

TEMA 3: POLINOMIOS

HOJA 1

1. Calcular el **valor numérico del polinomio** $P(x)$ para el valor de x indicado:

a) $P(x)=x^2+1$, para $x=1$

b) $P(x)=x^3+1$, para $x=-1$

c) $P(x)=x^2+x+2$, para $x=2$

d) $P(x)=-x^2-x-2$, para $x=-2$

2. Sumar convenientemente **monomios semejantes**:

a) $2x - 5x + 7x + x =$

b) $3x^2 - 7x^2 + x^2 - 2x^2 =$

c) $2x^2y - 3x^2y + 5x^2y =$

d) $-3xy^2 + xy^2 - 6xy^2 + 8xy^2 =$

e) $3x^2y^2 - xy^2 + 5x^2y - x^2y^2 + 2xy^2 - x^2y =$

f) $-2x^3yz + 3x^3yz + 5x^3yz - x^3yz =$

g) $2ab^2 - 5a^2b - \frac{2}{3}ab^2 - ab^2 + \frac{1}{2}a^2b =$

h) $-2xy^3 + 3x^3y + 5xy^3 - xy^3 =$

3. Dados $P(x)=2x^5-3x^4+3x^2-5$ y $Q(x)=x^5+6x^4-4x^3-x+7$, hallar $P(x)+Q(x)$ y $P(x)-Q(x)$

(Soluc: $3x^5+3x^4-4x^3+3x^2-x+2$; $x^5-9x^4+4x^3+3x^2+x-12$)

4. Dados $P(x)=4x^3+6x^2-2x+3$, $Q(x)=2x^3-x+7$ y $R(x)=7x^2-2x+1$, hallar:

a) $P(x)+Q(x)+R(x)$

(Soluc: $6x^3+13x^2-5x+11$)

b) $P(x)-Q(x)-R(x)$

(Soluc: $2x^3-x^2+x-5$)

c) $P(x)+3Q(x)-2R(x)$

(Soluc: $10x^3-8x^2-x+22$)

5. Efectuar los siguientes **productos** en los que intervienen **monomios**, dando el resultado simplificado:

a) $(-2x^3) \cdot \left(\frac{4}{5}x^2\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x\right) =$

(Soluc: $-\frac{4}{5}x^6$)

b) $\left(-\frac{5}{7}x^7\right) \cdot \left(\frac{3}{5}x^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}x\right) =$

(Soluc: $\frac{4}{7}x^{10}$)

c) $5x^3 \cdot 3x^2y \cdot (-4xz^3) =$

(Soluc: $-60x^6yz^3$)

d) $-3ab^2 \cdot 2ab \cdot \left(-\frac{2}{3}a^2b\right) =$

(Soluc: $4a^4b^4$)

e) $(3x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 5) \cdot 2x^2 =$

(Soluc: $6x^6 - 4x^5 + 4x^4 + 10x^2$)

f) $(-2x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 7x + 1) \cdot (-3x^3) =$

(Soluc: $6x^8 - 9x^6 + 6x^5 + 21x^4 - 3x^3$)

g) $\left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{5}{4}\right) \cdot 12x^2 =$

(Soluc: $8x^5 - 18x^4 + \frac{48}{5}x^3 - 15x^2$)

h) $\left(\frac{1}{2}ab^3 - a^2 + \frac{4}{3}a^2b + 2ab\right) \cdot 6a^2b =$

(Soluc: $3a^3b^4 - 6a^4b + 8a^4b^2 + 12a^3b^2$)

6. Extraer el máximo factor común posible:

a) $6x^2-2x+4x^3$

b) $15x^3y^2+12x^2y^4-6x^3y$

c) $-2xy-3xy^2-5xyz$

d) $-2x(x-3)^2+4x^2(x-3)$

(Soluc: $2x(x-3)(x+3)$)

e) $-21x+12x^2+6x^3$

f) $7ab^3-14a^3b+28a^4b^3$

g) $2x^3+4x^2-8x$

(Soluc: $2x(x^2+2x-4)$)

h) $9x^3y-6x^2yz+6xy^3z^2$

7. Efectuar los siguientes productos:

a) $(3x^2+5x-6)(8x^2-3x+4)=$

(Soluc: $24x^4+31x^3-51x^2+38x-24$)

b) $(5x^3-4x^2+x-2)(x^3-7x^2+3)=$

(Soluc: $5x^6-39x^5+29x^4+6x^3+2x^2+3x-6$)

c) $(2x^4-3x^2+5x)(3x^5-2x^3+x-2)=$

(Soluc: $6x^9-13x^7+15x^6+8x^5-14x^4-3x^3+11x^2-10x$)

d) $(ab^2+a^2b+ab)(ab-ab^2)=$

(Soluc: $a^3b^2+a^2b^2-a^3b^3$)

e) $(-x^6+x^5-2x^3+7)(x^2-x+1)=$

(Soluc: $-x^8+2x^7-2x^6-x^5+2x^4-2x^3+7x^2-7x+7$)

f) $(x^2y^2-2xy)(2xy+4)=$

(Soluc: $2x^3y^3-8xy$)

