

HOJA 1.

TEMA1: NÚMEROS REALES

1

¿Cuáles de los números siguientes son racionales? ¿e irracionales? Pon en forma de fracción los que sea posible:

- a) 0,018 b) 3,2515151... c) 1,212112111.... d) π e) 7,03232.... f) $0,\overline{23}$
g) 0,3212121.... h) 9,1111

2

Clasifica los siguientes número en el conjunto más simple:

107; 3,95; $3,\overline{56}$; -7; $\sqrt{20}$; $\frac{36}{9}$; $\sqrt{\frac{4}{9}}$; $-\sqrt{36}$; $\frac{7}{3}$; $\pi - 3$; $-4,\overline{9}$

Naturales, $\mathbb{N}$	
Enteros, $\mathbb{Z}$	
Fraccionarios	
Racionales, $\mathbb{Q}$	
Irracionales	

3

 Calcula pasando previamente a fracción.

- a) $3,5 + 2,\overline{3}$ b) $0,\overline{12} - 0,2$ c) $1,\overline{6} - 1,0\overline{2}$
d) $3,\overline{42} + 7,\overline{6}$ e) $2,\overline{3} + 4,\overline{6}$ f) $6,\overline{17} + 3,\overline{82}$

SOL.: a) 35/6 b) -13/165 c) 29/45 d) 122/11 e) 7 f) 10

4

 Calcula paso a paso y, después, comprueba el resultado con la calculadora utilizando las teclas de fracción y paréntesis.

- a) $-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right)$ b) $3 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{3}{8}(-2)$ c) $\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) : \left[2 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{5}{3}\right)\right]$

SOL.: a) -1 b) 15/8 c) 11/4

5

 Calcula y comprueba con la calculadora.

- a) $5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$ b) $\frac{2}{3} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)^2$
c) $-\frac{3}{8} \left[3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right]$ d) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13 \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] : \left(-\frac{2}{3}\right)$

SOL.: a) -26/3 b) 0 c) -3/4 d) -3

6

Operar las siguientes fracciones de términos racionales, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado:

$$\frac{\left(2 - \frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) : \frac{31}{5}}{\frac{2}{3} + \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{9} : \left(-\frac{1}{2}\right)} =$$

(Soluc: -1/2)

$$\frac{\frac{20}{7} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right)}{-7 : \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right)} =$$

(Soluc: 1/15)

$$\frac{\frac{3}{2} \left(\frac{2}{5} + 3 : \frac{6}{5}\right) - \frac{7}{20}}{\left(3 + \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{10}\right) : \frac{6}{5} - \frac{4}{5}} =$$

(Soluc: 20/11)

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} =$$

(Soluc: 8/5)

7

Una caja contiene 60 bombones. Eva se comió $\frac{1}{5}$ de los bombones y Ana la mitad. ¿Cuántos bombones quedan? ¿Qué fracción de bombones se han comido? (Soluc: Quedan 18 bombones; se han comido $\frac{7}{10}$)

8

Roberto sale de casa con 50 € para realizar la compra. En la carnicería gasta las $\frac{2}{5}$ partes de esa cantidad. Destina después la $\frac{1}{3}$ parte de lo que le queda en la frutería. Finalmente, por el camino pierde la mitad de las vueltas. ¿Con cuánto dinero regresará a casa? Indicar ordenadamente todos los pasos. (Soluc: Le quedan 10 €)

9

María tenía 360 cromos. Cuando sale de casa le sorprende una tormenta y se le estropean $\frac{2}{5}$ de los cromos. Al día siguiente pierde $\frac{1}{4}$ de los restantes jugando con los amigos. ¿Cuántos cromos le quedarán? ¿Qué fracción del total de cromos le quedan? Indicar, razonadamente, todos los pasos.

(Soluc: Le quedan 162 cromos; le quedan $\frac{9}{20}$)

10

Un depósito contiene 600 m^3 de agua. Para regar una finca se extraen el lunes los $\frac{2}{5}$ del depósito y el martes $\frac{1}{3}$ del agua que quedaba. ¿Qué cantidad de agua se sacó cada día? ¿Cuántos litros de agua quedarán el miércoles en el depósito? ¿Qué fracción del depósito quedará el miércoles?

