dous.

O coeficiente principal é negativo.

84. Debuxa a recta que pasa polos puntos $A(-2, 3)$ e $B(6, -1)$, e atopa a súa fórmula.

Solución:



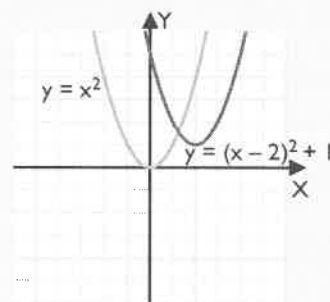
85. Representa a parábola $f(x) = x^2$; e a partir dela, as seguintes funcións:

a) $f(x-2) + 1$

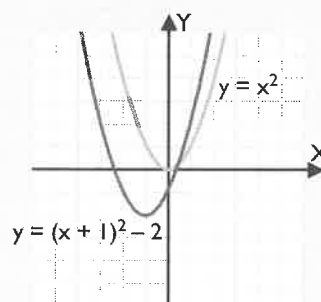
b) $f(x+1) - 2$

Solución:

a)



b)



86. Calcula a función cuadrática que pasa polos puntos seguintes:

a) $A(0, -1)$, $B(2, -5)$ e $C(5, 4)$

b) $A(3, 4)$, $B(4, 2)$ e $C(1, -4)$

Solución:

a) $y = x^2 - 4x - 1$

b) $y = -2x^2 + 12x - 14$

87. Calcula a función cuadrática que pasa polos puntos seguintes:

a) $A(2, 0)$, $B(3, 1)$ e $C(4, 4)$

b) $A(-1, 2)$, $B(-3, -2)$ e $C(-5, 2)$

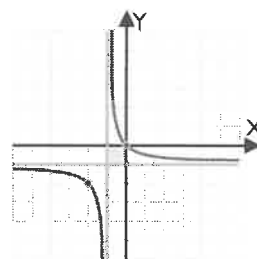
Solución:

a) $y = x^2 - 4x + 4$

b) $y = x^2 + 6x + 7$

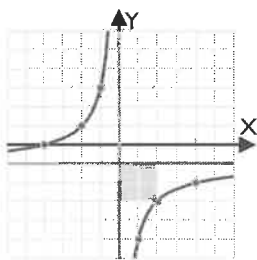
88. Escribe as fórmulas das seguintes hipérbolas:

a)

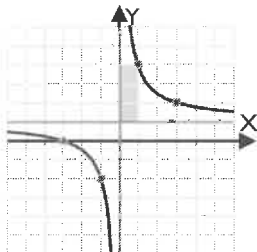


Exercicios e problemas

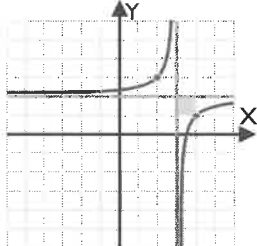
b)



c)



d)



Solución:

a) $y = \frac{1}{x+1} - 1$

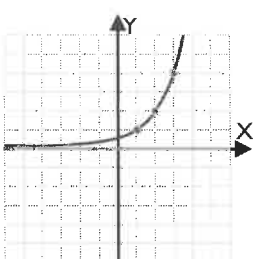
b) $y = -\frac{4}{x} - 1$

c) $y = \frac{3}{x} + 1$

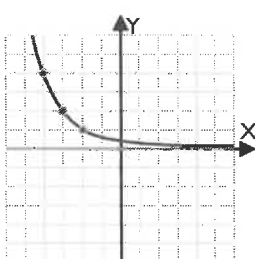
d) $y = -\frac{1}{x-3} + 2$

89. Escribe as fórmulas das seguintes gráficas:

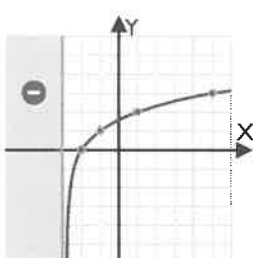
a)



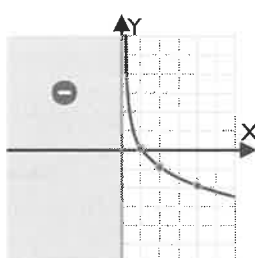
b)



c)



d)



