

## Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Manexar as expresións alxébricas e calcular o seu valor numérico.
- Recoñecer os polinomios e o seu grao.
- Sumar, restar e multiplicar polinomios.
- Sacar factor común.
- Coñecer e utilizar as identidades notables.

Antes de empezar

1. Monomios e Polinomios ..... páx. 28  
Expresións alxébricas  
Expresión en coeficientes  
Valor numérico dun polinomio

2. Operacións con polinomios ..... páx. 30  
Suma e diferenza  
Produto  
Factor común

3. Identidades notables ..... páx. 32  
Suma ao cadrado  
Diferenza ao cadrado  
Suma por diferenza

Exercicios para practicar

Para saber máis

Resumo

Autoavaliación

Actividades para enviar ao titor



## Antes de empezar

12 falanxes que se contan co pulgar, dan lugar ao sistema de base 12.

8h. 17m. 16s.  
 $(8 \cdot 60^2 + 17 \cdot 60 + 16)s.$

Valor  
 $3^2 + 3 + 17 = 29$   
 $x^2 + x + 17$

Valor  
 $7^2 + 7 + 17 = 73$   
 $x^2 + x + 17$

### Expresións polinómicas e valor numérico

Se o número 235 está dado en **base 10** a súa expresión polinómica é

$$2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 5, \text{ valor numérico en } 10 \text{ da expresión } 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 5.$$

Para medir ángulos ou o tempo úsase a **base sesaxesimal**, así 2 horas 3 minutos 5 segundos é igual a

$$2 \cdot 60^2 + 3 \cdot 60 + 5 \text{ segundos, valor numérico en } 60 \text{ de } 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 5.$$

Para expresar a cantidade de color utilízase o sistema de **base 16** ou **hexadecimal**, así 48 neste sistema é igual a

$$4 \cdot 16 + 8 \text{ en base } 10, \text{ valor numérico en } 16 \text{ da expresión } 4 \cdot x + 8.$$

A linguaxe dos ordenadores esta baseada no **sistema binario ou de base 2**, con só dúas cifras o 0 e o 1; o valor decimal da expresión binaria 11001 é

$$2^4 + 2^3 + 1, \text{ valor numérico en } 2 \text{ da expresión } x^4 + x^3 + 1.$$

# Polinomios

## 1. Monomios e polinomios

### Expresións alxébricas

Son moitas as situacións nas que se utilizan expresións alxébricas (sumas, diferenzas, produtos cocientes e potencias de números e letras), na dereita preséntanse algunhas.

Cando a expresión alxébrica é destes tipos:

$$3xy^2; 2x^{10}; \frac{3}{4} \cdot x^2 \cdot y^5$$

só con produtos de números e potencias de variables de expoñente natural, denomínase **monomio**. **A suma de varios monomios é un polinomio.**

Observa como se determinan o **grao** e os **coeficientes** dos exemplos:

$3xy^4$  é un monomio de dúas variables con **coeficiente 3** de **grao 5**, un por a x e catro por a y.

O coeficiente de  $\frac{3}{4} x^2 y^5$  é  $\frac{3}{4}$  e o **seu grao 7**.

O polinomio  $3x^5 + 4x^2 - 2$  é de **grao 5**, o maior grao dos seus monomios, os seus coeficientes son:

**3** de grao 5, **0** de 4, **0** de 3, **4** de 2, **0** de 1 e **-2** de 0.

### Expresión en coeficientes

Un polinomio pódese definir mediante a expresión en coeficientes, que consiste en dar todos os seus coeficientes ordenados, empezando polo de grao maior e terminando polo de grao cero así  $x^2 + 2x$  exprésase por **1 2 0**.

Máis exemplos

Polinomio	Coefficientes
$\sqrt{2} x^3$	$\sqrt{2}$ 0 0 0
$2x^3 - \frac{4}{5}$	2 0 0 $-\frac{4}{5}$
$x^3 + 4x^2 + 3x - 2$	1 4 3 -2

É claro que dous polinomios son iguais se e só se coinciden as súas expresións en coeficientes.

### Valor numérico dun polinomio

A notación numérica utilizada ten moito que ver cos polinomios. Se no polinomio de coeficientes **5 2 3**,

$$5x^2 + 2x + 3$$

substituímos a x por 10, resulta

$$5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3 = 523,$$

volvemos á expresión en coeficientes do polinomio, igual ocorre no sistema sesaxesimal có que contamos as horas, minutos e segundos, se no polinomio anterior substituímos a x por 60

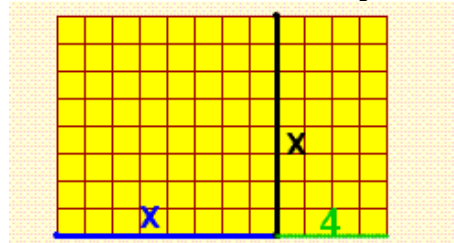
$$5 \cdot 60^2 + 2 \cdot 60 + 3$$

obtemos os 18123 segundos que hai en

$$5 \text{ horas } 2 \text{ minutos e } 3 \text{ segundos.}$$

523 é o valor numérico do polinomio en 10 e 18123 é o valor numérico dese mesmo polinomio en 60.

a) Acha a expresión alxébrica que da o número de cadradiños do rectángulo.



b) Que monomio nos da os km percorridos a unha velocidade de x km/h durante t horas?



