

HOJA 1.

TEMA1: NÚMEROS REALES

- 1- Indica el conjunto más simple al que pertenezcan los siguientes números, exprésalo en notación matemáticas y mediante diagramas:

$$-\sqrt[3]{1}; 4,5; 6; \sqrt{10}; \sqrt[4]{-16}; \sqrt[3]{-2}; 27/5; 27/3 \quad \sqrt{1,3}; \sqrt{5,4}; 5^{-2}; 3^{1/2}; (-27)^{2/3}; \sqrt[5]{-710}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}; \left\{ - \left[\left(\frac{e^{\pi}}{\sqrt{2}} \right)^4 \right]^0 \right\}^{34}$$

- 2- ¿Cuáles de estos números son irracionales? Expresa como fracción los que sea posible.

- a) 3,181818... b) $\sqrt{1,7}$ c) $\sqrt{8}$
 d) 1,020020002... e) -4,0333... f) $\sqrt[3]{81}$
 g) 1,3999... h) 2π

- 3- Representa los siguientes conjuntos:

- a) $(-3, -1)$ b) $[4, +\infty)$ c) $(3, 9]$ d) $(-\infty, 0)$
 e) $\{x / -2 \leq x < 5\}$ f) $[-2, 5) \cup (5, 7]$ g) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ h) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

- 4- Completa:

	REPRES. GRÁFICA	INTERVALO	DEF. MATEMÁTICA
1		$[-1,3]$	
2			
3			
4		$[-2,1)$	
5			$\{x \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 5\}$
6			
7			$\{x \in \mathbb{R} / x < 2\}$
8		$(0, \infty)$	
9			
10		$(-1,5)$	
11			$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 0\}$
12		$[2/3, \infty)$	
13			$\{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 2\}$
14			$\{x \in \mathbb{R} / x < 3\}$
15			$\{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$
16			
17		$[-1,1]$	
18			$\{x \in \mathbb{R} / x < -1\}$
19			

- 5- Averigua y representa para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones:

- a) $|x| = 5$ b) $|x| \leq 5$ c) $|x - 4| = 2$
 d) $|x - 4| \leq 2$ e) $|x - 4| > 2$ f) $|x + 4| > 5$

- 6- Expresa en forma de intervalo los números que cumplen cada una de estas expresiones:

- a) $|x| < 7$ b) $|x| \geq 5$ c) $|2x| < 8$
 d) $|x - 1| \leq 6$ e) $|x + 2| > 9$ f) $|x - 5| \geq 1$

Expresiones con valor absoluto:

RECORDAR: Hay 3 casos posibles ($k > 0$ siempre):

$$|\text{expresión}| = k \begin{cases} \text{expresión} = k \\ \text{expresión} = -k \end{cases}$$

$$|\text{expresión}| < k \Rightarrow -k < \text{expresión} < k$$

$$|\text{expresión}| > k \Rightarrow \text{expresión} < -k \text{ ó } \text{expresión} > k$$

7- Completar:

$a^m \cdot a^n =$	$a^0 =$	$(\text{base negativa})^{\text{par}} =$
$\frac{a^m}{a^n} =$	$a^{-n} =$	$(\text{base negativa})^{\text{impar}} =$
$(a^m)^n =$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} =$	
$(a \cdot b)^n =$	$1^n =$	
$\left(\frac{a}{b}\right)^n =$	$(-1)^{\text{par}} =$	
	$(-1)^{\text{impar}} =$	

Añadir estas fórmulas al formulario matemático de este curso. Utilizando las propiedades anteriores, simplificar la siguiente expresión:

$$\frac{(2^0 \cdot 2^{-1} \cdot 2^3)^3}{\left[\frac{(1/3)^{-2}}{3} + 1\right]^3} =$$

(Sol: 1)

8- **Calcula utilizando potencias de base 2, 3 y 5:**

a) $4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^3$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{8}$

c) $\frac{(-5)^3 \cdot (-8)^3 \cdot (-9)^2}{15^2 \cdot 20^4}$

d) $\frac{(-30)^{-1} \cdot 15^2}{10^3}$

9- **Simplifica, utilizando las propiedades de las potencias:**

a) $\frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5}$

b) $\frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5}$

c) $\frac{15^2 \cdot 8^{-1}}{6^3 \cdot 10^2}$

d) $\frac{a^{-3} \cdot b^{-4} \cdot c^7}{a^{-5} \cdot b^2 \cdot c^{-1}}$

10- **Expresa los siguientes radicales mediante potencias de exponente fraccionario y simplifica:**

a) $\sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt{a}$

b) $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$

11- Completar:

