

I. Ejercicios semi-resueltos. Completar lo que falte:

1)

- 1 $s \rightarrow t$
- 2 $t \rightarrow r$ $\vdash r$
- 3 s
- 4 t $E \ 1,3$
- 5 r $E \rightarrow 2,$

2)

- 1 $q \rightarrow t \wedge s$
- 2 $t \rightarrow p$ $\vdash p$
- 3 q
- 4 $t \wedge s$ $E \ 1,3$
- 5 t $E \ 4$
- 6 p $E \rightarrow 2,$

3)

- 1 $s \rightarrow t$
- 2 $t \rightarrow w \wedge q$ $\vdash s \rightarrow q$
- 3 $w \rightarrow p$
- 4 $p \rightarrow q$
- 5 s
- 6 t $E \rightarrow 1,$
- 7 $w \wedge q$
- 8 w $E \ 7$
- 9 p $E \rightarrow 3,$
- 10 q
- 11 $s \rightarrow q$ $I \rightarrow 5-10$

4)

- 1 $t \rightarrow (p \rightarrow (s \rightarrow r))$ $\vdash p \rightarrow (s \rightarrow (t \rightarrow r))$
- 2 p
- 3 s
- 4 t
- 5 $p \rightarrow (s \rightarrow r)$
- 6 $s \rightarrow r$
- 7 r
- 8 $t \rightarrow r$
- 9 $s \rightarrow (t \rightarrow r)$
- 10 $p \rightarrow (s \rightarrow (t \rightarrow r))$ $I \rightarrow 2-9$

5)

- 1 $t \rightarrow (p \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow \neg r)$
- 2 $(\neg s \vee r) \wedge (\neg \neg t \wedge \neg (p \rightarrow q))$ $\vdash \neg(p \rightarrow q) \wedge (s \rightarrow \neg r)$
- 3 $\neg \neg t \wedge \neg(p \rightarrow q)$ $E\wedge$
- 4 $\neg \neg t$ 3
- 5 t $E\neg 4$
- 6 $(p \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow \neg r)$
- 7 $s \rightarrow \neg r$ $E\wedge$
- 8 $\neg(p \rightarrow q)$
- 9 $\neg(p \rightarrow q) \wedge (s \rightarrow \neg r)$ $I\wedge 8, 7$

6)

- 1 $r \vee \neg s \rightarrow (s \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg t)$
- 2 $s \rightarrow q$ $\vdash r \rightarrow q$
- 3 $p \rightarrow q$
- 4 r
- 5 $r \vee \neg s$ $I\vee 4$
- 6 $(s \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg t)$ $E\rightarrow 1, 5$
- 7 $s \vee p$ $E\wedge 6$
- 8 s
- 9 q $E\rightarrow 2, 8$
- 10 p
- 11 q $E\rightarrow 3, 10$
- 12 q $E\vee 7, 11$
- 13 $r \rightarrow q$ $I\rightarrow 4-12$

7)

- 1 $p \rightarrow t \vee r$
- 2 $t \rightarrow s \wedge m$
- 3 $r \rightarrow \neg s$ $\vdash \neg p$
- 4 $m \vee \neg s \rightarrow \neg(t \vee r)$
- 5 p
- 6 $t \vee r$
- 7 t
- 8 $s \wedge m$
- 9 m
- 10 $m \vee \neg s$
- 11 $\neg(t \vee r)$
- 12 $(t \vee r) \wedge \neg(t \vee r)$
- 13 r
- 14 $\neg s$
- 15 $m \vee \neg s$
- 16 $\neg(t \vee r)$
- 17 $(t \vee r) \wedge \neg(t \vee r)$

$$\begin{array}{l} \vdash 18 \quad (t \vee r) \wedge \neg(t \vee r) \quad \text{Ev } 6, 7-12, 13-17 \\ 19 \quad \neg p \end{array}$$