Solucións: a)  $x^2 + 4x$  b)  $x \cdot t$

Polinomio	$3x^4 + 0x^3 + 1x^2 + (-5)x^1 + 3x^0$
Manera usual de escribir el polinomio	$3x^4 + x^2 - 5x + 3$

$$P(x) = x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 4x^2$$

$$Q(x) = x^5 + ax^4 - 2x^3 - 4x^2$$

Se  $P(x) = Q(x)$ ,  $a = 2$

$$P(x) = -\frac{5}{3}x^3 + \frac{5}{6}x^2 + \frac{3}{4}$$

Valor de x  $\rightarrow$

$$P(-1) = -\frac{5}{3}(-1)^3 + \frac{5}{6}(-1)^2 + \frac{3}{4}$$

Valor do polinomio en -1  $\rightarrow$   $\frac{13}{4}$


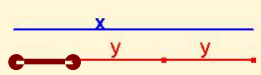
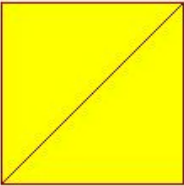
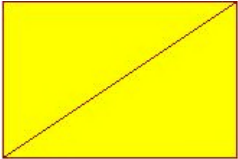


Podés utilizar a calculadora para achar o valor numérico dun polinomio. Lembra que para realizar a potencia  $2^4$  utilízase a tecla  $x^y$ .

$$2 \ x^y \ 4 = \rightarrow 16$$

## EXERCICIOS resoltos

1. Escribe as expresións alxébricas asociadas a cada imaxe

<p><b>x</b> <b>Área do rectángulo</b></p> <p><b>y</b></p>	 <p>Volume, aresta = x</p>	<p>Lonxitude do segmento marrón</p> 	<p>Que polinomio expresa a <b>media aritmética</b> de dous números x, y</p>
<p>O triplo dun número menos cinco</p>	<p>A suma dos cadrados de dous números</p>	 <p>A diagonal dun cadrado de lado x</p>	 <p>A diagonal dun rectángulo de base x e altura y</p>

Solucións

<p><math>x \cdot y</math> Polinomio de grao 2 e dúas variables</p>	<p><math>x^3</math> Monomio de grao 3</p>	<p><math>x-2y</math> Polinomio de grao 1 Dúas variables</p>	<p><math>0,5x+0,5y</math> Polinomio de grao 1 Dúas variables</p>
<p><math>3x-5</math> Polinomio de grao 1 Unha variable</p>	<p><math>x^2+y^2</math></p>	<p><math>\sqrt{2} \cdot x</math></p>	<p><math>\sqrt{x^2 + y^2}</math></p>

2.

<b>x</b>	<b>-4</b>	O grao de P(x) é <b>7</b>
<b>-5</b>	<b>-2</b>	O coeficiente de maior grao é <b>-2</b>
<b>+5</b>	<b>x<sup>7</sup></b>	O coeficiente de grao 3 é <b>-5</b>
<b>x<sup>5</sup></b>	<b>x<sup>2</sup></b>	O coeficiente de grao 2 é <b>-3</b>
<b>x<sup>3</sup></b>	<b>-3</b>	O coeficiente de grao 1 é <b>5</b>
Os demais coeficientes son cero		

Solución

$$P(x) = -2x^7 - 4x^5 - 5x^3 - 3x^2 + 5x$$

3. Acha a expresión en coeficientes dos polinomios  $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$ ;

$$Q(x) = x^3 - 4; \quad R(x) = 0,5x^2 + 3x$$

As respectivas expresións en coeficientes son:

$$P(x) \rightarrow 3 \quad -2 \quad 1; \quad Q(x) \rightarrow 1 \quad 0 \quad 0 \quad -4; \quad R(x) \rightarrow 0,5 \quad 3 \quad 0$$

4. Escribe as expresións polinómicas dos polinomios cuxa expresión en coeficientes é:

$$P(x) \rightarrow 1 \quad 0 \quad 3 \quad -1; \quad Q(x) \rightarrow 3 \quad 2 \quad 0 \quad 0; \quad R(x) \rightarrow 3/2 \quad -3 \quad 0 \quad 5$$

$$P(x) = x^3 + 3x - 1; \quad Q(x) = 3x^3 + 2x^2; \quad R(x) = 3/2 x^3 - 3x^2 + 5$$

5. Acha o valor numérico en 1, 0 e -2 dos seguintes polinomios:

POLINOMIO	Valor en 1	Valor en 0	Valor en -2
$x^5 - 2x^3 - x^2$	-2	0	-20
$x^2/5 - 1$	-4/5	-1	-1/5
$-2x^3 + \pi x^2$	$-2 + \pi$	0	$16 + 4\pi$
$-x^3 + 1,2x^2 - 1/5$	0	-1/5	63/5
$-\sqrt{2} x^2 + 1$	$-\sqrt{2} + 1$	1	$-4\sqrt{2} + 1$