Definición de raíz n-ésima	$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow$
Casos particulares de simplificación	$\sqrt[n]{x^n} =$
	$(\sqrt[n]{x})^n =$
Equivalencia con una potencia de exponente fraccionario	$\sqrt[n]{x^m} =$
Simplificación de radicales/índice común	$\sqrt[n \cdot p]{x^{m \cdot p}} =$
Producto de raíces del mismo índice	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} =$
Cociente de raíces del mismo índice	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} =$
Potencia de una raíz	$(\sqrt[n]{a})^m =$
Raíz de una raíz	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} =$
Introducir/Extraer factores	$x \cdot \sqrt[n]{a} =$

12- Simplifica.

a) $\sqrt[9]{x^{12}}$

b) $\sqrt[12]{x^8}$

c) $\sqrt[5]{y^{10}}$

d) $\sqrt[6]{8}$

e) $\sqrt[9]{64}$

f) $\sqrt[8]{81}$

13- ¿Cuál es mayor, $\sqrt[4]{31}$ o $\sqrt[3]{13}$?

14- Reduce a índice común.

a) $\sqrt[12]{a^5}$ y $\sqrt[18]{a^7}$

b) $\sqrt[3]{51}$ y $\sqrt[9]{132650}$

15- Simplifica.

a) $(\sqrt{\sqrt{k}})^8$

b) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}$

c) $\sqrt[3]{(\sqrt{x})^6}$

16- Reduce.

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2}$

b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{3}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2}$

d) $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{4}$

e) $\sqrt[4]{125} \cdot \sqrt{5}$

f) $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt{3}$

17- Simplifica.

a) $\frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}}$

b) $\frac{\sqrt{a \cdot b}}{\sqrt[3]{a \cdot b}}$

c) $\frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$

d) $\frac{\sqrt[4]{a^3 \cdot b^5 \cdot c}}{\sqrt{a \cdot b^3 \cdot c^3}}$

18- Reduce.

a) $\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}}$

c) $\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt{3}}$

19- Suma y simplifica.

a) $5\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$

b) $\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{2}$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$

d) $\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$

e) $\sqrt{50a} - \sqrt{18a}$

f) $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{250}$

20- Racionaliza denominadores y simplifica cuanto puedas.

a) $\frac{5}{\sqrt{7}}$

b) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$

c) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

d) $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$

e) $\frac{3}{\sqrt{50}}$

f) $\frac{4}{\sqrt{18}}$

g) $\frac{2}{\sqrt[3]{25}}$

h) $\frac{1}{\sqrt[3]{40}}$

i) $\frac{3}{\sqrt[3]{36}}$

j) $\frac{2}{\sqrt[3]{100}}$

21- Racionaliza denominadores y simplifica cuanto puedas.

a) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

b) $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

c) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$

d) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

e) $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

f) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

g) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

h) $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

EXTRA:

$$\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}} \quad \left(\text{Sol: } \frac{1+\sqrt{6}-2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2} \right)$$

22- Pasar a notación científica los siguientes números:

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| a) 300.000.000= | h) 0,0000093= |
| b) 456= | i) 1.230.000.000.000= |
| c) 0,5= | j) 14 billones €= |
| d) 0,0000000065= | k) 150 millones \$= |
| e) 18.400.000.000= | l) 7,3= |
| f) 0,000001= | m) 73= |
| g) -78986,34= | n) 0,00010001= |

23- Realizar las siguientes operaciones de dos formas distintas (y comprobar que se obtiene el mismo resultado):

- Sin calculadora, aplicando sólo las propiedades de las potencias.
- Utilizando la calculadora científica.

