

Boletín 11. Integrales definidas

1. Calcula las siguientes integrales definidas

a) $\int_1^5 (-2x^2 + x - 1) dx$

b) $\int_{\frac{1}{2}}^e \frac{1}{2x} dx$

c) $\int_0^{\pi} -5 \operatorname{sen}(x) dx$

d) $\int_{-2}^2 (2x^3 - 4x + 3) dx$

e) $\int_0^e \frac{-3x}{x^2 + 1} dx$

f) $\int_0^{\pi} (2 \operatorname{sen}(x) - 4x) dx$

g) $\int_1^4 \frac{x-2}{x^2} dx$

2. Calcula el área encerrada entre estas funciones, el eje X y las rectas $x=-3$ y $x=1$

a) $f(x)=x^2+4$; b) $g(x)=-x^2+4$; c) $h(x)=-x^2-4$

3. Determina el área encerrada por cada una de estas funciones, el eje de abscisas y las rectas $x=-1$ y $x=3$.

a) $f(x)=4-x^2$; b) $g(x)=x^2-2x-8$

4. Determina el área encerrada por cada una de estas funciones, el eje de abscisas y las rectas $x=-2$ y $x=1$

a) $f(x)=3x^2-5x$; b) $g(x)=2x^3+x^2-x$

5. Halla el área comprendida entre las gráficas de las funciones $f(x)=-x^2+9$ y $g(x)=(x+1)^2-4$

6. Halla el área comprendida entre las gráficas de las funciones $f(x)=x^3-9x$ y $g(x)=12x-20$

7. Calcula la derivada de las siguientes funciones usando el teorema fundamental del cálculo integral.

a) $g(x)=\int_x^0 2t dt$

b) $g(x)=\int_0^x tg(t) dt$

8. Halla las derivadas de las siguientes funciones

a) $g(x) = \int_{-x^2}^{x^3} \sin(2t) dt$ b) $g(x) = \int_{3x-2}^{x^2+x} e^{-t^2} dt$ c) $g(x) = \int_0^x \cos(t^2) dt$

9. Dibuja el recinto encerrado entre las gráficas de las funciones $y=x^2-6x$ e $y = 3x$ y calcula su área

10. Sea la función $F(x) = \int_1^x \left(\frac{\sin t}{t} \right) dt$ definida para $x \geq 1$. Halla los valores de x en los que alcanza sus máximos y mínimos relativos

Soluciones

1a) $\frac{-224}{3}$; 1b) $\frac{1}{2}$; 1c) -10; 1d) 12; 1e) $\frac{-3}{2}\ln|e^2+1|$; 1f) $4-2\pi^2$;

1g) $\ln(4)-\frac{3}{2}$

2a) $\frac{76}{3}$; 2b) $\frac{34}{3}$; 2c) $\frac{76}{3}$

3a) $\frac{34}{3}$; 3b) 30,666...

4a) $\frac{39}{2}$; 4b) $\frac{71}{16}$

5) $\frac{125}{3}$

6) $\frac{999}{4}$

7a) $-2x$; 7b) $\operatorname{tg}(x)$

8a) $3x^2\sin(2x^3)+2x\sin(-2x^2)$; 8b) $(2x+1)e^{-(x^2+x)^2}-3e^{-(3x-2)^2}$ 8c) $\cos(x)^2$

9) 121.5

10) $F'(x)=\frac{\sin x}{x}$ Esta derivada se anula si $\sin(x)=0$, es decir, si $x=\pi+k\pi$ con $k=0,1,2,$

... Es máximo para $k=0,2,4,\dots$ y mínimo para $k=1,3,5,\dots$