# Polinomios

## 2. Operacións

### Suma e diferenza

Para sumar ou restar polinomios xúntanse os monomios de igual grao e súmanse ou réstanse

$$\begin{aligned} P(x) &= 5x^3 + 2x^2 + 3x + 4 \\ Q(x) &= 6x^3 + 7x^2 + 5x + 1 \\ P(x) + Q(x) &= 5x^3 + 2x^2 + 3x + 4 + 6x^3 + 7x^2 + 5x + 1 = \\ &= 5x^3 + 6x^3 + 2x^2 + 7x^2 + 3x + 5x + 4 + 1 = \\ &= \mathbf{11x^3 + 9x^2 + 8x + 5} \end{aligned}$$

Analogamente

$$P(x) - Q(x) = -x^3 - 5x^2 - 2x + 3$$

Para operar con polinomios pode resultar cómodo pasar á súa expresión en coeficientes.

$$\begin{aligned} \text{Suma } P(x) &= 8x^4 + x^2 - 5x - 4 \\ Q(x) &= 3x^3 + x^2 - 3x - 2 \end{aligned}$$

Súmanse os coeficientes de igual grao:

P(x) →	8	0	1	-5	-4
Q(x) →		3	1	-3	-2
P(x)+Q(x) →	8	3	2	-8	-6

$$P(x) + Q(x) = 8x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 8x - 6$$

### Produto

Os polinomios multiplícanse monomio a monomio, aplicando a propiedade distributiva do produto, así se  $P(x) = 2x^3 + 3x + 4$  e  $Q(x) = x^2 + 5x$

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (2x^3 + 3x + 4) \cdot (x^2 + 5x) = \\ &= 2x^3x^2 + 3xx^2 + 4x^2 + 2x^35x + 3x5x + 4 \cdot 5x = \\ &= 2x^5 + 3x^3 + 4x^2 + 10x^4 + 15x^2 + 20x \end{aligned}$$

E ordenamos os monomios segundo o seu grao,

$$2x^5 + 10x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 15x^2 + 20x = \mathbf{2x^5 + 10x^4 + 3x^3 + 19x^2 + 20x}$$

$$P(x) = 3x^3 + 5x - 4$$

$$Q(x) = x^2 - x + 2$$

Multiplícanse coeficiente a coeficiente:

P(x) →	3	0	5	-4		
Q(x) →		1	-1	2		
		6	0	10	-8	
		-3	0	-5	4	
	3	0	5	-4		
P(x)·Q(x) →	3	-3	11	-9	14	-8

$$P(x) \cdot Q(x) = 3x^5 - 3x^4 + 11x^3 - 9x^2 + 14x - 8$$

### Factor $x^n$

Dous monomios poden ter como factor común unha potencia de  $x$  e un factor dos seus coeficientes. Os monomios do seguinte polinomio

$$6x^5 + 15x^2$$

teñen en común a potencia  $x^2$  pois  $x^5 = x^3 \cdot x^2$

$$6x^3x^2 + 15x^2 = (6x^3 + 15)x^2$$

e os seus coeficientes, 6 e 15 teñen como factor común o número 3 pois  $6 = 2 \cdot 3$  e  $15 = 5 \cdot 3$ ,

$$(6x^3 + 15)x^2 = (2 \cdot 3 \cdot x^3 + 5 \cdot 3)x^2 = (2x^3 + 5)3x^2$$

$$\begin{aligned} \text{Diferenza } P(x) &= 3x^3 + x^2 + 5x + 4 \\ Q(x) &= 3x^3 + 3x + 2 \end{aligned}$$

Réstanse os coeficientes de igual grao:

P(x) →	3	1	5	4
Q(x) →	3	0	3	2
P(x)-Q(x) →		1	2	2
P(x)-Q(x) →				$x^2 + 2x + 2$

Observa o grao do resultado:  
 $\mathbf{gr(P \pm Q) \leq \max(gr(P), gr(Q))}$

Para multiplicar o paréntese por 4 hai que multiplicar os dous monomios.

$$\begin{aligned} (x^2 + 3x) \cdot 4 \\ (x^2 \cdot 4 + 3x \cdot 4) \end{aligned}$$

$$\mathbf{gr(P \cdot Q) = gr(P) + gr(Q)}$$

$$\begin{aligned} 2x^9 + x^6 - 3x^4 = \\ = 2 \cdot x^4 \cdot x^5 + x^4 \cdot x^2 - 3 \cdot x^4 \end{aligned}$$

$x^4$  está en todos os sumandos.

$$\begin{aligned} 2x^9 + x^6 - 3x^4 = \\ = x^4 \cdot (2x^5 + x^2 - 3) \end{aligned}$$

Sacouse factor común unha potencia de  $x$ .