- | | | |
|--|--|--|
| a) $2,5 \cdot 10^7 + 3,6 \cdot 10^7 =$ | e) $3,2 \cdot 10^8 - 1,1 \cdot 10^8 =$ | i) $\frac{8,4 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^7} =$ |
| b) $4,6 \cdot 10^{-8} + 5,4 \cdot 10^{-8} =$ | f) $7,28 \cdot 10^{-3} - 5,12 \cdot 10^{-3} =$ | j) $\frac{(3,2 \cdot 10^{-3})(4 \cdot 10^5)}{2 \cdot 10^{-8}} =$ |
| c) $1,5 \cdot 10^6 + 2,4 \cdot 10^5 =$ | g) $4,25 \cdot 10^7 - 2,14 \cdot 10^5 =$ | k) $(2 \cdot 10^5)^2 =$ |
| d) $2,3 \cdot 10^9 + 3,25 \cdot 10^{12} =$ | h) $(2 \cdot 10^9) \cdot (3,5 \cdot 10^7) =$ | |

24- En una balanza de precisión pesamos cien granos de arroz, obteniendo un valor de 0,0000277 kg. ¿Cuántos granos hay en 1000 toneladas de arroz? Utilícese **notación científica**. (Sol: $3,61 \cdot 10^{12}$ granos)

25- Calcular el volumen aproximado (en m^3) de la Tierra, tomando como valor medio de su radio 6378 km, dando el resultado en **notación científica** con dos cifras decimales. (Volumen de la esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$)
(Sol: $1,08678 \cdot 10^{21} m^3$)

26- Utilizando la definición, hallar los siguientes logaritmos:

- | | | | | |
|------------------|----------------------|---------------------|-------------------|-----------------------|
| a) $\log_3 9$ | e) $\log_2 \sqrt{2}$ | i) $\log_4 64$ | m) $\log_4 256$ | q) $\log_2 1024$ |
| b) $\log_3 81$ | f) $\log_2 \sqrt{8}$ | j) $\log_{10} 0,01$ | n) $\log_4 1/64$ | r) $\log_2 1/64$ |
| c) $\log_3 1/9$ | g) $\log_{10} 1000$ | k) $\log_4 1/16$ | o) $\log_2 0,125$ | s) $\log_3 \sqrt{27}$ |
| d) $\log_3 (-9)$ | h) $\log_4 2$ | l) $\log_5 0,2$ | p) $\log_4 1$ | t) $\log_2 \log_2 4$ |

(Soluc: a) 2; b) 4; c) -2; d) 3; e) 1/2; f) 3/2; g) 3; h) 1/2; i) 3; j) -2; k) -2; l) -1; m) 4; n) -3; o) -3; p) 0; q) 10; r) -6; s) 3/2; t) 1)

27- Calcular los logaritmos decimales de los siguientes números (sin calculadora) y comprobar el resultado:

- | | | | | | |
|-----------|--------------|----------|----------------|-----------|--------------|
| a) 10.000 | b) 1.000.000 | c) 0,001 | d) 1/1.000.000 | e) 10^8 | f) 10^{-7} |
| g) 10 | h) 1 | | | | |

(Soluc: a) 4; b) 6; c) -3; d) -6; e) 8; f) -7; g) 1; h) 0)

28- Utilizando la definición de logaritmo, hallar el valor de x en cada una de las igualdades siguientes:

- | | | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------|
| a) $\log_2 8 = x$ | f) $\log_3 x = -2$ | k) $\log_x 25 = -1$ | p) $\log_x 2 = 0$ | u) $\log_x 1 = 0$ |
| b) $\log_2 1/8 = x$ | g) $\log_x 49 = 2$ | l) $\log_{1/100} 100 = x$ | q) $\log_{0,25} x = 2$ | |
| c) $\log 100 = x$ | h) $\log_x 8 = 3$ | m) $\log_x 0,01 = 2$ | r) $\log_2 (-16) = x$ | |
| d) $\log_3 x = 3$ | i) $\ln e^3 = x$ | n) $\ln x = -1/2$ | s) $\log_x 125 = -3$ | |
| e) $\ln x = 2$ | j) $\log_x 64 = 1$ | o) $\log_{1/36} x = 2$ | t) $\log_3 \log_3 3 = x$ | |

(Soluc: a) 3; b) -3; c) 2; d) 27; e) e^2 ; f) 1/9; g) 7; h) 2; i) 3; j) 64; k) 1/25; l) -1; m) 0,1; n) $\sqrt[3]{e/e}$; o) 1/1296; p) 3; q) 0,0625; r) 3; s) 1/5; t) 0 u) $\forall \mathbb{R}$)

