

Nombre _____ Grupo _____ Nº _____

1º Evaluación **UD 4: Ecuac y Sistemas** Fecha **/2/2022**

"Sólo en las misteriosas ecuaciones del Amor puede encontrarse alguna lógica".
Jonh Nash (Película una Mente Maravillosa)

CALIFICACIÓN

TIEMPO: 50 min PUNTUACIÓN MÁX.: 10

1. (4,5 ptos) Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$

$$4^x \cdot 4 + 2^x \cdot 2^3 = 320 \Rightarrow 4 \cdot 2^{2x} + 8 \cdot 2^x = 320$$

$$(2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 80 = 0 \Rightarrow 2^x = t \Rightarrow t^2 + 2t - 80 = 0$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 320}}{2} = \frac{-2 \pm 18}{2} = \begin{cases} \frac{16}{2} = 8 \\ \frac{-20}{2} = -10 \end{cases}$$

Deshago el cambio de variable.

• $2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$

• $2^x = -10 \Rightarrow$ No tiene soluc.

Soluc. $x = 3$

b) $\log \log \sqrt{3x+1} - \log \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log \log 5$ (Parecido al ejercicio: Hoja 1, ejercicio 7 a) y b))

$$\log \frac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{2x-3}} = \log 10 - \log 5 \Rightarrow \log \frac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{2x-3}} = \log \frac{10}{5}$$

$$\frac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{2x-3}} = 2 \Rightarrow (\sqrt{3x+1})^2 = (2\sqrt{2x-3})^2 \Rightarrow 3x+1 = 4(2x-3)$$

$$1+12 = 8x-3x \Rightarrow 5x = 13 \Rightarrow \boxed{x = \frac{13}{5}}$$

2. (2,5 pts) Resuelve el siguiente sistema indicando el método que utilizas:

$$\begin{cases} \lg x + \lg y = 3 \\ 2\lg x - 2\lg y = -1 \end{cases} \quad x = 10^{5/4}, y = 10^{7/4}$$

$$\begin{cases} \log x y = \log 10^3 \\ \log \frac{x^2}{y^2} = \log 10^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 10^3 \\ \frac{x^2}{y^2} = \frac{1}{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 10^3 \\ x^2 = \frac{y^2}{10} \end{cases}$$

Método sustitución:

$$\begin{cases} y = \frac{10^3}{x} \\ y^2 = 10x^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{(10^3)^2}{x^2} = 10x^2 \Rightarrow \frac{10^6}{x^2} = 10x^2 \Rightarrow x^4 = 10^5 \Rightarrow x = \sqrt[4]{10^5} \Rightarrow x = 10^{5/4}$$

$$y = \frac{10^3}{10^{5/4}} = 10^{3-5/4} = 10^{7/4} \Rightarrow \text{Solución:}$$

$$\begin{cases} x = 10^{5/4} \\ y = 10^{7/4} \end{cases}$$

3. (3 pts) En una empresa se fabrican tres tipos de productos plásticos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos, para cada garrafa 100 gramos y 1 kg para cada bidón.

El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo, en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora. ¿Cuántas botellas, garrafas y bidones se producen cada hora?

Llamamos x al número de botellas, y al de garrafas y z al de bidones.

Expresando los datos en gramos vemos cuántas botellas, cuántas garrafas y cuántos bidones podemos fabricar en una hora utilizando 10 kg (10.000 g) de polietileno:

$$50x + 100y + 1000z = 10000$$

Sabemos que se producen el doble de botellas que de garrafas: $x = 2y$

Y que en total se producen 52 productos: $x + y + z = 52$

Tenemos el siguiente sistema:
$$\begin{cases} 50x + 100y + 1000z = 10000 \\ x - 2y = 0 \\ x + y + z = 52 \end{cases}$$

Lo resolvemos usando el *método de Gauss*:

$$\begin{cases} 50x + 100y + 1000z = 10000 \\ x - 2y = 0 \\ x + y + z = 52 \end{cases} \quad (f_1 : 50) \longrightarrow \begin{cases} x + 2y + 20z = 200 \\ x - 2y = 0 \\ x + y + z = 52 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 52 \\ x - 2y = 0 \\ x + 2y + 20z = 200 \end{cases} \quad \begin{matrix} (f_3 - f_1) \\ (-f_2 + f_1) \end{matrix} \longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 52 \\ 3y + z = 52 \\ y + 19z = 148 \end{cases}$$

$$(3f_3 - f_2) \longrightarrow \begin{cases} x + y + z = 52 \\ 3y + z = 52 \\ 56z = 392 \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = \frac{392}{56} = 7 \Rightarrow 3y + 7 = 52 \Rightarrow 3y = 45 \Rightarrow y = 15$$

$$\Rightarrow x + 15 + 7 = 52 \Rightarrow x = 30$$

En una hora se producen
30 botellas, 15 garrafas y 7 bidones.