(Soluc: Quedarán $240\,000 \text{ l}$; $\frac{2}{5}$)

11

De un depósito, primero se gasta la mitad del agua, y luego la cuarta parte de lo que quedaba. Al final, quedan 12 litros. Hallar, razonadamente, qué fracción del depósito queda. Hallar también la capacidad del depósito. (Ayuda: llamar x a la capacidad del depósito) (Soluc: Quedan $\frac{3}{8}$ del depósito; 32 l)

12

Los alumnos de un curso van a visitar un museo durante el fin de semana, repartiéndose de la siguiente forma: el sábado acuden la cuarta parte, y el domingo van los $\frac{2}{3}$ de los que quedaban. ¿Qué fracción de alumnos se queda sin ver el museo? (Soluc: $\frac{1}{4}$)

13

Aurora sale de casa con 30 euros. Se gasta un tercio en un libro y, después, $\frac{4}{5}$ de lo que le quedaba en la comida. ¿Con cuánto dinero vuelve a casa? ¿Qué fracción de la cantidad total representa?

(Soluc: 4 €; $\frac{2}{15}$)

POTENCIAS

14

Completar, con la ayuda del profesor, las siguientes tablas que resumen todos los **casos de cálculo con potencias**:

		EXPONENTE	
		POSITIVO	NEGATIVO
BASE ENTERA	POSITIVA	$2^3 =$	$2^{-3} =$
	NEGATIVA	$(-2)^3 =$	$(-2)^{-3} =$
		$(-2)^4 =$	$(-2)^{-4} =$

		EXPONENTE	
		POSITIVO	NEGATIVO
BASE FRACCIONARIA	POSITIVA	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} =$
	NEGATIVA	$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$	$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} =$
		$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 =$	$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} =$

Añadir ambas tablas al formulario matemático.

 **Calcula las potencias siguientes:**

15

a) $(-3)^3$

b) $(-2)^4$

c) $(-2)^{-3}$

d) -3^2

e) -4^{-1}

f) $(-1)^{-2}$

g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

i) $\left(\frac{4}{3}\right)^0$

SOL.: a) -27; b) 16 c) $-\frac{1}{8}$ d) -9 e) $-\frac{1}{4}$ f) 1 g) 8 h) 4 i) 1

16

 **Expresa como potencia única.**

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4}\right)^2$

b) $\frac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}}$

c) $\left[\left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-1}\right]^3$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^4$

f) $\frac{3^{-1}}{5 \cdot 15^2}$

17

Simplifica.

a) $\frac{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}{6^3 \cdot 9^2}$

b) $\frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{2^{-5} \cdot 8 \cdot 3^2}$

c) $\frac{4ab}{9} : \frac{b^2}{3a}$

d) $(6a)^{-1} : (3a^{-2})^{-2}$

e) $(a^{-1}b^2)^2 \cdot (ab^{-2})^{-1}$

f) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} (a^{-1})^{-2}$

SOL.: a) $2^4/3^5$; b) $2^2/3^3$ c) $4a^2/3b$ d) $3a^3/2$ e) b^6/a^3 f) b^3/a **NOTACIÓN CIENTÍFICA****18**

Escribe estos números en notación científica:

a) 13 800 000

b) 0,000005

c) 4 800 000 000

d) 0,0000173

e) 50 030 000

f) 0,002007

19 Di el valor de n en cada caso:

a) $3\,570\,000 = 3,57 \cdot 10^n$

b) $0,000083 = 8,3 \cdot 10^n$

c) $157,4 \cdot 10^3 = 1,574 \cdot 10^n$

d) $93,8 \cdot 10^{-5} = 9,38 \cdot 10^n$

a) $n = 6$ b) $n = -5$ c) $n = 5$ d) $n = -4$ **20**

Expresa en notación científica y calcula:

a) $\frac{0,00054 \cdot 12\,000\,000}{250\,000 \cdot 0,00002}$

b) $\frac{1\,320\,000 \cdot 25\,000}{0,000002 \cdot 0,0011}$

c) $\frac{0,000015 \cdot 0,000004}{1\,250\,000 \cdot 600\,000}$

d) $(0,0008)^2 \cdot (30\,000)^2$

SOL.: a) $1,296 \cdot 10^{11}$; b) $1,5 \cdot 10^{19}$ c) $8 \cdot 10^{-23}$ d) $5,76 \cdot 10^2$ **RADICALES****21**

