

TEMA 7: CÁLCULO DE DERIVADAS.

1.- Utilizando la fórmula para el cociente de funciones, hallar la derivada simplificada de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{x^2 - 5}{x + 2}$ c) $y = \frac{x + 2}{x^2 - 5}$ d) $y = \frac{3x}{(2x^2 + 1)^2}$ e) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x + 1}}$

(Sol: a) $y' = \frac{x^2 + 4x + 5}{(x + 2)^2}$; c) $y' = -\frac{x^2 + 4x + 5}{(x^2 - 5)^2}$; d) $y' = \frac{3 - 18x^2}{(2x^2 + 1)^3}$; e) $y' = \frac{3x^2 + 4x}{2(x + 1)\sqrt{x + 1}}$)

2.- Derivar las siguientes funciones, utilizando en cada caso el procedimiento más apropiado, y **simplificar**:

a) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2}$ b) $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x}$ c) $y = \frac{x + 1}{1 - x}$ d) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}}$ e) $y = \frac{3x^4 - 2x^2 + 5}{2}$

f) $y = (3x^2 + 5)^5$ g) $y = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$ (Sol: a) $y' = -\frac{2}{x^3}$; b) $y' = \frac{2x^2 - 1}{x^2}$; c) $y' = \frac{2}{(1 - x)^2}$; d) $y' = \frac{3\sqrt{x}}{2}$; e) $y' = 6x^3 - 2x$; f) $y' = 30x(3x^2 + 5)^4$; g) $y' = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + x + 1)^2}$)

3.- Halla la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3^{2x}$; b) $f(x) = e^{5x}$; c) $f(x) = e^{-3x^2 + 2x}$; d) $f(x) = x \cdot e^x$

4.- Halla la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \log(2x)$; b) $f(x) = \log(x^3)$; c) $f(x) = \ln(5x^2 + 1)$; d) $f(x) = x \cdot \ln x$.

5.- Para cada una de las siguientes funciones halla su derivada y, después, da respuesta a la pregunta que se hace:

a) $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$. Da un punto en el que la derivada valga 2.

b) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4}$. ¿En qué puntos la derivada vale 0?

c) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. ¿Para qué valores de x la derivada es negativa?

d) $f(x) = xe^{x^2 - 1}$. ¿Decrece en algún punto?

6.- Aplicando derivadas comprueba que el vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ se da en el punto de abscisa $x = -b/2a$.

7.- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de la función $f(x) = 2x^3 - 6x$.

8.- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de la función $f(x) = 3x^2 - 2x^3$. Da algunos de sus puntos, entre ellos los de corte de la gráfica con los ejes y haz un esbozo de su gráfica.

9.- Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}$. ¿Tiene máximos o mínimos?.