Solución:

a) $y = 2^{x-1}$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}$

c) $y = \log_2(x+3)$

d) $y = \log_{1/2} x$

90. Debuxa as seguintes funcións:

a) $y = 2 \sin x$

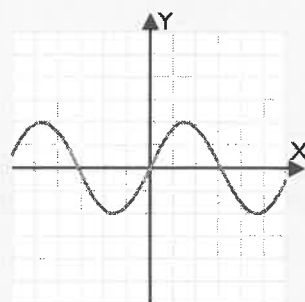
b) $y = \sin 2x$

c) $y = \frac{1}{2} \sin x$

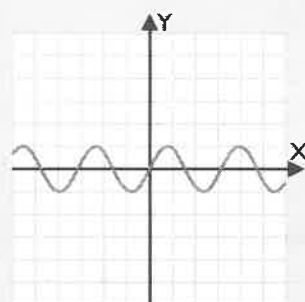
d) $y = \sin \frac{x}{2}$

Solución:

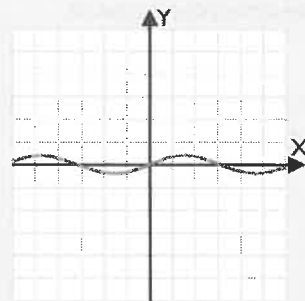
a)



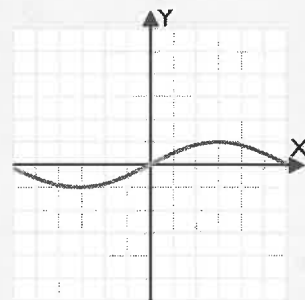
b)



c)



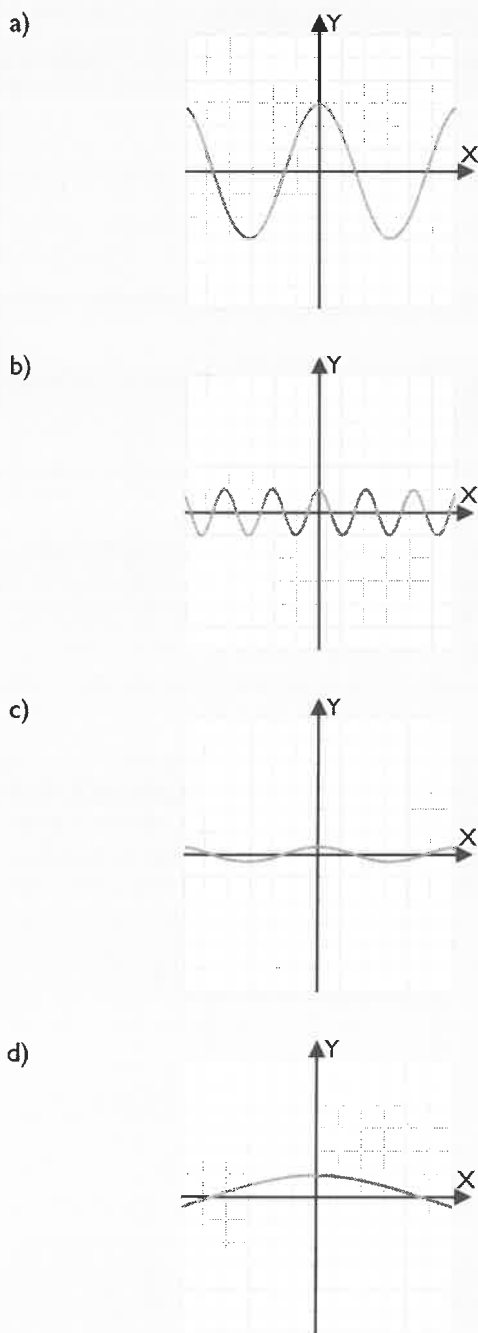
d)



91. Debuxa as seguintes funcións:

- a) $y = 3 \cos x$
- b) $y = \cos 3x$
- c) $y = \frac{1}{3} \cos x$
- d) $y = \cos \frac{x}{3}$

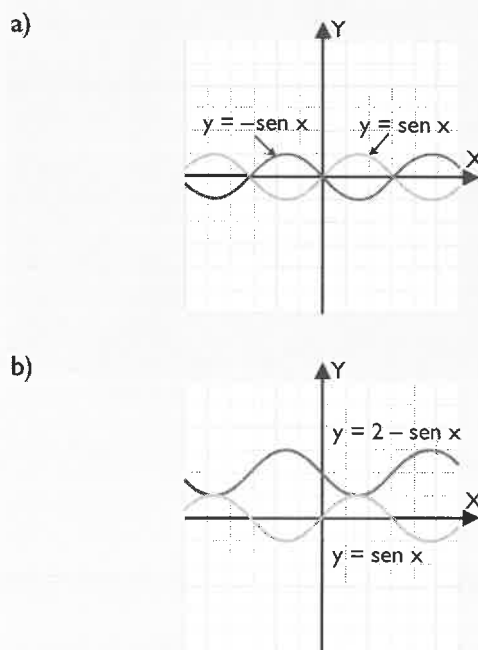
Solución:



92. Debuxa as seguintes funcións a partir de $y = \sin x$:

- a) $y = -\sin x$
- b) $y = 2 - \sin x$

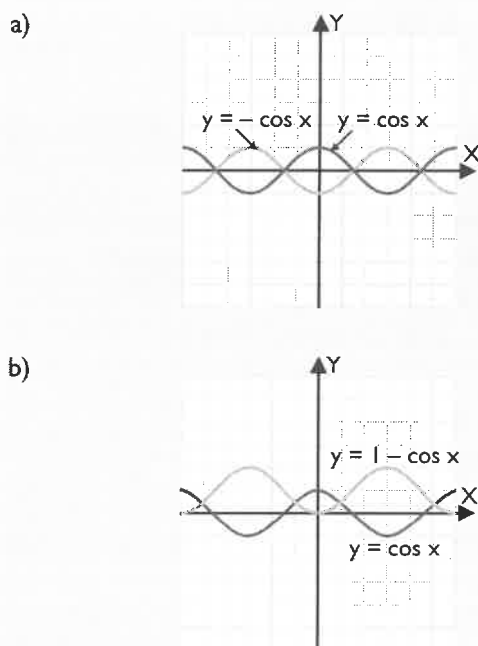
Solución:



93. Debuxa as seguintes funcións a partir de $y = \cos x$:

- a) $y = -\cos x$
- b) $y = 1 - \cos x$

Solución:



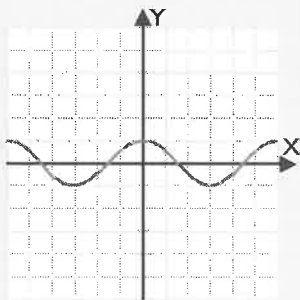
94. Debuxa as seguintes funcións:

- a) $y = \cos x$
 - b) $y = \sin(x + \pi/2)$
- Que observas?

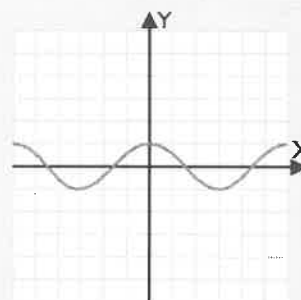
Exercicios e problemas

Solución:

a)



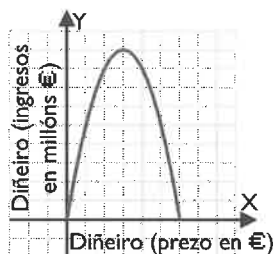
b)



Obsérvase que son a mesma gráfica, logo:
 $\cos x = \sin(x + \pi/2)$

Problemas

95. Na gráfica que aparece abaixo represéntanse os ingresos en función do prezo de cada caderno que fabrica unha empresa e que se vende. Describe as características da gráfica.



Solución:

1. Tipo de función: polinómica.
2. Dominio: $\text{Dom}(f) = [0, 6]$
3. Continuidade: é continua no seu dominio.
4. Periodicidade: non é periódica.
5. Simetrías: Simétrica respecto a $x = 3$.
6. Asíntotas:
 - Verticais: non ten.
 - Horizontais: non ten.
 - Oblicuas: non ten.
7. Corte cos eixes:
 - Eixe X: $O(0, 0)$ e $A(6, 0)$
 - Eixe Y: $O(0, 0)$
- Signo:
 - Positiva (+): $A(0, 6)$
8. Máximos e mínimos relativos:
 - a) Máximo relativo: $B(3, 9)$
 Para $3 \in$ alcázanse uns ingresos de 9 millóns.
 - b) Mínimo relativo: non ten.

Monotonía:

- Crecente: $(0, 3)$
- Decrecente: $(3, 6)$

9. Puntos de inflexión: non ten.

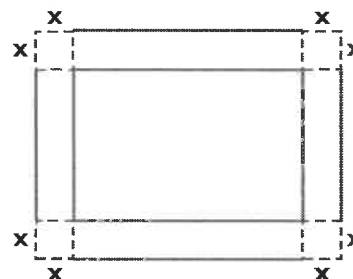
Curvatura:

- Cóncava ($\cap$): $(0, 6)$

10. Percorrido ou imaxe:

$$\text{Im}(f) = [0, 9]$$

96. Nun cartón rectangular de 8 cm de longo por 6 cm de ancho, córtanse, nos vértices, catro cadrados de x cm de lado para construír unha caixa. Escribe a función que dea o volume da mencionada caixa en función da lonxitude x e calcula o seu dominio de definición.