II. Realizar las deducciones de los siguientes argumentos utilizando solamente reglas básicas.

$$\begin{array}{l} 1) \quad \neg 1 \quad t \rightarrow p \\ \quad \neg 2 \quad s \rightarrow t \\ \quad \neg 3 \quad s \\ \vdash p \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2) \quad \neg 1 \quad r \vee q \rightarrow t \\ \quad \neg 2 \quad t \rightarrow p \\ \quad \neg 3 \quad r \vee q \\ \vdash p \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3) \quad \neg 1 \quad (s \rightarrow t) \rightarrow r \vee s \\ \quad \neg 2 \quad r \vee s \rightarrow w \\ \quad \neg 3 \quad s \rightarrow t \\ \vdash w \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4) \quad \neg 1 \quad r \vee s \rightarrow t \vee w \\ \quad \neg 2 \quad t \vee w \rightarrow r \\ \quad \neg 3 \quad r \rightarrow p \wedge q \\ \quad \neg 4 \quad r \vee s \\ \vdash p \wedge q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5) \quad \neg 1 \quad \neg p \\ \quad \neg 2 \quad \neg r \vee s \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q) \\ \quad \neg 3 \quad \neg r \vee s \\ \vdash \neg q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6) \quad \neg 1 \quad s \wedge t \\ \quad \neg 2 \quad p \rightarrow q \wedge \neg r \\ \quad \neg 3 \quad (p \rightarrow q \wedge \neg r) \rightarrow \\ \quad \quad \rightarrow (s \wedge t \rightarrow w) \\ \vdash w \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7) \quad \neg 1 \quad s \rightarrow p \\ \quad \neg 2 \quad p \rightarrow q \\ \quad \neg 3 \quad q \rightarrow r \\ \quad \neg 4 \quad r \rightarrow m \\ \vdash s \rightarrow m \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8) \quad \neg 1 \quad r \vee t \rightarrow p \wedge q \\ \quad \neg 2 \quad p \rightarrow (w \leftrightarrow s) \\ \quad \neg 3 \quad p \wedge q \rightarrow (r \vee s \rightarrow t \wedge m) \\ \quad \neg 4 \quad (s \vee r \rightarrow t \wedge w) \rightarrow p \\ \vdash (r \vee t) \rightarrow (w \leftrightarrow s) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9) \quad \neg 1 \quad r \rightarrow w \wedge p \wedge q \\ \quad \neg 2 \quad (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow q) \\ \quad \neg 3 \quad (s \vee t \rightarrow s) \rightarrow r \\ \quad \neg 4 \quad w \wedge p \wedge q \rightarrow (p \rightarrow q) \\ \vdash (s \vee t \rightarrow s) \rightarrow (r \rightarrow q) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10) \quad \neg 1 \quad \neg s \vee t \rightarrow (q \rightarrow p \vee r) \\ \vdash q \rightarrow (\neg s \vee t \rightarrow p \vee r) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 11) \quad \neg 1 \quad q \rightarrow (s \rightarrow (t \rightarrow w)) \\ \vdash t \rightarrow (q \rightarrow (s \rightarrow w)) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12) \quad \neg 1 \quad r \rightarrow s \\ \quad \neg 2 \quad s \rightarrow p \wedge q \\ \quad \neg 3 \quad t \wedge r \\ \vdash q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 13) \quad \neg 1 \quad s \rightarrow p \wedge t \\ \quad \neg 2 \quad t \rightarrow w \wedge q \\ \vdash s \rightarrow q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 14) \quad \neg 1 \quad w \rightarrow p \wedge t \\ \quad \neg 2 \quad t \wedge r \wedge s \rightarrow q \\ \quad \neg 3 \quad w \wedge r \wedge s \\ \vdash q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 15) \quad \neg 1 \quad (q \rightarrow s \wedge t) \rightarrow r \wedge t \\ \quad \neg 2 \quad q \rightarrow s \wedge t \\ \quad \neg 3 \quad r \rightarrow (s \wedge t \rightarrow p) \\ \quad \neg 4 \quad q \wedge w \\ \vdash p \wedge t \end{array}$$

16) —1 $r \rightarrow p \wedge q$
 —2 $p \wedge q \rightarrow (s \vee t \rightarrow w)$
 —3 $(s \vee t \rightarrow w) \rightarrow w$
 —4 r
 $\vdash r \wedge w$

17) —1 $r \rightarrow s \wedge t$
 —2 r
 —3 $r \rightarrow p \wedge q$
 $\vdash s \wedge q$