8. Dados los polinomios del ejercicio 4, hallar:

a) $[R(x)]^2$

b) $P(x) \cdot -Q(x) \cdot R(x)$

c) $P(x) \cdot [Q(x)+R(x)]$

d) $P(x) \cdot Q(x) \cdot R(x)$

(Soluc: a) $49x^4-28x^3+18x^2-4x+1$; b) $-14x^5+4x^4+9x^3-45x^2+13x-4$; c) $8x^6+40x^5+26x^4+6x^3+75x^2-25x+24$

d) $56x^8+68x^7-72x^6+224x^5+244x^4-179x^3+225x^2-59x+21$)

9. Desarrollar, aplicando las igualdades notables:

a) $(x+2)^2=$

b) $(x-3)^2=$

c) $(x+2)(x-2)=$

d) $(3x+2)^2=$

e) $(2x-3)^2=$

f) $(5x+4)(5x-4)=$

g) $(x^2+5)^2=$

h) $(x^3-2)^2=$

i) $(x^2-1)(x^2+1)=$

j) $(2x^2+3x)^2=$

k) $(2x^2-3)^2=$

l) $(-x-3)^2=$

m) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=$

n) $\left(2a-\frac{3}{2}\right)^2=$

o) $\left(1+\frac{x}{2}\right)\left(1-\frac{x}{2}\right)=$

p) $\left(2x+\frac{3}{4}\right)^2=$

q) $\left(\frac{3}{2}-\frac{x}{4}\right)^2=$

r) $\left(2+\frac{a}{3}\right)\left(-\frac{a}{3}+2\right)=$

s) $\left(\frac{3x}{2}-\frac{1}{x}\right)^2=$

t) $\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x}{3}\right)\left(\frac{x^2}{2}+\frac{x}{3}\right)=$

u) $\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}\right)^2=$

10. Operar y simplificar:

a) $(x+1)^2+(x-2)(x+2)=$

b) $(3x-1)^2-(2x+5)(2x-5)=$

c) $(2x+3)(-3+2x)-(x+1)^2=$

d) $(-x+2)^2-(2x+1)^2-(x+1)(x-1)=$

e) $-3x+x(2x-5)(2x+5)-(1-x^2)^2=$

f) $(3x-1)^2-(-5x^2-3x)^2-(-x+2x^2)(2x^2+x)=$

11. Demostrar que $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac-bd)^2+(ad+bc)^2$

12. Efectuar los siguientes **cocientes** en los que intervienen **monomios**, dando el resultado simplificado:

a) $\frac{4x^3}{2x^2} =$

b) $\frac{8x^4}{-2x^2} =$

c) $\frac{7x^5}{2x^3} =$

d) $\frac{-8x^3}{2x^2} =$

e) $\frac{-3x^7}{-9x^4} =$

f) $\frac{-\frac{3}{8}x^4 + 6x^3 - 12x^2}{-3x^2} =$

g) $\frac{-6x^8 - 7x^4 - \frac{3}{4}x^3}{-\frac{5}{3}x^3} =$

h) $\frac{-8x^9 + \frac{3}{2}x^5 - x^4}{-\frac{3}{7}x^4} =$

i) $(-18x^3yz^3):(6xyz^3)=$

j) $\frac{-3a(a^3b)+5a^4b}{-ab^3} =$

k) $\frac{-3xy^2(-2x^3y)}{4x^2y} =$

13. Efectuar los siguientes **cocientes**, y comprobar el resultado mediante la regla $D=d \cdot C + R$:

a) $8x^4+3x^3+2x-2 \over 4x^2+x-3$ (Soluc: $C(x)=2x^2+x/4+23/16$; $R(x)=21x/16+37/16$)

b) $2x^5-x^3+3x-9 \over 2x^2-x+2$ (Soluc: $C(x)=x^3+x^2/2-5x/4-9/8$; $R(x)=35x/8-27/4$)

c) $6x^3-3x^2+2x-5 \over 3x-2$ (Soluc: $C(x)=2x^2+x/3+8/9$; $R(x)=-29/9$)

d) $4x^4-x^3+x+5 \over 2x^2-x+3$ (Soluc: $C(x)=2x^2+x/2-11/4$; $R(x)=-13x/4+53/4$)

e) $6x^4+3x^3-5x^2+x-8 \over 3x^2-5x+2$ (Soluc: $C(x)=2x^2+13x/3+38/9$; $R(x)=121x/9-148/9$)

f) $8x^4-3x^2+7x-5 \over 4x^2-3x+2$ (Soluc: $C(x)=2x^2+3x/2-5/8$; $R(x)=17x/8-15/4$)

g) $6x^5+5x^4+31x^2+2 \over 2x^2+2$ (Soluc: $C(x)=3x^3+5x^2/2-3x+13$; $R(x)=6x-24$)

h) $3x^5-6x^4-x^3+10x^2-8x+2 \over 3x^2-6x+1$ (Soluc: $C(x)=x^3-2x/3+2$; $R(x)=14x/3$)

i) $6x^4-x^3+2x^2-x-1 \over 3x^2+2$ (Soluc: $C(x)=2x^2-x/3-2/3$; $R(x)=-x/3+1/3$)