Solución:

$$V(x) = (8 - 2x)(6 - 2x)x$$

$$V(x) = 4x^3 - 28x^2 + 48x$$

$$\text{Dom}(V) = [0, 3]$$

97. O perímetro dun rectángulo mide 10 m. Expresa a área do rectángulo en función do lado x da base. Calcula o dominio de definición da función.

Solución:

$$A(x) = x(5 - x)$$

$$A(x) = 5x - x^2$$

$$\text{Dom}(A) = [0, 5]$$

98. O prezo de venda ao público dunha revista en función do número, en miles, de exemplares editados, x , é:

$$p(x) = 4 - x/2$$

Escribe a función dos ingresos que se obtéñen dependendo dos exemplares editados, e calcula o dominio de definición.

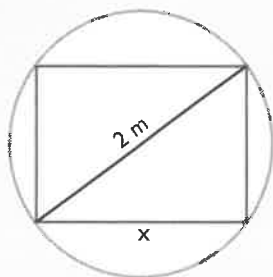
Solución:

$$I(x) = x \cdot p(x) = x(4 - x/2)$$

$$I(x) = 4x - x^2/2$$

$$\text{Dom}(I) = [0, 8]$$

99. Escribe unha función que exprese a área dun rectángulo inscrito nunha circunferencia de 1 m de radio en función do lado x da base. Cal é o seu dominio de definición?

Solución:

$$A(x) = x\sqrt{4 - x^2}$$

$$\text{Dom}(A) = [0, 2]$$

100. Dado un triángulo equilátero de lado x , define as funcións do perímetro e a área, en función do lado. Calcula os seus dominios de definición.

Solución:

$$P(x) = 3x$$

$$\text{Dom}(P) = [0, +\infty)$$

$$A(x) = x \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} x^2$$

$$\text{Dom}(A) = [0, +\infty)$$

101. Atopa a función que dá a lonxitude do lado dun cadrado en función da área e calcula o seu dominio.

Solución:

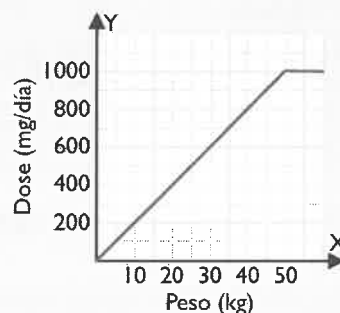
$$L(x) = \sqrt{x}$$

$$\text{Dom}(L) = [0, +\infty)$$

102. A dose habitual recomendada dun determinado antibiótico para nenos é de 20 mg por quilogramo de peso ao día, sen sobrepasar os 1 000 mg ao día. Escribe a función que dá a cantidade de antibiótico que se debe subministrar en función do peso. Representa a gráfica.

Solución:

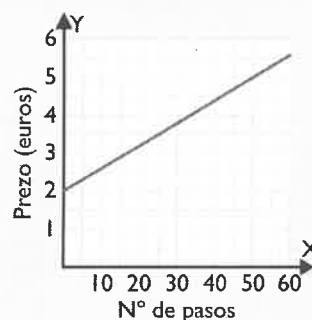
$$D(x) = \begin{cases} 20x & \text{se } 0 \leq x \leq 50 \\ 1000 & \text{se } x > 50 \end{cases}$$



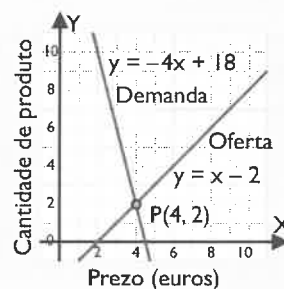
103. Un taxi cobra 2 € por baixada de bandeira e 0,06 € por cada salto de contador. Escribe a fórmula da función que dá o prezo dunha carreira, en función dos saltos do contador, e representa a súa gráfica.