18) —1 $r \rightarrow \neg\neg(s \rightarrow q)$
 —2 $(s \wedge w) \wedge p$
 $\vdash \neg\neg r \rightarrow q$

19) —1 $r \wedge (s \vee t) \rightarrow w$
 —2 r
 —3 $s \wedge t$
 —4 $w \rightarrow p$
 $\vdash p$

20) $\vdash (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow$
 $\rightarrow (p \rightarrow r)$

21) —1 $(p \wedge q \rightarrow r) \wedge$
 $\wedge (p \rightarrow s \wedge t)$
 —2 $p \wedge t$
 —3 $s \wedge t \rightarrow q \wedge (w \vee m)$
 $\vdash r \wedge (w \vee m)$

22) —1 $(r \rightarrow \neg w) \rightarrow (\neg q \rightarrow t)$
 —2 $\neg w \wedge p$
 —3 $t \rightarrow m \wedge s$
 $\vdash \neg q \rightarrow s \vee r$

23) —1 $r \wedge s \rightarrow t \wedge m$
 —2 $r \wedge s$
 $\vdash (t \wedge m) \vee (w \rightarrow m \wedge s)$

24) —1 $r \wedge p \wedge q$
 —2 $r \wedge q \rightarrow w$
 $\vdash w \vee s$

25) —1 $r \rightarrow (s \rightarrow t \wedge m)$
 $\vdash s \rightarrow (r \rightarrow t \vee q \vee p)$

26) —1 $q \wedge p$
 —2 $p \vee r \rightarrow s$
 $\vdash s \vee (t \rightarrow r)$

27) —1 $p \rightarrow r \wedge q$
 —2 $r \wedge m \rightarrow t$
 —3 $q \rightarrow m$
 —4 $p \wedge s$
 $\vdash t \vee m$

28) —1 $t \vee \neg q \rightarrow$
 $\rightarrow (q \vee s) \wedge (\neg r \vee t)$
 —2 $q \rightarrow r$
 —3 $s \rightarrow r$
 $\vdash t \rightarrow r$

29) —1 $(p \vee t) \wedge (m \rightarrow w) \rightarrow$
 $\rightarrow s \vee q$
 —2 $(p \vee t) \wedge (s \rightarrow r)$
 —3 $(m \rightarrow w) \wedge (q \rightarrow r)$
 $\vdash r$

30) —1 $t \vee m$
 —2 $t \rightarrow p$
 —3 $p \rightarrow s$
 —4 $m \rightarrow q$
 —5 $q \rightarrow w \wedge t$
 $\vdash s \vee (w \wedge t)$

31) —1 $s \vee t \rightarrow r$
 —2 $r \vee q \rightarrow m \wedge w$
 $\vdash s \rightarrow m \vee p$

32) —1 $(w \vee r) \wedge (q \vee r)$
 —2 $q \wedge p \rightarrow s$
 —3 $w \vee r \rightarrow t$
 $\vdash s \vee t$

