

TEMA 4: REPASO Y SISTEMA DE ECUACIONES.

1- (REPASO) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2^{3x} = 0,5^{3x+2}$

e) $3^x + 3^{x+2} = 30$

b) $3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$

f) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

c) $\frac{4^{x+1}}{2^{x+2}} = 186$

g) $2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$

d) $7^{x+2} = 5764801$

h) $4 \log_2(x^2 + 1) = \log_2 625$

SOL.: a) $x=-1/2$; b) $x_1=\sqrt{6}$, $x_2=-\sqrt{6}$; c) $x=7,54$; d) $x=6$; e) $x=-1$; f) $x=0$; g) $x=12$; h) $x_1=2$, $x_2=-2$.

2- Resuelve estos sistemas de ecuaciones lineales utilizando cada vez un método diferente:

a) $\begin{cases} 2x - 11y = -11 \\ 23x + y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 5 = 2y + 1 \\ x - 9 = 1 - 5y \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$

SOL.: a) $x_1=4$, $y_1=7$; $x_2=-2$, $y_2=-5$; b) (2,3), (3,2); c) (17,8); d) (3,-5), (-3,-5).

3- Resuelve estos sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{xy} \\ xy = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y^2 - x^2 = 16 \\ \sqrt{5-4y} - x = -(x+y) \end{cases}$

SOL.: a) $x_1=4$, $y_1=7$; $x_2=-2$, $y_2=-5$; b) (2,3), (3,2); c) (17,8); d) (3,-5), (-3,-5).

4- Resuelve:

a) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \log(x^2 + y) - \log(x - 2y) = 1 \\ 5^{x+1} = 25^{y+1} \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 27 \\ \log x - 1 = \log y \end{cases}$

d) $\begin{cases} \log(2x - y^2) = \log(2 - y) + 1 \\ 3^{x-1} = 27^{y+3} \end{cases}$

SOL.: a) (-4,5), (5,-4); b) (3,1), (-7/2, -9/4); c) (30,3); d) (10,0).

5- Discute, en función de los valores del parámetro m, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 4x + my = 5 \\ -2x + y = 4 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + 2y = -2 \\ -2x + my = 4 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -2x + y = m \end{cases}$

SOL.: a) $m=-2 \rightarrow \text{SI}$; $m \neq -2 \rightarrow \text{SCD}$; b) $m=-4 \rightarrow \text{SCI}$; $m \neq -4 \rightarrow \text{SCD}$ (-2,0); c) $m=-1 \rightarrow \text{SCD}$ (1/2,0); $m \neq -1 \rightarrow \text{SCD}$.

6- Resuelve por el método de Gauss los siguientes sistemas:

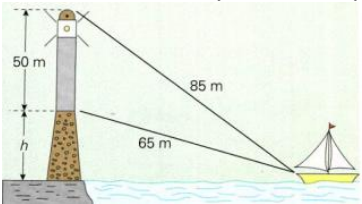
a) $\begin{cases} x - y + 3z = -4 \\ x + y + z = 2 \\ x + 2y - z = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y - z = -4 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x + z = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$

SOL.: a) (1,2,-1) b) (5/7, -3/7, -1); c) (1, 5-λ, λ); d) (1,1,0).

PROBLEMAS

RECORDAR: Para resolver un problema de planteamiento de una ecuación o un sistema se requiere:

- 1) **Leer** atentamente **el enunciado** completo.
- 2) **Identificar lo que nos piden**, y llamarlo **x** (e **y**, si es un sistema).
- 3) **Plantear la ecuación** (o el sistema) que relaciona algebraicamente los datos del enunciado y la(s) incógnita(s) → es recomendable hacer una tabla (en los problemas de edades), o un dibujo (en los de tipo geométrico), o un diagrama (problemas de mezclas, depósitos...), etc.
- 4) **Resolverla**, interpretando los resultados obtenidos de acuerdo con el enunciado.
- 5) **Comprobar** que la(s) solución(es) obtenida(s) verifica(n) las condiciones del enunciado.