Solución:

$$D(x) = 2 + 0,06x$$



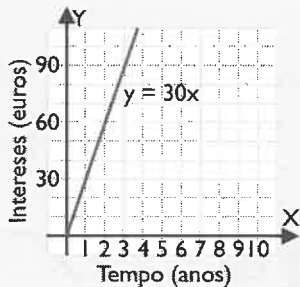
104. Unha empresa realizou un estudo para determinar as funcións de oferta e de demanda dun produto en función do prezo de venda, x . A función de oferta é $y = x - 2$, e a de demanda é $y = -4x + 18$. Representa as devanditas funcións e atopa o punto de equilibrio.

Solución:

Exercicios e problemas

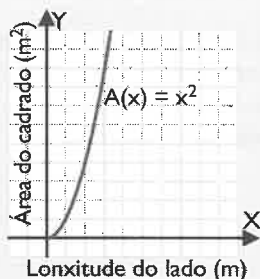
105. Depoñínanse 1 000 € a un 3% de interese simple durante un ano. Escribe a fórmula que dá os intereses en función do tempo.

Solución:



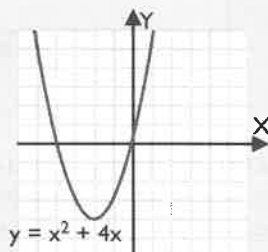
106. Atopa a área dun cadrado en función do lado. Representa graficamente.

Solución:



107. Expressa a fórmula que dá o produto de dous números que se diferencian en 4 unidades. Representa a súa gráfica.

Solución:

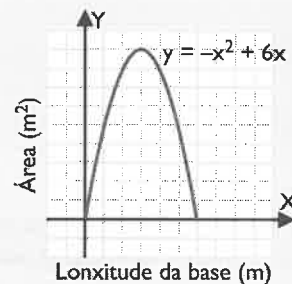


108. Con 12 metros de moldura deséxase decorar unha porta formando un rectángulo.
- Escribe a fórmula que expresa a área do devandito rectángulo en función do lado x .
 - Representa a función.
 - Determina as dimensións do rectángulo que fan a área máxima.

Solución:

a) $A(x) = x(6 - x) \Rightarrow A(x) = 6x - x^2$

b)



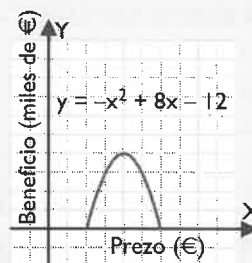
- c) Un cadrado de 3 m de lado cunha área de 9 m².

109. O beneficio, en miles de euros, que se obtén ao vender a x € unha unidade dun determinado produto vén dado pola fórmula: $B(x) = -x^2 + 8x - 12$

- Representa a función $B(x)$.
- Determina o prezo ao que hai que vender o produto para obter o máximo beneficio.

Solución:

a)



- b) A 4€.

110. Unha máquina envasa un pedido de latas de tomate en 8 horas. Póñense varias máquinas idénticas a traballar.

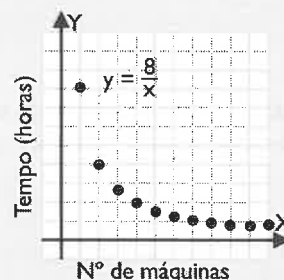
- Atopa a función que expresa o tempo de envasado en función do número de máquinas.
- Identifica a función obtida.
- Representa graficamente a devandita función.

Solución:

a) $y = \frac{8}{x}$

- b) Función de proporcionalidade inversa.

c)



111. Para recoller os figos dunha leira, unha persoa tarda 60 horas.

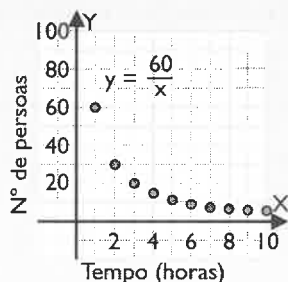
- Atopa a función que expresa o número de persoas en función do número de horas.
- Identifica a función obtida.
- Representa graficamente a devandita función.

Solución:

a) $y = \frac{60}{x}$

b) Función de proporcionalidade inversa.

c)



112. Un cultivo de bacterias reproducése de forma que o número de bacterias se duplica cada minuto. Expressa a función que representa o número de bacterias en función do tempo.

Solución:

Supoñendo que inicialmente haxa unha bacteria e sendo x o tempo en minutos: $y = 2^x$

113. Depósitase un capital de 6000 € ao 10% anual, de maneira que os intereses se acumulan ao capital. Sinala a función que expresa o capital acumulado en función do tempo.