$P(x) = 18x^6 + 27x^4$
Factor común → $9x^4$
$P(x) = (2x^2 + 3)9x^4$

## EXERCICIOS resoltos

6. Acha  $P(x)+Q(x)$  e  $3\cdot P(x)-Q(x)$

$$P(x)=x^4+2x^3+3x \quad Q(x)=2x^3+x^2-3x+5$$

$P(x) \rightarrow \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \end{array}$ $Q(x) \rightarrow \begin{array}{cccc} 2 & 1 & -3 & 5 \end{array}$ $P(x)+Q(x) \rightarrow \begin{array}{cccc} 1 & 4 & 1 & 0 & 5 \end{array}$	$3\cdot P(x) \rightarrow \begin{array}{cccc} 3 & 6 & 0 & 9 & 0 \end{array}$ $Q(x) \rightarrow \begin{array}{cccc} 2 & 1 & -3 & 5 \end{array}$ $3\cdot P(x)-Q(x) \rightarrow \begin{array}{cccc} 3 & 4 & -1 & 12 & -5 \end{array}$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$P(x)+Q(x)=x^4+4x^3+x^2+5$$

$$3\cdot P(x)-Q(x)=3x^4+4x^3-x^2+12x-5$$

7. Multiplica  $P(x)=x^3+6x^2+4x-6$  por  $Q(x)=x^3+3x^2+5x-2$

$P(x) \rightarrow$	<u>1</u> 6 4 -6
$Q(x) \rightarrow$	<u>1</u> 3 5 -2
	-2 -12 -8 12
	5 30 20 -30
	3 18 12 -18
	<u>1</u> 6 4 -6
$P(x)\cdot Q(x) \rightarrow$	1 9 27 34 -10 -38 12

$$P(x)\cdot Q(x)=x^6+9x^5+27x^4+34x^3-10x^2-38x+12$$

8. Resta  $P(x)$  e  $Q(x)$

Multiplica  $P(x)$  e  $Q(x)$

$$P(x)=5x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{5}x$$

$$Q(x)=x^3 - \frac{5}{2}x$$

$$P(x)-Q(x)=4x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{10}x$$

$$P(x)=-5x^{10} + 2x^8$$

$$Q(x)=-5x^9 + x^8$$

$$P(x)\cdot Q(x)=25x^{19} - 5x^{18} - 10x^{17} + 2x^{16}$$

9. Sacar factor común

$P(x)=4x^{13} - 4x^{11} - 6x^5 - 3x^4$	$P(x)=x^4 \cdot (4x^9 - 4x^7 - 6x - 3)$
$P(x)=-8x^{10} + 6x^9 - 2x^3 - 4x^2$	$P(x)=-2x^2 \cdot (4x^8 - 3x^7 + x + 2)$
$P(x)=6x^5 + x^2 - 4x$	$P(x)=x \cdot (6x^4 + x - 4)$

# Polinomios

## 3. Identidades notables

### Suma ao cadrado

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Demostración

$$\begin{array}{r} \phantom{x} \quad a \quad b \\ x \quad a \quad b \\ \hline \phantom{x} \quad ab \quad b^2 \\ a^2 \quad ab \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

A suma ao cadrado é igual a  
cadrado do 1º  
+dobre do 1º polo 2º  
+cadrado do 2º

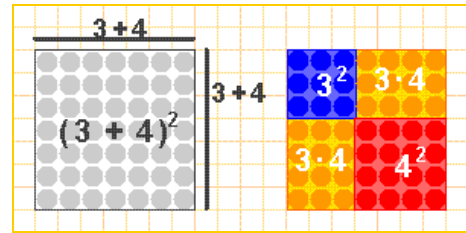
### Diferenza ao cadrado

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

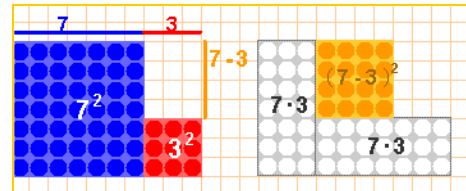
Demostración

$$\begin{array}{r} \phantom{x} \quad a \quad -b \\ x \quad a \quad -b \\ \hline \phantom{x} \quad -ab \quad b^2 \\ a^2 \quad -ab \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

A diferenza ao cadrado é igual a  
cadrado do 1º  
-dobre do 1º polo 2º  
+cadrado do 2º



O cadrado de  $a+b$  é igual a  $a^2+2ab+b^2$



Se a  $a^2+b^2$  lle quitamos  $2ab$ , queda  $(a-b)^2$

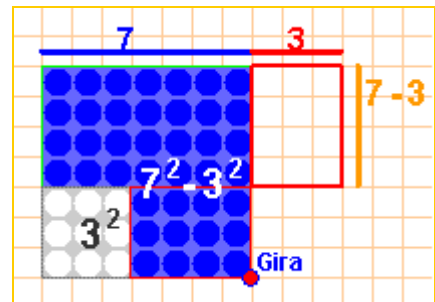
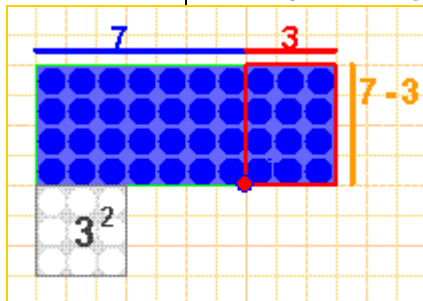
### Suma por diferenza

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

A suma por diferenza é igual á diferenza de cadrados.

Demostración

$$\begin{array}{r} \phantom{x} \quad a \quad b \\ x \quad a \quad -b \\ \hline \phantom{x} \quad -ab \quad -b^2 \\ a^2 \quad ab \\ \hline a^2 \quad -b^2 \end{array}$$



Arriba en azul vemos a diferenza de cadrados e á esquerda a suma pola diferenza, basta xirar un rectángulo e trasladalo para ver que as dúas figuras azuis coinciden.

