

ÓPTICA XEOMÉTRICA

PROBLEMAS

Espellos

- Un espello cóncavo ten 50 cm de radio. Un obxecto de 5 cm colócase a 20 cm do espello:
 - Debuxa a marcha dos raios.
 - Calcula a posición, tamaño e natureza da imaxe.
 - Debuxa unha situación na que non se forme imaxe do obxecto.

(P.A.U. Xuño 14)

Rta.: b) $s' = 1,00$ m; $y' = 25$ cm; imaxe virtual, dereita e maior.

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura do espello

Tamaño do obxecto

Posición do obxecto

Incógnitas

Posición da imaxe

Tamaño da imaxe

Outros símbolos

Distancia focal do espello

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

Aumento lateral nos espellos

Relación entre a distancia focal e o radio de curvatura

Cifras significativas: 2

$$R = -50 \text{ cm} = -0,50 \text{ m}$$

$$y = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$$

$$s = -20 \text{ cm} = -0,20 \text{ m}$$

$$s'$$

$$y'$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

Solución:

a) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes do espello e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara ao espello que se reflicte de maneira que o raio reflectido pasa polo foco **F** (que se atopa á metade da distancia entre o espello e o seu centro **C**).

- Outro cara ao espello, que se reflicte sen desviarse pasando polo centro **C** de curvatura do espello.

Como os raios non se cortan, prológanse alén do espello ata que as súas prolongacións córtanse. O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.

b) Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda do espello teñen signo negativo.

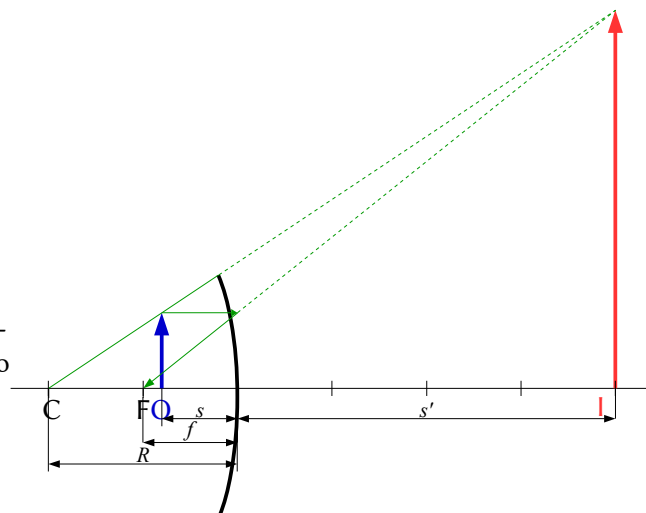
Úsase a ecuación dos espellos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Calcúlase a distancia focal, que é a metade do radio do espello.

$$f = R / 2 = -0,50 \text{ [m]} / 2 = -0,25 \text{ m}$$

Substitúense os datos:



$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a posición da imaxe:

$$s' = +1,0 \text{ m}$$

A imaxe atópase a 1,0 m á dereita do espello.

Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-1,0 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = 5,0$$

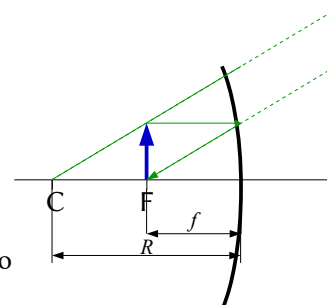
E calcúlase a altura da imaxe:

$$y' = A_L \cdot y = 5,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$$

A imaxe é virtual ($s' > 0$), dereita ($A_L > 0$) e maior ($|A_L| > 1$).

Análise: O resultado do cálculo coincide co debuxo.

c) Cando o obxecto atópase no foco, os raios saen paralelos e non se cortan, polo que non se forma imaxe.



2. Un obxecto de 1,5 cm de altura está situado a 15 cm dun espello esférico convexo de radio 20 cm. Determina a posición, tamaño e natureza da imaxe:

- Graficamente.
- Analiticamente.
- Pódense obter imaxes reais cun espello convexo?