Solución:

$$C = 6000 \cdot 1,1^t$$

Para profundar

114. Dadas as funcións:

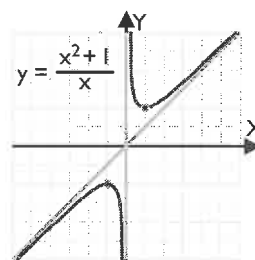
$$f(x) = \cos x \quad g(x) = x^2$$

calcula $f \circ g \circ f$.

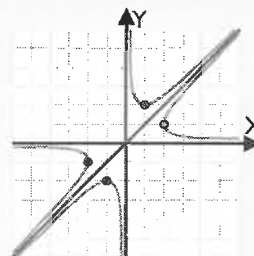
Solución:

$$(f \circ g \circ f)(x) = (f \circ g)(\cos x) = f(\cos^2 x) = \cos(\cos^2 x)$$

115. Se temos a gráfica da función $y = \frac{x^2 + 1}{x}$, debuxa a inversa.



Solución:



Non é función.

116. Pode ter unha función polinómica de cuarto grao só un mínimo? Pon un exemplo.

Solución:

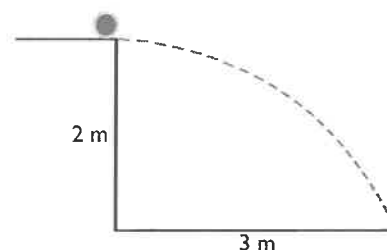
Sí, a función potencial: $y = x^4$

117. Pode existir unha función polinómica de terceiro grao que non teña nin máximo nin mínimo? Pon un exemplo.

Solución:

Sí, a función potencial: $y = x^3$

118. Unha pelota roda dende unha altura de 2 m e cae ao chan a 3 m de distancia. Calcula a fórmula da curva que segue ao caer.



Solución:

$$y = ax^2 + 2$$

Pasa polo punto $P(3, 0)$.

$$9a + 2 = 0 \Rightarrow a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2x^2}{9} + 2$$

Exercicios e problemas

119. Un rectángulo ten 6 m^2 de área.

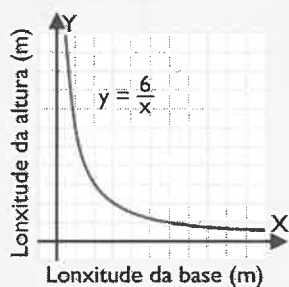
- Atopa a función que expresa un dos lados en función do outro.
- Identifica a función obtida.
- Representa graficamente a devandita función.

Solución:

a) $x \cdot y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{x}$

b) Función de proporcionalidade inversa.

c)



120. Nun cadrado de 1 m de lado únense os puntos medios, formando outro cadrado. Neste vólvense unir os seus puntos medios para formar un terceiro cadrado, e repítese o proceso deste xeito indefinidamente.

- Indica a fórmula que expresa o perímetro dos sucesivos cadrados.
- Indica a fórmula que expresa a área dos sucesivos cadrados.

Solución:

a) Os lados dos cadrados forman unha progresión xeométrica de razón $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Logo os perímetros serán:

$$P(n) = 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$$

b) As áreas serán: $A(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Paso a paso

121. Debuxa a seguinte función e completa o formulario dos dez apartados:

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

122. Debuxa a función: $y = e^x$; atopa a función inversa e represéntaa. Debuxa a recta $y = x$; observa que a función inicial e a súa inversa son simétricas respecto da devandita recta.

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

123. Internet. Abre: www.xerais.es, elixe **Matemáticas**, **curso** e **tema**.

Practica

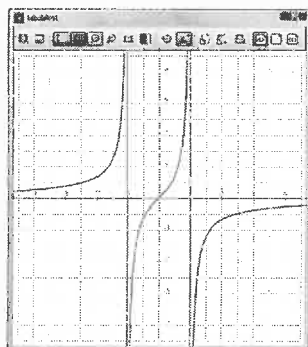
124. Debuxa as seguintes funcións e completa os dez apartados do formulario:

a) $y = \frac{x}{1-x^2}$

b) $y = x^3 - 3x$

Solución:

a)



1. Tipo de función: racional.
2. Dominio:
 $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$
3. Continuidade: é descontinua en $x = -1$, $x = 1$.
4. Periodicidade: non é periódica.
5. Simetrías: é simétrica respecto da orixe $O(0, 0)$.
6. Asíntotas:
 - Verticais: $x = -1$, $x = 1$
 - Horizontais: $y = 0$
 - Oblicuas: non ten.
7. Corte cos eixes:
 - Eixe X: $O(0, 0)$
 - Eixe Y: $O(0, 0)$

Signo:

- Positiva (+): $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
- Negativa (-): $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

8. Máximos e mínimos relativos: non ten.

Monotonía:

- Crecente:
 $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$
- Decrecente: nunca.