Debes aprender estas igualdades nos dous sentidos, é dicir, se nos dan a expresión

$$x^2 - 6x + 9$$

debemos identificala con

$$(x - 3)^2$$

e se nos dan a expresión

$$(2x - 5)^2$$

expresarémola como

$$4x^2 - 20x + 25$$

Analogamente, debemos recoñecer a diferenza de cadrados como suma por diferenza:

$$24^2 - 23^2 = 1 \cdot (24 + 23) = 24 + 23$$

E saberemos ver a suma por diferenza como diferenza de cadrados:

$$(x + 3) \cdot (x - 3) = x^2 - 9$$

### CÁLCULO MENTAL

$$121^2 - 120^2$$

Se se aplican as identidades notables basta sumar 121 e 120 para facer este cálculo.



## EXERCICIOS resoltos

10. Observa como se aplican as identidades notables

**Para desenvolver  $(x+5)^2$**

Cadrado do  $1^0 \rightarrow x^2$ . Dobre do  $1^0$  polo  $2^0 \rightarrow 2 \cdot x \cdot 5 = 10x$ . Cadrado do  $2^0 \rightarrow 5^2 = 25$

polo tanto  $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$

**Para descompoñer o polinomio  $x^2 - 8x + 16$**  inténtase ver un dos membros dunha identidade notable, ao ser os signos dos coeficientes alternativos, + - +, compárase coa diferenza ao cadrado.

$16 = 4^2$  e  $8x = \text{dobre de } x \text{ por } 4 \rightarrow x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$

**Para descompoñer o polinomio  $4x^2 - 9$**  inténtase ver se é unha identidade notable, ao ser 0 o coeficiente de grao un compárase coa diferenza de cadrados

$4x^2 = (2x)^2$ ;  $9 = 3^2 \rightarrow 4x^2 - 9 = (2x+3) \cdot (2x-3)$

11. Desenvolve as seguintes expresións

Expresión	Solución	Expresión	Solución
$(x+1)^2$	$x^2 + 2x + 1$	$(x-1)^2$	$x^2 - 2x + 1$
$(2x+1)^2$	$4x^2 + 4x + 1$	$(3-2x)^2$	$4x^2 - 12x + 9$
$(3x/2+5)^2$	$9x^2/4 + 15x + 25$	$(x/3-2)^2$	$x^2/9 - 4x/3 + 4$
$(\sqrt{2}x+2)^2$	$2x^2 + 4\sqrt{2}x + 4$	$(x-\sqrt{3})^2$	$x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$

12. Acha a expresión en coeficientes dos seguintes produtos

Produtos	Solución	Produtos	Solución
$(x+2) \cdot (x-2)$	$x^2 - 4$ ; 1 0 -4	$(x-1/4) \cdot (x+1/4)$	1 0 -1/16
$(3x+7) \cdot (3x-7)$	9 0 -49	$(1+\sqrt{2}x) \cdot (1-\sqrt{2}x)$	-2 0 1

13. Resolve aplicando as identidades notables a ecuación  $x^2 + 10x + 9 = 0$

Compárase a primeira parte,  $x^2 + 10x$ , cunha identidade notable, con  $(x+5)^2$

Pois  $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$ , polo tanto,  $x^2 + 10x = (x+5)^2 - 25$

e o primeiro membro da ecuación é  $x^2 + 10x + 9 = (x+5)^2 - 25 + 9$ ,

$(x+5)^2 - 16 = 0 \rightarrow (x+5)^2 - 4^2 = 0 \rightarrow (x+5+4) \cdot (x+5-4) = 0 \rightarrow$  Solucións  $x = -9$  e  $x = -1$

14. Aplica as identidades notables para descompoñer en factores os seguintes polinomios

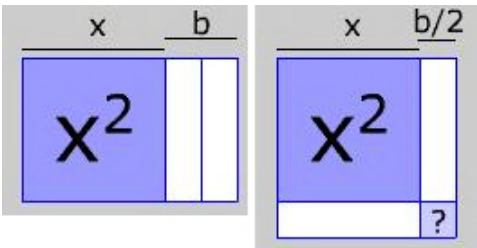
Expresión	Solución	Expresión	Solución
$4x^2 + 12x + 9$	$(2x+3)^2$	$49x^2 - 36$	$(7x+6) \cdot (7x-6)$
$36x^2 + 36x + 9$	$(6x+3)^2$ o $9(2x+1)^2$	$25x^2 - 9/4$	$(5x+3/2) \cdot (5x-3/2)$
$6x^5 - 12x^4 + 6x^3$	$6x^3(x-1)^2$	$4x^2 - 3$	$(2x + \sqrt{3}) \cdot (2x - \sqrt{3})$

15. Escribe  $7^2$  como a diferenza dos cadrados de dous números naturais.

49 é a suma de dous números consecutivos, polo tanto,  $49 = 25^2 - 24^2$ .