$$\begin{array}{l}
 33) \text{---} 1 \ r \wedge t \rightarrow p \vee s \\
 \text{---} 2 \ r \rightarrow t \\
 \text{---} 3 \ r \wedge (p \rightarrow q \wedge m) \\
 \text{---} 4 \ s \rightarrow w \wedge n \\
 \vdash q \vee w
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 34) \text{---} 1 \ (q \wedge w) \wedge (q \vee r) \\
 \text{---} 2 \ r \wedge (q \wedge s) \rightarrow s \\
 \text{---} 3 \ (q \wedge w) \vee r \rightarrow t \\
 \vdash s \vee t
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 35) \text{---} 1 \ u \vee r \rightarrow p \vee q \\
 \text{---} 2 \ q \rightarrow t \\
 \text{---} 3 \ p \rightarrow m \wedge (s \rightarrow t) \\
 \text{---} 4 \ s \rightarrow w \wedge o \\
 \vdash u \rightarrow t \vee m
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 36) \text{---} 1 \ p \vee (r \wedge m) \rightarrow s \\
 \text{---} 2 \ q \wedge s \rightarrow t \\
 \text{---} 3 \ s \wedge t \rightarrow r \\
 \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 37) \text{---} 1 \ w \vee r \\
 \text{---} 2 \ w \rightarrow q \wedge s \\
 \text{---} 3 \ r \rightarrow p \wedge t \\
 \vdash m \vee (s \vee (r \rightarrow t))
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 38) \text{---} 1 \ \neg\neg(r \wedge t) \\
 \vdash t \vee p
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 39) \text{---} 1 \ \neg\neg(\neg r \rightarrow \neg p \wedge \neg q) \\
 \vdash r \rightarrow (p \wedge q) \vee s
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 40) \text{---} 1 \ q \rightarrow \neg(p \vee s) \\
 \text{---} 2 \ \neg(p \vee s) \rightarrow r \\
 \text{---} 3 \ \neg r \\
 \vdash \neg q
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 41) \text{---} 1 \ s \wedge t \rightarrow \neg q \\
 \vdash q \rightarrow \neg(s \wedge t) \vee (r \rightarrow t)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 42) \text{---} 1 \ (q \vee r) \rightarrow \neg(p \wedge s) \\
 \text{---} 2 \ t \vee m \rightarrow k \vee m \\
 \text{---} 3 \ k \rightarrow q \\
 \text{---} 4 \ m \rightarrow r \\
 \text{---} 5 \ \neg(p \wedge s) \rightarrow \neg(t \vee m) \\
 \vdash \neg(t \vee m)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 43) \text{---} 1 \ s \wedge r \\
 \text{---} 2 \ r \wedge s \rightarrow \neg t \\
 \vdash t \rightarrow \neg r
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 44) \text{---} 1 \ t \vee p \rightarrow q \wedge r \\
 \text{---} 2 \ q \vee w \rightarrow (t \vee p \rightarrow s) \\
 \vdash t \vee p \rightarrow s
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 45) \text{---} 1 \ s \vee p \rightarrow q \\
 \text{---} 2 \ q \rightarrow (w \rightarrow m) \\
 \text{---} 3 \ r \rightarrow s \\
 \text{---} 4 \ r \wedge \neg w \\
 \vdash m
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 46) \text{---} 1 \ \neg(\neg k \vee \neg o) \rightarrow \neg s \\
 \text{---} 2 \ \neg(h \vee m) \wedge (r \rightarrow t) \\
 \text{---} 3 \ \neg r \vee \neg q \leftrightarrow o \wedge k \\
 \text{---} 4 \ (\neg p \rightarrow p) \rightarrow (k \rightarrow w) \\
 \text{---} 5 \ (\neg p \rightarrow m) \wedge (m \rightarrow n) \\
 \vdash \neg r \vee \neg q \rightarrow w \wedge (r \rightarrow t)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 47) \text{---} 1 \ p \wedge q \rightarrow (\neg s \vee \neg r \rightarrow s) \\
 \text{---} 2 \ \neg(\neg p \vee \neg q) \\
 \text{---} 3 \ \neg p \\
 \vdash \neg t \vee s
 \end{array}$$