9. Puntos de inflexión: $O(0, 0)$

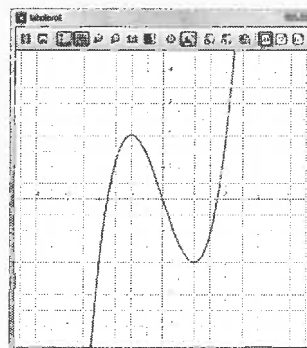
Curvatura:

- Convexa ($\cup$): $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
- Cóncava ($\cap$): $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

10. Percorrido ou imaxe:

$$\text{Im}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

b)



1. Tipo de función: polinómica.
2. Dominio:
 $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$
3. Continuidade: é continua en todo $\mathbb{R}$.
4. Periodicidade: non é periódica.
5. Simetrías: é simétrica respecto da orixe $O(0, 0)$.

6. Asíntotas: non ten.

7. Corte cos eixes:

• Eixe X: $B(-\sqrt{3}, 0)$, $O(0, 0)$, $A(\sqrt{3}, 0)$

• Eixe Y: $O(0, 0)$

Signo:

• Positiva (+): $(-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

• Negativa (-): $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$

8. Máximos e mínimos relativos:

a) Máximo relativo: $C(-1, 2)$

b) Mínimo relativo: $D(1, -2)$

Monotonía:

• Crecente: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

• Decrecente: $(-1, 1)$

9. Puntos de inflexión: $O(0, 0)$

Curvatura:

• Convexa ($\cup$): $(0, +\infty)$

• Cóncava ($\cap$): $(-\infty, 0)$

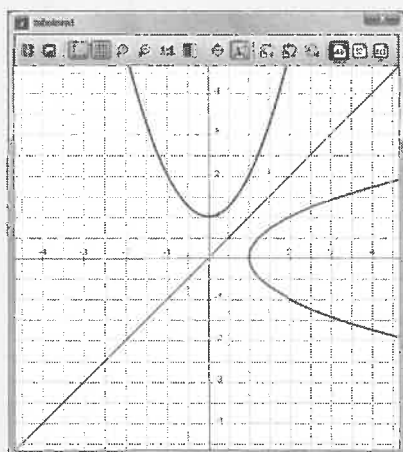
10. Percorrido ou imaxe:

$$\text{Im}(f) = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

125. Debuxa a seguinte función, atopa a súa inversa e represéntaa. Debuxa a recta $y = x$; observa que cada función inicial e a súa inversa son simétricas respecto da devandita recta. A inversa é función?

$$y = x^2 + 1$$

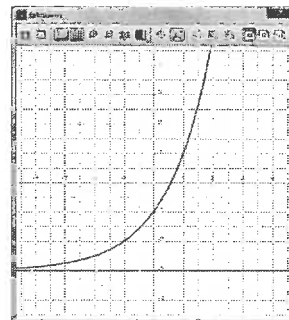
Solución:



A inversa non é función.

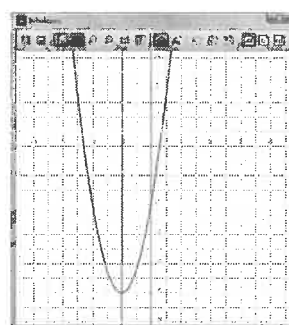
Identifica as seguintes gráficas e calcula mediante ensaio-erro a súa fórmula:

126.



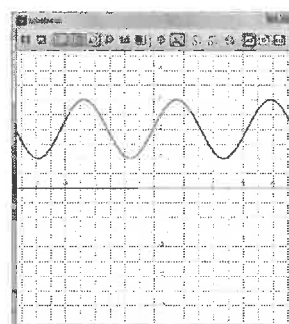
Solución: exponencial, $y = -3 + 2^{x+1}$

127.



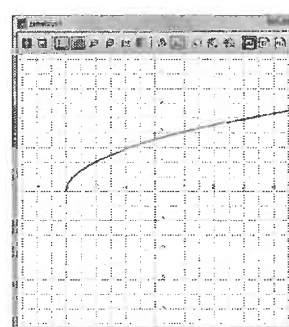
Solución: polinómica, $y = 3x^2 + 6x - 2$

128.



