

Boletín 10. Integrales racionales y problemas

1. Calcula las siguientes integrales “racionales”

a) $\int \frac{x-3}{x^2-4} \cdot dx$

b) $\int \frac{x}{x^2+6x+5} \cdot dx$

c) $\int \frac{1+x^2}{3x^2-x^3} \cdot dx$

d) $\int \frac{1+x^3}{3x^2-x^3} \cdot dx$

e) $\int \frac{1+x}{4x^2-x^4} \cdot dx$

f) $\int \frac{1}{(x-2)^2(x^2+2)} \cdot dx$

g) $\int \frac{x+3}{4x^3-4x^2+x-1} \cdot dx$

h) $\int \frac{1+3x^2}{x^4-1} \cdot dx$

i) $\int \frac{x-3}{x+1} \cdot dx$

j) $\int \frac{12}{x^3+4x^2+x-6} \cdot dx$

k) $\int \frac{-x^2+x-1}{3-x} \cdot dx$

2. Calcula la primitiva de la función:

$$f(x) = \frac{1 - \sin(x)}{2x + 2\cos(x)}$$

Sabiendo que pasa por el punto P(0,2)

3. Calcula una función real $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que:

- Tiene un punto de inflexión en el origen de coordenadas
- La recta tangente en el origen de coordenadas es $y=5x$
- Verifica la condición $f'''(x)=24x-6$

4. De una función derivable se sabe que pasa por el punto (-1,-4) y que su derivada es:

$$f'(x) = \begin{cases} 2-x & \text{Si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{Si } x > 1 \end{cases}$$

a) Halla la expresión de $f(x)$

b) Determina la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x=2$