14. Inventar una división de polinomios cuyo cociente sea $C(x)=x^2-3x+1$, el resto sea $R(x)=x-1$ y el dividendo un polinomio de 4º grado.

15. Dados $P(x) = 2x^4 - 4x^3 + 5$, $Q(x) = 21x^3 - 7x^2 + 14x$ y $S(x) = x^2 - 2$, se pide:

a) Hallar el valor numérico de $P(x)$ para $x = -1$, indicando todos los pasos. (Soluc: 11)

b) Extraer el **máximo** factor común de $Q(x)$

c) Hallar $P(x) \cdot S(x) - [S(x)]^2$ (NOTA: Obligatorio hacer $[S(x)]^2$ aplicando la identidad notable correspondiente)

(Soluc: $2x^6-4x^5-5x^4+8x^3+9x^2-14$)

d) Hallar $P(x) : S(x)$ (NOTA: Indicar explícitamente el cociente y el resto) (Soluc: $C(x)=2x^2-4x+4$; $R(x)=-8x+13$)

e) Hallar $P(x) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$ mediante la regla de Ruffini. (NOTA: Indicar explícitamente el cociente y el resto)

(Soluc: $C(x)=2x^3-3x^2-3x/2-3/4$; $R=37/8$)

16. a) Hallar el valor numérico de $P(x)=x^3-4x^2+x+3$ para $x=-3$, indicando todos los pasos. (Soluc: -63)

- b) Extraer el **máximo** factor común de $2ab^2 - 4a^3b + 8a^4b^3$
- c) Calcular $(x^2 - 2x)^2 - (x^2 - 5x + 1)(x^2 + 2x - 3)$ (Obligatorio desarrollar el cuadrado del binomio aplicando la identidad notable correspondiente) (Soluc: $-x^3 + 16x^2 - 17x + 3$)
- d) Efectuar $9x^4 - 30x^3 + 55x^2 - 50x + 15 \overline{) 3x^2 - 5x + 5}$, indicando explícitamente el cociente y el resto. (Soluc: $C(x) = 3x^2 - 5x + 5$; $R = -10$)
- e) Efectuar $2x^4 - 4x^3 + 2x - 2 \overline{) x + 2}$ mediante la regla de Ruffini, e indicar expresamente el cociente y el resto. (Soluc: $C(x) = 2x^3 - 8x^2 + 16x - 30$; $R = 58$)

17. Dado $P(x) = 4x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 2x$, se pide:

- a) Extraer el máximo factor común (y comprobar mentalmente).
- b) Hallar el valor numérico para $x = -2$.

18. Factorizar los siguientes polinomios por Ruffini,

- | | |
|---|--------------------------------|
| 1) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ | (Sol: $(x-1)(x+2)(x-3)$) |
| 2) $P(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ | (Sol: $(x+1)(x-2)(x-4)$) |
| 3) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 27$ | (Sol: $(x+3)^2(x-3)$) |
| 4) $P(x) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24$ | (Sol: $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$) |
| 5) $P(x) = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$ | (Sol: $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$) |
| 6) $P(x) = x^3 - 15x^2 + 75x - 125$ | (Sol: $(x-5)^3$) |
| 7) $P(x) = x^3 + 4x^2 - 21x$ | (Sol: $x(x-3)(x+7)$) |
| 8) $P(x) = x^3 - 5x^2 - 9x + 45$ | (Sol: $(x+3)(x-3)(x-5)$) |
| 9) $P(x) = x^4 - 19x^3 + 126x^2 - 324x + 216$ | (Sol: $(x-1)(x-6)^3$) |
| 10) $P(x) = x^4 - 13x^2 + 36$ | (Sol: $(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$) |
| 11) $P(x) = x^4 - 64x^2$ | (Sol: $x^2(x+8)(x-8)$) |
| 12) $P(x) = x^3 - 12x^2 + 47x - 60$ | (Sol: $(x-3)(x-4)(x-5)$) |
| 13) $P(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$ | (Sol: $(x-1)^2(x+1)(x+2)$) |
| 14) $P(x) = x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16$ | (Sol: $(x+2)^4$) |