- 7- Calcular un número positivo sabiendo que su triple más el doble de su cuadrado es 119. (Soluc: 7)
- 8- Calcular las dimensiones de una finca rectangular sabiendo que su perímetro mide 140 m y su diagonal es de 50 m. (Sol.: 30 y 40 m)
- 9- Una piscina tarda en llenarse 5 horas utilizando su toma de agua habitual, y 20 horas si utilizamos una manguera. ¿Qué tiempo será necesario emplear para su llenado si usamos ambos métodos de forma simultánea? (Sol.: 4 h)
- 10- Yago ha comprado libros, todos del mismo precio, y ha pagado 90 €. Pero por ser buen cliente, Sara, la librera, le regaló 3 más, y así cada libro le cuesta 5 € menos. ¿Cuántos libros se llevó y cuál es el precio que pagó por cada uno? (Soluc.: 9 libros y 10 €)
- 11- En la figura adjunta aparece un faro situado sobre un promontorio. Hallar la altura, h . (Sol: 5 m)
- 
- 12- Una tienda ha vendido 60 ordenadores, cuyo precio original era de 1200€, con un descuento del 20% a unos y un 25% a otros. Si se han recaudado 56400 €, calcula a cuántos ordenadores se rebajó el 25%. (Sol.: 20 ordenadores al 25%)
- 13- En una tienda se vende té blanco a 18 €/kg y té verde a 14 €/kg. También vende una mezcla de ambos productos a 16,4 €/kg. ¿Cuál es la composición de la mezcla? (Soluc.: 60 % de té blanco y 40 % de té verde)
- 14- La suma de las dos cifras de un número es 8. Si al número se le añaden 18 unidades, el número resultante está formado por las mismas cifras en orden inverso. ¿Cuál es ese número? (Sol: 35 m)
- 15- Un tendero invierte 125 € en la compra de una partida de manzanas. Desecha 20 kilos por defectuosas y vende el resto, aumentando 0,40 € cada kilo sobre el precio de compra, por 147 €. ¿Cuántos kilos compró? (Sol: 125 kg)
- 16- Hemos necesitado 10 dm² de cartón para construir una caja de base cuadrada de 2 dm³ de volumen. ¿Cuáles son las dimensiones de la caja? (Sol.: $l_1 = 1$ dm, $h_1 = 2$ dm; $l_2 = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$ dm, $h_2 = \frac{\sqrt{17}+9}{16}$ dm)
- 17- La suma de las edades, en el momento actual, de tres hermanos es de 15 años. Dentro de un año, la edad del menor será la mitad que la edad del mediano. Hace 2 años, la edad del mayor era el doble que la del mediano. Halla las edades de los tres hermanos. (Sol.: 2, 5 y 8 años)
- 18- En una función de teatro se recaudan 5200 €, vendiéndose 200 entradas de tres precios distintos: 30€, 25€ y 10 €. Sabiendo que el número de localidades más económicas suponen un 25 % del número de localidades de 25 €, calcula el número de localidades de cada tipo.

CLASE:

1.- En los grupos A, B y C, del Grado de Economía de una universidad hay matriculados un total de 350 alumnos. El número de matriculados en el grupo A coincide con los del grupo B más el doble de los del grupo C. Los alumnos matriculados en el grupo B más el doble de los del grupo A superan en 250 al quíntuplo de los del grupo C. Calcula el número de alumnos que hay matriculados en cada grupo.

2.- Una empresa ha gastado 33500 € en la compra de un total de 55 ordenadores portátiles de tres clases A, B y C, cuyos costes por unidad son de 900 €, 600 € y 500 € respectivamente. Sabiendo que la cantidad invertida en los de tipo A ha sido las tres cuartas partes que la invertida en los de tipo B, averiguar cuántos aparatos ha comprado de cada clase.

3.- La suma de las edades de una madre y sus dos hijos es de 60 años. Dentro de 10 años la suma de las edades de los hijos será la actual de la madre. Por último, cuando nació el pequeño, la edad de la madre era 8 veces la del hijo mayor. ¿Cuántos años tiene cada uno de los hijos?.