

Boletín 5. Aplicación derivadas 1.

1. Prueba que la función $f(x)=x^3+x^2-x-1$ satisface las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-1,1]$, y calcula el punto del intervalo cuya existencia asegura su tesis.

2. Cada una de las funciones siguientes toma el mismo valor en los extremos del intervalo $[-2,2]$, pero no hay ningún valor $c \in (-2,2)$ en el que la derivada se anule. Justifica en cada caso por qué no contradicen el teorema de Rolle

$$a) f(x) = \frac{1}{x^4}; \quad b) g(x) = 2 - |x|$$

3. Comprueba que la función $f(x)=3 \cdot \cos^2(x)$ verifica las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo

$$\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$$

Calcula también el valor al que se refiere la tesis del teorema

4. Calcula el valor del parámetro a para que se pueda aplicar el teorema de Rolle en el intervalo $[-\sqrt{2}, 2]$ a la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x^2 & \text{si } x < 1 \\ \frac{a-1}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Encuentra el punto que asegura la tesis e indica si se trata de un máximo, o un mínimo relativo. Representa gráficamente la función en ese intervalo para el valor de a obtenido

5. Calcular el valor de a , b y c para que la función $f(x)$ cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-2,c]$. Determine en ese caso el valor que asegura la tesis del teorema.

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x \leq 1 \\ a(x^2 + b(x-1)) + 4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

6. Aplica el teorema del valor medio a la función $f(x)=-x^2+2x-8$ en el intervalo $[-3,3]$, e interpretalo geoméricamente.

7. Razona si es aplicable el teorema del valor medio a la función $f(x)$ en el intervalo $[0,e]$

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \ln x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

En caso afirmativo, halla el valor al que se refiere el teorema

8. Determina los valores de los parámetros a y b para los que se puede aplicar a $f(x)$ el teorema del valor medio de Lagrange en el intervalo $[-1, \pi/2]$

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{si } x < 0 \\ a^2 - \sin(x) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Para estos valores, determina el punto que verifica la tesis

9. De todos los triángulos rectángulos cuyos catetos suman 20cm, halla las dimensiones de aquel cuya área sea máxima. Determina su área

10. Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse en un círculo de 6cm. de radio