III. Realizar las deducciones de los siguientes argumentos utilizando reglas básicas y derivadas.

$$\begin{array}{l}
 1) \text{---} 1 \ p \rightarrow q \\
 \text{---} 2 \ q \rightarrow r \\
 \vdash s \rightarrow (p \rightarrow r)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2) \text{---} 1 \ p \rightarrow (q \rightarrow r) \\
 \text{---} 2 \ \neg(p \rightarrow r) \wedge \neg(s \rightarrow \neg q) \\
 \vdash t
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
3) \text{---}1 \ p \rightarrow [(q \rightarrow r) \rightarrow s] \\
\text{---}2 \ (r \wedge \neg s) \vee (s \wedge t) \\
\vdash w \rightarrow (p \rightarrow t)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
4) \text{---}1 \ p \vee \neg q \vee r \rightarrow s \\
\text{---}2 \ p \vee r \rightarrow (t \rightarrow s) \\
\text{---}3 \ \neg s \vee q \\
\vdash t \rightarrow q
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
5) \text{---}1 \ (p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \\
\vdash r \vee s \vee p
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
6) \text{---}1 \ p \rightarrow q \\
\text{---}2 \ \neg(\neg q \rightarrow s) \\
\text{---}3 \ \neg p \wedge r \rightarrow s \\
\vdash \neg r
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
7) \text{---}1 \ (p \vee \neg q) \rightarrow \neg(r \vee \neg t) \\
\text{---}2 \ (q \rightarrow s) \wedge (s \rightarrow p) \\
\vdash t \vee s
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
8) \text{---}1 \ p \rightarrow \neg(q \rightarrow r) \\
\text{---}2 \ (\neg p \rightarrow s) \wedge r \\
\vdash \neg s \rightarrow t
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
9) \text{---}1 \ p \wedge (q \vee r) \\
\text{---}2 \ p \rightarrow \neg r \\
\vdash t \rightarrow (q \wedge p)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
10) \text{---}1 \ p \rightarrow (q \wedge r \rightarrow \neg s) \\
\text{---}2 \ \neg[\neg(s \wedge r) \vee \neg q] \\
\vdash \neg p
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
11) \text{---}1 \ q \wedge r \rightarrow s \\
\text{---}2 \ (r \rightarrow s) \rightarrow t \\
\vdash q \wedge w \rightarrow t
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
12) \text{---}1 \ q \wedge r \rightarrow s \\
\text{---}2 \ (r \rightarrow s) \rightarrow t \\
\vdash \neg t \rightarrow \neg(q \wedge w)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
13) \text{---}1 \ (p \vee q) \vee \neg r \\
\text{---}2 \ r \wedge (q \rightarrow p) \\
\vdash t \rightarrow (s \rightarrow p)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
14) \text{---}1 \ (p \vee q) \rightarrow [\neg(r \vee t) \rightarrow t] \\
\text{---}2 \ p \wedge \neg r \\
\vdash t \vee s
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
15) \text{---}1 \ (t \rightarrow p \vee q) \rightarrow \neg r \\
\text{---}2 \ r \\
\vdash \neg p
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
16) \text{---}1 \ (t \rightarrow p \vee q) \rightarrow \neg r \\
\text{---}2 \ p \wedge \neg s \\
\vdash \neg r \wedge (\neg s \vee w)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
17) \text{---}1 \ p \rightarrow (q \rightarrow r) \\
\text{---}2 \ p \rightarrow (s \rightarrow t) \\
\text{---}3 \ p \wedge \neg r \wedge \neg(\neg q \wedge \neg s) \\
\vdash t \vee (w \wedge u)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
18) \text{---}1 \ p \rightarrow q \\
\text{---}2 \ \neg p \rightarrow \neg s \\
\vdash q \vee r \vee \neg s
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
19) \text{---}1 \ q \vee \neg r \rightarrow \neg p \\
\text{---}2 \ (s \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow q) \\
\vdash (p \rightarrow \neg s) \wedge (\neg p \rightarrow \neg s)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
20) \text{---}1 \ \neg p \vee \neg q \vee r \\
\text{---}2 \ t \vee [q \wedge (w \vee s)] \\
\text{---}3 \ \neg t \\
\vdash p \rightarrow r
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
21) \text{---}1 \ t \rightarrow \neg(s \rightarrow p \vee \neg q) \\
\text{---}2 \ p \vee (\neg q \wedge r) \\
\vdash \neg t \wedge (p \vee r)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
22) \text{---}1 \ \neg p \vee \neg q \rightarrow \neg(r \rightarrow s) \\
\text{---}2 \ s \\
\vdash (\neg p \rightarrow \neg t) \wedge (q \vee t)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
23) \text{---}1 \ (p \vee \neg q) \vee r \\
\text{---}2 \ (\neg q \rightarrow \neg s) \wedge (r \rightarrow \neg s) \\
\text{---}3 \ \neg p \\
\vdash \neg s \vee (q \wedge r)
\end{array}$$

$$24) \begin{array}{l} \text{---}1 (p \vee q) \rightarrow r \vee \neg(s \rightarrow t) \\ \text{---}2 (\neg s \vee t) \wedge \neg r \\ \vdash \neg p \wedge \neg q \end{array}$$

$$25) \begin{array}{l} \text{---}1 \neg p \vee (\neg q \wedge \neg r) \\ \text{---}2 (s \rightarrow p) \wedge (\neg r \rightarrow \neg s) \\ \vdash \neg s \vee (\neg s \wedge t) \end{array}$$