Halla, cuando sea posible, las raíces siguientes:

a) $\sqrt[4]{16}$

b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

d) $\sqrt[5]{-1}$

e) $\sqrt[3]{216}$

f) $\sqrt[7]{-128}$

g) $\sqrt[5]{-243}$

h) $\sqrt[6]{4\,096}$

i) $\sqrt[6]{64}$

j) $\sqrt[3]{-8}$

k) $\sqrt[4]{625}$

l) $\sqrt{-8}$

m) $\sqrt[4]{\frac{625}{16}}$

n) $\sqrt[5]{-1}$

SOL.: a) 2 b) 4/5 c) 1/2 d) -1 e) 6 f) -2 g) -3 h) 4 i) 2 j) -2 k) 5 l) No tiene soluc real m) 5/2 n) -1

22

Sacar del radical los factores que sea posible.

a) $\sqrt{2^2 \cdot 5^3}$

b) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 7^3}$

c) $\sqrt[4]{2^2 \cdot 3^6}$

d) $\sqrt[3]{27 \cdot a \cdot b^3}$

e) $\sqrt[4]{16a^5 \cdot b}$

f) $\sqrt[5]{32 \cdot a^2 \cdot b^{10}}$

Extrae de cada radical los factores que sea posible:

a) $\sqrt[4]{32}$

b) $\sqrt[3]{81}$

c) $\sqrt[3]{200}$

d) $\sqrt{50}$

e) $\sqrt[4]{144}$

f) $\sqrt[3]{250}$

g) $\sqrt[5]{64}$

h) $\sqrt[3]{243}$

i) $\sqrt{4a^3}$

24

Simplifica.

a) $\left(\sqrt[4]{2}\right)^4$

b) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6$

c) $\left(\sqrt[6]{2^2}\right)^3$

d) $\sqrt[3]{10} \sqrt[3]{1000}$

e) $\sqrt[5]{2} \sqrt[5]{16}$

f) $\sqrt[3]{9} \sqrt[3]{81}$

25

 Simplifica las expresiones que puedas, y en las restantes, indica por qué no se pueden simplificar.

a) $7\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$

b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

c) $4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

d) $\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$

e) $2\sqrt{5} - \frac{1}{3}\sqrt{5}$

f) $\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

26

 Efectúa.

a) $\sqrt{50} + \sqrt{72} - 10\sqrt{2}$

b) $\sqrt{80} - \sqrt{45} - \sqrt{20}$

c) $-\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - \sqrt{108}$

d) $\sqrt{175} + \sqrt{28} - 5\sqrt{63}$

ERRORES

27

Completar la siguiente tabla, empleando la calculadora (Sigase el primer ejemplo). ¿Cuál es, de todas ellas, la mejor aproximación de π ?

		Aproximación de π	Aproximación decimal (a la cienmillonésima)	Error absoluto ε_a	Error relativo ε_r
	Antiguo Egipto (>1800 a.C.)	$\left(\frac{4}{3}\right)^4$	3,16049383	0,018901...	0,006016...
	Babilonia ($\cong$ 2000 a.C.)	$\frac{25}{8}$			
GRECIA	Arquímedes (s. III a.C.)	$\frac{223}{71}$			
	Ptolomeo (s. II d.C.)	$\frac{377}{120}$			
	Zhang Heng (78-139)	$\frac{736}{232}$ o $\sqrt{10}$			
CHINA	Wang-Fang (217-257)	$\frac{142}{45}$			
	Zu Chong Zhi (429-500)	$\frac{355}{113}$			
	Bhashkara II (1114-1185)	$\frac{3917}{1250}$			
INDIA	S. Ramanujan (1887-1920)	$\sqrt[4]{9^2 + \frac{19^2}{22}}$	3,141592654		

¿Algún día se podrá encontrar una fracción de enteros **exactamente** igual a π ?

28

El velocímetro de los coches suele tener un error por exceso de alrededor de un 5%. Si sabemos que en autovía multan a partir de 127 km/h, ¿a qué velocidad de marcador podremos circular, como máximo, sin problemas?

PENSAR

29

 Ordena los números n , n^2 , $\sqrt{n}$ y $1/n$ en los siguientes casos:

a) Si $n > 1$.b) Si $0 < n < 1$.