(P.A.U. Set. 09)

Rta.: b) $s' = +6,0 \text{ cm}$; $y' = 6,0 \text{ mm}$

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura do espello convexo

Tamaño do obxecto

Posición do obxecto

Incógnitas

Posición da imaxe

Tamaño da imaxe

Outros símbolos

Distancia focal do espello

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

Aumento lateral nos espellos

Relación entre a distancia focal e o radio de curvatura

Cifras significativas: 2

$$R = +0,20 \text{ m}$$

$$y = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$$

$$s = -0,15 \text{ m}$$

$$s'$$

$$y'$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

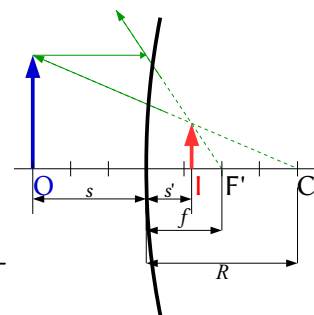
Solución:

a) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes do espello e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara ao espello que se reflicte de maneira que o raio reflectido pasa polo foco F (que se atopa á metade da distancia entre o espello e o seu centro C).

- Outro cara ao espello, que se reflicte sen desviarse pasando polo centro C de curvatura do espello.

Como os raios non se cortan, prológanse alén do espello ata que as súas prolongacións córtanse. O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.



b) Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda do espello teñen signo negativo. Úsase a ecuación dos espellos:

Calcúlase a distancia focal, que é a metade do radio do espello.

$$f = R / 2 = 0,20 \text{ [m]} / 2 = 0,10 \text{ m}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,10 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a posición da imaxe:

$$s' = 0,060 \text{ m}$$

A imaxe atópase a 6,0 cm á dereita do espello.

Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,060 \text{ [m]}}{-0,15 \text{ [m]}} = 0,40$$

E calcúlase a altura da imaxe:

$$y' = A_L \cdot y = 0,40 \cdot 1,5 \text{ cm} = 0,60 \text{ cm} = 6,0 \text{ mm}$$

A imaxe é virtual ($s' > 0$), dereita ($A_L > 0$) e menor ($|A_L| < 1$).

Análise: O resultado do cálculo coincide co debuxo.

c) As imaxes producidas por espellos convexos son sempre virtuais. Da ecuación dos espellos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s}$$

$$s' = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s}}$$

Polo criterios de signos, $s < 0$, e nos espellos convexos $f > 0$, polo que

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{s} > 0$$

Por tanto, $s' > 0$ sempre. A imaxe vaise formar á dereita do espello e vai ser virtual (os raios de luz non atravesan os espellos)

3. Un obxecto de 5 cm de altura está situado a unha distancia x do vértice dun espello esférico cóncavo, de 1 m de radio de curvatura. Calcula a posición e tamaño da imaxe:

a) Se $x = 75 \text{ cm}$

b) Se $x = 25 \text{ cm}$

Nos dous casos debuxa a marcha dos raios.

(P.A.U. Set. 04)

Rta.: a) $s' = -1,5 \text{ m}$; $y' = -10 \text{ cm}$; b) $s' = 0,5 \text{ m}$; $y' = 10 \text{ cm}$.

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura do espello

Tamaño do obxecto

Posición do obxecto: no primeiro caso
no segundo caso

Cifras significativas: 2

$R = -1,0 \text{ m}$

$y = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$

$s_1 = -75 \text{ cm} = -0,75 \text{ m}$

$s_2 = -25 \text{ cm} = -0,25 \text{ m}$

Incógnitas

Posición da imaxe en ambos os casos

Tamaño da imaxe en ambos os casos

Outros símbolos

Distancia focal do espello

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

Aumento lateral nos espellos

Relación entre a distancia focal e o radio de curvatura

$$s'_1, s'_2$$

$$y'_1, y'_2$$

$$f$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

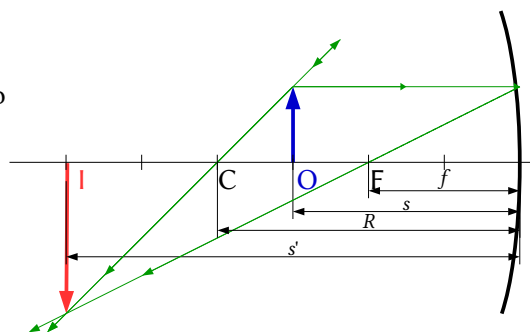
Solución:

a) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes do espello e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara ao espello que se reflicte de maneira que o raio reflectido pasa polo foco **F** (que se atopa á metade da distancia entre o espello e o seu centro **C**).