$$26) \begin{array}{l} \text{---}1 p \vee (q \wedge r) \\ \text{---}2 (p \rightarrow s) \wedge \neg q \\ \vdash s \leftrightarrow p \end{array}$$

$$27) \begin{array}{l} \text{---}1 p \wedge q \rightarrow r \\ \text{---}2 \neg q \vee s \\ \text{---}3 \neg s \wedge p \\ \vdash \neg q \wedge (\neg r \rightarrow \neg p \vee \neg q) \end{array}$$

$$28) \begin{array}{l} \text{---}1 \neg p \rightarrow q \\ \text{---}2 \neg(p \wedge \neg r) \wedge \neg(q \wedge \neg r) \\ \vdash r \end{array}$$

$$29) \begin{array}{l} \text{---}1 (p \vee q) \rightarrow \\ \quad \rightarrow (r \rightarrow s) \wedge (r \rightarrow t) \\ \text{---}2 (r \wedge \neg s) \vee (r \wedge \neg t) \\ \vdash \neg q \end{array}$$

$$30) \begin{array}{l} \text{---}1 p \wedge \neg q \rightarrow r \\ \text{---}2 r \rightarrow t \\ \text{---}3 \neg t \\ \vdash \neg p \vee q \vee \neg s \end{array}$$

$$31) \begin{array}{l} \text{---}1 p \wedge q \leftrightarrow r \vee s \\ \text{---}2 \neg(m \wedge \neg n) \\ \text{---}3 w \vee n \\ \text{---}4 (r \rightarrow t) \rightarrow u \wedge (w \rightarrow m) \\ \text{---}5 \neg(n \vee \neg t) \\ \vdash \neg p \vee \neg q \end{array}$$

$$32) \begin{array}{l} \text{---}1 (\neg p \vee t) \rightarrow (s \rightarrow w) \\ \text{---}2 (\neg p \vee t) \rightarrow (\neg w \rightarrow r) \\ \text{---}3 \neg(p \vee w) \\ \vdash \neg s \wedge r \end{array}$$

$$33) \begin{array}{l} \text{---}1 p \vee q \\ \text{---}2 \neg r \rightarrow \neg p \\ \text{---}3 q \rightarrow s \\ \vdash \neg(\neg r \wedge \neg s) \end{array}$$

$$34) \begin{array}{l} \text{---}1 p \rightarrow q \\ \text{---}2 \neg(q \wedge \neg r) \\ \text{---}3 t \wedge \neg(\neg p \wedge \neg s) \\ \text{---}4 r \wedge t \rightarrow s \\ \vdash s \end{array}$$

$$35) \begin{array}{l} \text{---}1 \neg q \vee s \\ \text{---}2 \neg s \vee p \\ \text{---}3 \neg r \rightarrow \neg p \\ \vdash \neg q \vee r \end{array}$$

$$36) \begin{array}{l} \text{---}1 p \rightarrow q \\ \text{---}2 q \rightarrow r \\ \text{---}3 q \rightarrow s \\ \text{---}4 s \rightarrow p \wedge \neg r \\ \vdash \neg(s \vee p) \end{array}$$

$$37) \begin{array}{l} \text{---}1 p \vee q \rightarrow r \vee s \\ \text{---}2 r \rightarrow t \wedge u \wedge w \\ \text{---}3 \neg u \vee \neg t \\ \text{---}4 s \rightarrow \neg p \\ \text{---}5 w \vee m \\ \vdash \neg p \vee l \end{array}$$

$$38) \vdash (p \wedge q \rightarrow r) \leftrightarrow \\ \quad \leftrightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

$$39) \begin{array}{l} \text{---}1 \neg(p \vee q) \\ \text{---}2 \neg q \rightarrow p \vee r \\ \text{---}3 r \vee s \rightarrow \neg t \\ \vdash \neg(t \vee p) \end{array}$$

$$40) \begin{array}{l} \text{---}1 (\neg p \vee \neg q) \wedge (w \vee l) \\ \text{---}2 (r \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow q) \\ \text{---}3 \neg(r \wedge s \wedge l) \rightarrow \\ \quad \rightarrow [\neg(p \wedge t) \rightarrow \neg r \vee \neg m] \\ \text{---}4 \neg(m \wedge r) \\ \vdash p \wedge t \end{array}$$