29- Calcula la base de estos logaritmos:

a) $\log_x 125 = 3$

b) $\log_x \frac{1}{9} = -2$

c) $\log_x \frac{1}{4} = 2$

d) $\log_x 2 = \frac{1}{2}$

e) $\log_x 0,04 = -2$

f) $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$

Sol: a) 5, b) 3, c) $\frac{1}{2}$, d) 4, e) 5, f) $\frac{1}{16}$

30- Calcula el valor de x en estas igualdades:

a) $\log 3^x = 2$

b) $\log x^2 = -2$

c) $7^x = 115$

d) $5^{-x} = 3$

e) $\log_7 3x = 0,5$

f) $3^{2+x} = 172$

Sol: a) 4,19, b) $\frac{1}{10}$, c) 2,438, d) -0,683, e) $\frac{\sqrt{7}}{3}$, f) 2,685

31- Sabiendo que $\log x = 0,28$ calcula el valor de:

a) $\log \frac{\sqrt[3]{x^2}}{100}$

b) $\log 1000x^3$

c) $\log \frac{1}{\sqrt{x}}$

d) $\log 10x + \log \frac{1}{x^2}$

Sol: a) -1,813, b) 3,84, c) -0,14, d) 0,72

32- Halla el valor de x en estas expresiones:

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b) $\log x = \log 36 - \log 9$

c) $\ln x = 3 \ln 5 - 2 \ln 10$

d) $\log x = 3 \log 2 - \frac{1}{2} \log 25$

Sol: a) 221, b) 4, c) $\frac{5}{4}$, d) $\frac{8}{5}$

33- Averigua, en cada caso, la relación entre x , y , z .

a) $\log z = 2 \log x - \log y$

b) $\log z = 2 - \log x - \frac{1}{2} \log y$

c) $\log z = 1 - \frac{1}{2} (\log x - \log y)$

d) $\ln z = 1 - 2 \ln x + 2 \ln y$

Sol: $z = \frac{x^2}{y}$ $z = \frac{100}{x\sqrt{y}}$ $z = \frac{10\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$ $z = \frac{e \cdot y^2}{x^2}$

34- Si $x \neq 0$, explica si estas afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) x^{-2} es negativo si lo es x .

b) $\sqrt[3]{x}$ tiene el mismo signo que x .

c) Si $x > 0$ entonces $\sqrt{x} < x$.

35- ¿Cuáles de estas igualdades son verdaderas? Explica por qué:

a) $\log m + \log n = \log (m + n)$

b) $\log m - \log n = \frac{\log m}{\log n}$

c) $\log m - \log n = \log \frac{m}{n}$

d) $\log x^2 = \log x + \log x$

e) $\log (a^2 - b^2) = \log (a + b) + \log (a - b)$

Autoevaluación

1 Clasifica los siguientes números indicando a cuáles de los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ o $\mathbb{R}$ pertenecen:

$$-\frac{58}{45}; \frac{51}{17}; \frac{\pi}{3}; \sqrt[4]{-3}; \sqrt[3]{-8}; \sqrt[5]{2^3}; 1,0\widehat{7}$$

2 Expresa en forma de intervalo.

a) x es mayor que -2 y menor o igual que 5 .

b) $|x - 4| < 5$

3 Escribe como potencia y simplifica.

$$(\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}) : (a\sqrt{a})$$

4 Calcula y simplifica: $\sqrt{\frac{125}{27}} - \sqrt{\frac{3}{5}}$

5 Racionaliza.

a) $\frac{4 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$

b) $\frac{2}{3 - \sqrt{3}}$

6 Simplifica: $\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{175}$

8 Aplica la definición de logaritmo y obtén x .

a) $\log_3 x = -1$

b) $\log x = 2,5$

c) $\ln x = 2$

9 Calcula x en cada caso.

a) $2,5^x = 0,0087$

b) $1,005^{3x} = 143$

10 Expresa como un solo logaritmo y di el valor de A :

$$\log 5 + 2 \log 3 - \log 4 = \log A$$

11 Si $\log k = 0,8$, ¿cuál es el valor de $\log 10k^3 + \log \frac{\sqrt{k}}{100}$?

12 El área total de un cubo es 12 cm^2 . ¿Cuál es el área total del cilindro inscrito en el cubo? Da el valor exacto.