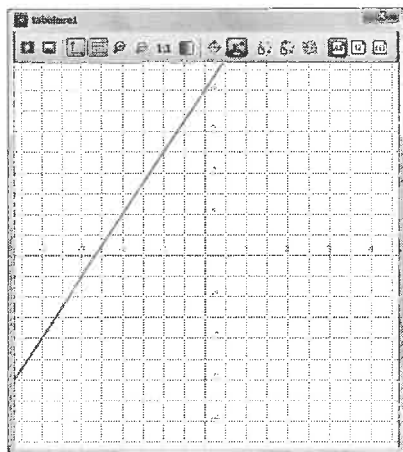
Solución: trigonométrica, $y = 2 + \sin 3x$

129.



Solución: irracional, $y = \sqrt{x+3}$

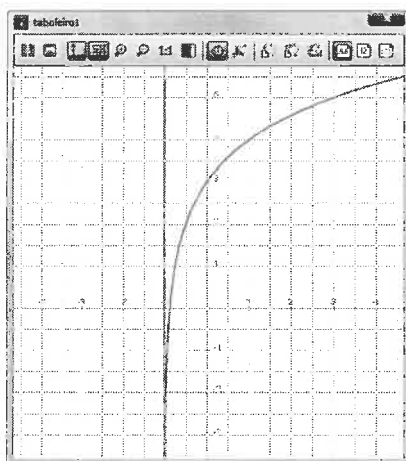
130.



Solución:

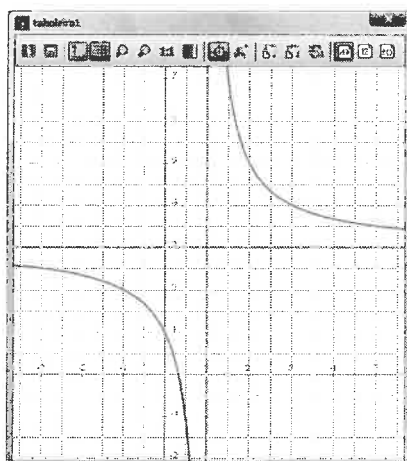
polinómica, $y = \frac{3x}{2} + 4$

131.



Solución: logarítmica, $y = 3 + \log_2(x + 1)$

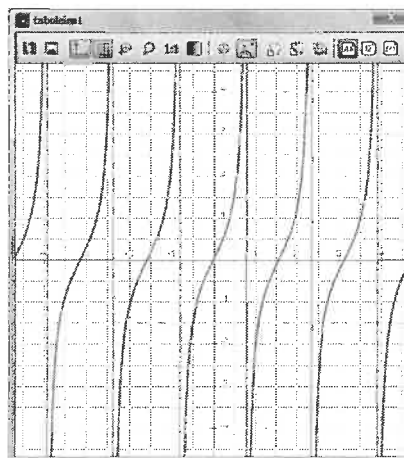
132.



Solución:

racional, $y = \frac{2}{x-1} + 3$

133.



Solución:

trigonométrica, $y = \tan 2x$

Formula o seguinte problema e resólveo coa axuda de Wiris ou DERIVE:

134. Atopa a función que calcula a área de todos os rectángulos de perímetro 8 m.

- Fai a representación gráfica.
- Que figura se obtén?
- Que dimensións ten o rectángulo cando a área é máxima?

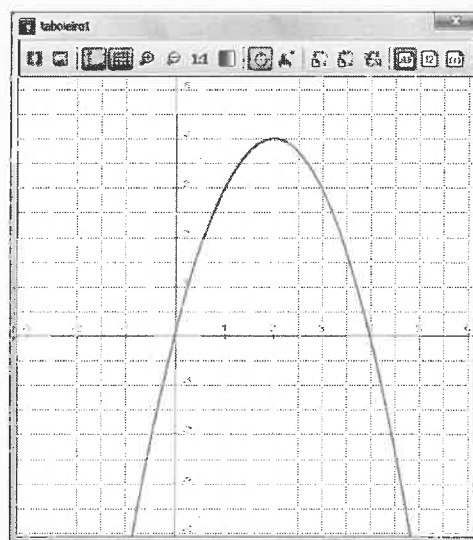
Solución:

Base x , altura $4 - x$.

$$y = x(4 - x)$$

$$y = 4x - x^2$$

a)



b) Unha parábola.

c) O rectángulo é un cadrado de lado $x = 2$ m, e a área máxima mide 4 m^2 .