## Para practicar

- Acha a expresión alxébrica dun número de catro cifras,  $xyzt$ , sabendo que a cifras das unidades é tres veces a cifra das decenas.
- De luns a xoves camiño  $x$  Km. diarios e de venres a domingo, 6 Km. cada día. Acha a expresión alxébrica que da os Km. que camiño en  $z$  semanas
- Si practico ciclismo a unha velocidade media de 45 Km./h. Durante  $t$  horas ao mes. Cantos Km. fago ao cabo dun ano?
- O meu soldo mensual é de 1400€. Cada ano aumenta un  $x\%$ . Calcular o soldo mensual dentro de dous anos.
- $2 \cdot \pi \cdot \text{raio}$  é a expresión que define a lonxitude da circunferencia en función do seu raio. Cal é a variable? o grao? o coeficiente? a lonxitude para un raio de 3 cm?
- $\pi \cdot \text{radio}^2$  é a expresión que define a área do círculo en función do seu raio. Cal é a variable? o grao? o coeficiente? a área para un raio de 12 cm?
- $4 \cdot \pi \cdot \text{radio}^2$  é a expresión que define a área da esfera en función do seu raio. Cal é a variable? o grao? o coeficiente? a área para un raio de 15 cm?
- $4 \cdot \pi/3 \cdot \text{radio}^3$  é a expresión que define o volume da esfera en función do seu raio. Cal é a variable? o grao? o coeficiente? o volume para un raio de 6 cm
- Cal é o grao do polinomio  $-4x^3 - 6x^2$ ? Cal é o seu coeficiente de grao dous? e o de grao un? Calcula o seu valor numérico en  $x = -1$
- Que fracción de hora son 51 minutos e 14 segundos? Sabes expresala como o valor numérico dun polinomio de 2º grao?
- Cantos segundos hai en 5h. 35min. e 53 seg.? Sabes expresalos como o valor numérico dun polinomio de 2º grao?
- Cantas unidades hai en 5 masas, 8 grosas e 6 ducias? Sabes expresalas como o valor numérico dun polinomio de terceiro grao?  
*Unha masa=12 grosas, unha grosa=12 ducias, unha ducia= 12 unidades.*
- Acha os coeficientes de  $P(x) \cdot 3 \cdot Q(x)$   
 $P(x) = -7x^3 + 2x^2 - x - 2$   
 $Q(x) = 6x^3 - 2x^2 + x - 2$
- Acha os coeficientes de  $P(x) \cdot Q(x)$   
 $P(x) = 7x^2 + 5x$     $Q(x) = -4x^3 + 7x^2 - x - 3$
- Saca factor común no polinomio  $4x^{12} + 24x^7$
- Cantas unidades tes que engadir a  $x^2 + 16x$  para converter este binomio no cadrado doutro binomio?  

- Calcula a)  $(x+6)^2$    b)  $(-2x+5)^2$   
c)  $(2x-3/2) \cdot (2x+3/2)$
- Calcula mentalmente  $32^2 - 31^2$  e  $19 \cdot 21$
- Acha a expresión alxébrica que define o produto de tres números enteiros consecutivos. Toma como  $x$  o número central.
- Simplifica as fraccións  
a)  $\frac{x^2 + 4x + 4}{3x + 6}$    b)  $\frac{4x^2 - 4}{x^2 - 2x + 1}$   
c)  $\frac{4x^2 + 4x + 1}{8x^2 - 2}$    d)  $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{2x^2 - 2y^2}$

## Para saber máis



### Expansións polinomiais

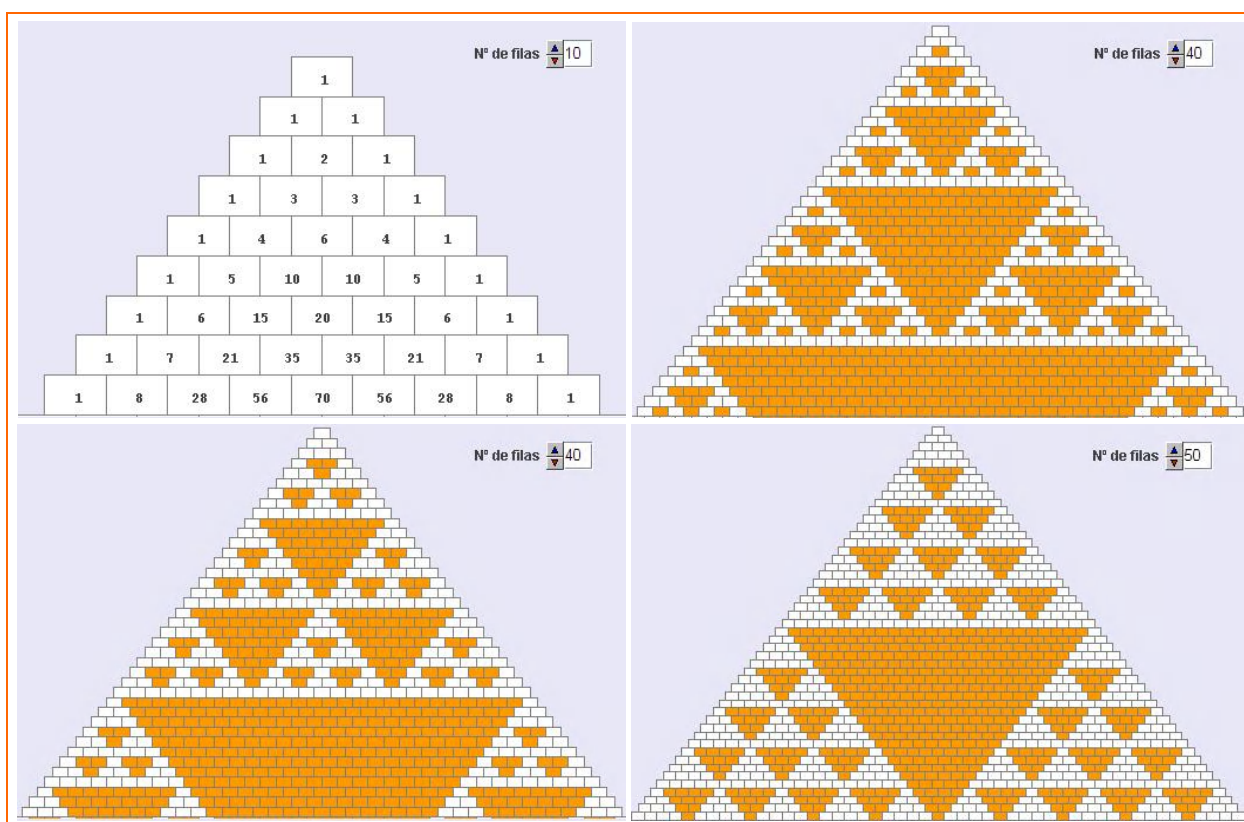
Investiga na web as aplicacións dos polinomios, nós atopamos esta frase:

**"Mediante expansións polinomiais pódese calcular a poboación dun cultivo de bacterias"**

Que é una expansión polinomial?. Acha os coeficientes de  $(1+x)^0$ : 1, de  $(1+x)^1$ : 1 1, de  $(1+x)^2$ : 1 2 1,  $(1+x)^3$ : 1 3 3 1, ...

O primeiro triángulo da figura, triángulo de Pascal, é a expansión polinomial de  $(1+x)^n$ , as súas filas son os coeficientes destas potencias de  $(1+x)$ .

Observa as figuras que se forman ao pintar no triángulo de Pascal, os múltiplos de 2, de 3 ou de 5. Podes probar ti con outros múltiplos.



### E un par de trucos para operar

Fíxate no rápido que podes calcular o cadrado de números acabados en 5 e nalgúns produtos sen máis que aplicar as identidades notables.

### Cadrados de números de dúas cifras acabados en 5

$$25^2$$

$$2 \cdot \text{un máis} = 6$$

$$\text{e engádesse } 25$$

$$625$$

$$15^2 = 225; 35^2 = 1225; 45^2 = 2025; 55^2 = 3025; 65^2 = 4225; 75^2 = 5625.$$

Podes razoalo considerando  $25^2$  como  $(5+20)^2 = 25 + 2^2 \cdot 100 + 2 \cdot 100$   
 $(5+30)^2 = 25 + 3^2 \cdot 100 + 3 \cdot 100 \dots$

### Produtos de números equidistantes

$$24 \cdot 26$$

$$25^2 - 1 = 624$$

$$23 \cdot 27$$

$$25^2 - 2^2 = 621$$

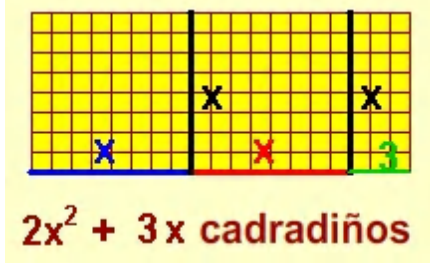
Aplícase que a suma por diferenza é a diferenza de cadrados

# Polinomios



## Lembra o máis importante

### Expresións alxébricas



Monomio de grao 2

$$3 \cdot x^2$$



### Valor numérico da expresión

en  $x=4$

$$2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 = 2 \cdot 16 + 3 \cdot 4 = 32 + 12 = 44$$

en  $x=-2$

$$2 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2) = 2 \cdot 4 + 3 \cdot (-2) = 8 - 6 = 2$$

<p><b>Operacións con polinomios</b></p> <p><b>Suma</b></p> $P(x) = 2x^3 + 3x - 1$ $Q(x) = x^4 + 3x^2 - x^2 + x + 4$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>P(x):</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>-1</td></tr> <tr><td>Q(x):</td><td>1</td><td>3</td><td>-1</td><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>P(x)+Q(x):</td><td>1</td><td>5</td><td>-1</td><td>4</td><td>3</td></tr> </table> $P(x)+Q(x) = x^4 + 5x^3 - x^2 + 4x + 3$	P(x):	2	0	3	-1	Q(x):	1	3	-1	1	4	P(x)+Q(x):	1	5	-1	4	3	<p><b>Diferenza</b></p> $P(x) = 5x^3 + 3x + 6$ $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 2$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>P(x):</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>Q(x):</td><td>2</td><td>-3</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>P(x)-Q(x):</td><td>3</td><td>-3</td><td>2</td><td>4</td></tr> </table> $P(x)-Q(x) = 3x^3 - 3x^2 + 2x + 4$	P(x):	5	0	3	6	Q(x):	2	-3	1	2	P(x)-Q(x):	3	-3	2	4	<p><b>Produto</b></p> $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + x + 1$ $Q(x) = 4x^2 + 2$ <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>P(x):</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>Q(x):</td><td></td><td>4</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>8</td><td>12</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>8</td><td>12</td><td>8</td><td>10</td><td>2</td><td>2</td></tr> </table> $P(x) \cdot Q(x) = 8x^5 + 12x^4 + 8x^3 + 10x^2 + 2x + 2$	P(x):	2	3	1	1	Q(x):		4	0	2			4	6	2	2				0	0	0				8	12	4	4					8	12	8	10	2	2	<p><b>Factor Común</b></p> $P(x) = 6x^8 + 4x^4 + 10x^3$ <p><math>2x^3</math> é factor común a todos os monomios de <math>P(x)</math></p> $P(x) = 2x^3 \cdot (3x^5 + 2x + 5)$
P(x):	2	0	3	-1																																																																						
Q(x):	1	3	-1	1	4																																																																					
P(x)+Q(x):	1	5	-1	4	3																																																																					
P(x):	5	0	3	6																																																																						
Q(x):	2	-3	1	2																																																																						
P(x)-Q(x):	3	-3	2	4																																																																						
P(x):	2	3	1	1																																																																						
Q(x):		4	0	2																																																																						
		4	6	2	2																																																																					
			0	0	0																																																																					
			8	12	4	4																																																																				
				8	12	8	10	2	2																																																																	
<p><math>(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math></p>	<p><math>(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math></p>	<p><math>(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2</math></p> <p>clíc </p> <p>clíc </p>	<p>Debes identificar</p> <p><math>x^2 + 6x + 9</math> con <math>(x+3)^2</math></p> <p><math>x^2 - 10x + 25</math> con <math>(x-5)^2</math></p> <p><math>x^2 - 49</math> con <math>(x+7) \cdot (x-7)</math></p> <p><math>x^2 + 5x + 25</math> non é unha suma ao cadrado non pode formar parte dunha identidade notable.</p>																																																																							

## Autoavaliación



1. Acha os coeficientes de  $P(x) \cdot Q(x) + P(x) \cdot R(x)$  sendo  $P(x)=6x+1$ ,  $Q(x)=3x^2-2$  e  $R(x)=x^2+14x$ .
2. Calcula o valor numérico de  $2x^3-5x^2+4$  en  $x=2$ .
3. Acha a expresión alxébrica que define a área de 6 cadrados de lado  $x+y$  e 6 rectángulos de base  $x$  e altura  $y$ .
4. É certa a igualdade  $9x^2+30x+25=(3x+5)^2$ ?
5. Acha os coeficientes de  $(2x+1)^2$ .
6. Que constante hai que sumar a  $25x^2-30x$  para obter o cadrado dun binomio?
7. Calcula o coeficiente de primeiro grao de  $(4x-5)^2$ .
8. Calcula mentalmente en menos de 10 segundos  $34^2-33^2$ .
9. Simplifica a fracción  $\frac{x^2 - b^2}{x + b}$ .
10. Saca factor común a maior potencia de  $x$  en  $5x^{19}+8x^8$ .

# Polinomios

## Soluciones dos exercicios para practicar

- $1000x+100y+13z$
- $4xz+18z$
- $540 \cdot t$
- $1400+28x+0,14x^2$
- Variable=raio, coeficiente= $2\pi$   
Grao=1, Lonxitude= $6\pi$  cm  
 $\sim 18,84$ cm
- Variable=raio, coeficiente=  $\pi$   
Grao=2, Área en  $\text{cm}^2=144\pi \sim 452,16$
- Variable=raio, coeficiente= $4\pi$   
Grao=2, Área en  $\text{cm}^2=288\pi \sim 904,32$
- Variable=raio, coeficiente= $4\pi/3$   
Grao=3, Vol. en  $\text{cm}^3=900\pi \sim 2826$
- Grao=3, Coeficiente gr 1=0,  
Coeficiente gr2=-6, Valor en  $-1=-2$
- $\frac{1537}{1800}$  valor en  $\frac{1}{60}$  de  $51x+14x^2$
- 20153 valor en 60 de  $5x^2+35x+53$
- 9864 valor en 12 de  $5x^3+8x^2+6x$
- 25 8 -4 4
- 28 29 28 -26 -15 0
- $4x^7(x^5+6)$
- 64
- a)  $x^2+12x+36$  b)  $4x^2-20x+25$   
c)  $4x^2-9/4$
- $63$ ;  $19 \cdot 21 = 20^2 - 1^2 = 399$
- $x^3-x$
- a)  $\frac{x+2}{3}$  b)  $\frac{4(x+1)}{x-1}$   
c)  $\frac{2x+1}{2(2x-1)}$  d)  $\frac{x+y}{2x-2y}$

## Soluciones AUTOAVALIACIÓN

- 24 88 2 -2
- 0
- $6x^2+6y^2+18xy$
- Si
- 4 4 1
- 9
- 40
- 67
- $x-b$
- $x^8(5x^{11}+8)$

Non esquezas enviar as actividades ao titor ►