- Outro cara ao espello, que se reflicte sen desviarse pasando polo centro **C** de curvatura do espello.

O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.



Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda do espello teñen signo negativo.

Úsase a ecuación dos espellos:

Calcúlase a distancia focal, que é a metade do radio do espello.

$$f = R / 2 = -1,0 \text{ [m]} / 2 = -0,50 \text{ m}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{s'_1} + \frac{1}{-0,75 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,50 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a posición da imaxe:

$$s'_1 = -1,5 \text{ m}$$

A imaxe atópase a 1,5 m á esquerda do espello.

Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{1,5 \text{ [m]}}{-0,75 \text{ [m]}} = -2,0$$

E calcúlase a altura da imaxe:

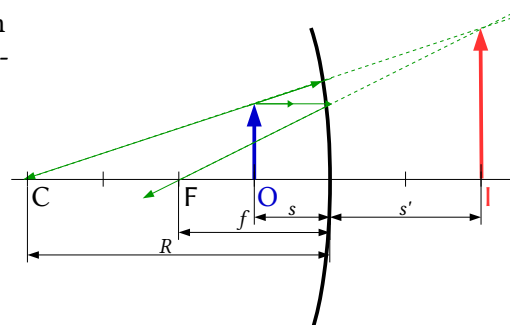
$$y'_2 = A_L \cdot y = -2,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = -10 \text{ cm}$$

A imaxe é real ($s' < 0$), invertida ($A_L < 0$) e maior ($|A_L| > 1$).

b) Aplícanse as indicacións do apartado anterior, pero tendo en conta que como os raios non se cortan, prolónganse alén do espello ata que se cortan. O punto de corte é o punto correspondente á imaxe **I**. Os resultados son:

$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,50 \text{ [m]}}$$

$$s'_2 = +0,50 \text{ m}$$



A imaxe atópase a 0,50 m á dereita do espello.

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,50 \text{ [m]}}{-0,25 \text{ [m]}} = 2,0$$

$$y'_2 = A_L \cdot y = 2,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

A imaxe é virtual ($s' > 0$), dereita ($A_L > 0$) e maior ($|A_L| > 1$).

Análise: En ambos os casos, os resultados dos cálculos coinciden cos debuxos.

4. Un espello esférico cóncavo ten un radio de curvatura de 0,5 m. Determina analítica e graficamente a posición e aumento da imaxe dun obxecto de 5 cm de altura situado en dúas posicións diferentes:

- a) A 1 m do espello.
b) A 0,30 m do espello.

(P.A.U. Set. 05)

Rta.: a) $s' = -0,33 \text{ m}$; $A_L = -0,33$; b) $s' = -1,5 \text{ m}$; $A_L = -5,0$

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura do espello

Tamaño do obxecto

Posición do obxecto: no primeiro caso
no segundo caso

Incógnitas

Posición da imaxe en ambos os casos

Aumento da imaxe en ambos os casos

Outros símbolos

Distancia focal do espello

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

Aumento lateral nos espellos

Relación entre a distancia focal e o radio de curvatura

Cifras significativas: 2

$R = -0,50 \text{ m}$

$y = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$

$s_1 = -1,0 \text{ m}$

$s_2 = -0,30 \text{ m}$

s'_1, s'_2

A_1, A_2

f

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

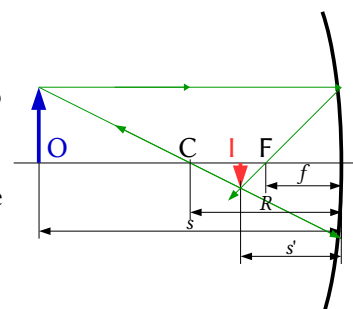
Solución:

a) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes do espello e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara ao espello que se reflicte de maneira que o raio reflectido pasa polo foco **F** (que se atopa á metade da distancia entre o espello e o seu centro **C**).

- Outro cara ao espello, que se reflicte sen desviarse pasando polo centro **C** de curvatura do espello.

O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.



Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda do espello teñen signo negativo.

Úsase a ecuación dos espellos:

Calcúlase a distancia focal, que é a metade do radio do espello.

$$f = R / 2 = -0,50 \text{ [m]} / 2 = -0,25 \text{ m}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-1,0 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a posición da imaxe:

$$s'_1 = -0,33 \text{ m}$$

A imaxe atópase a 33 cm á esquerda do espello.

Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

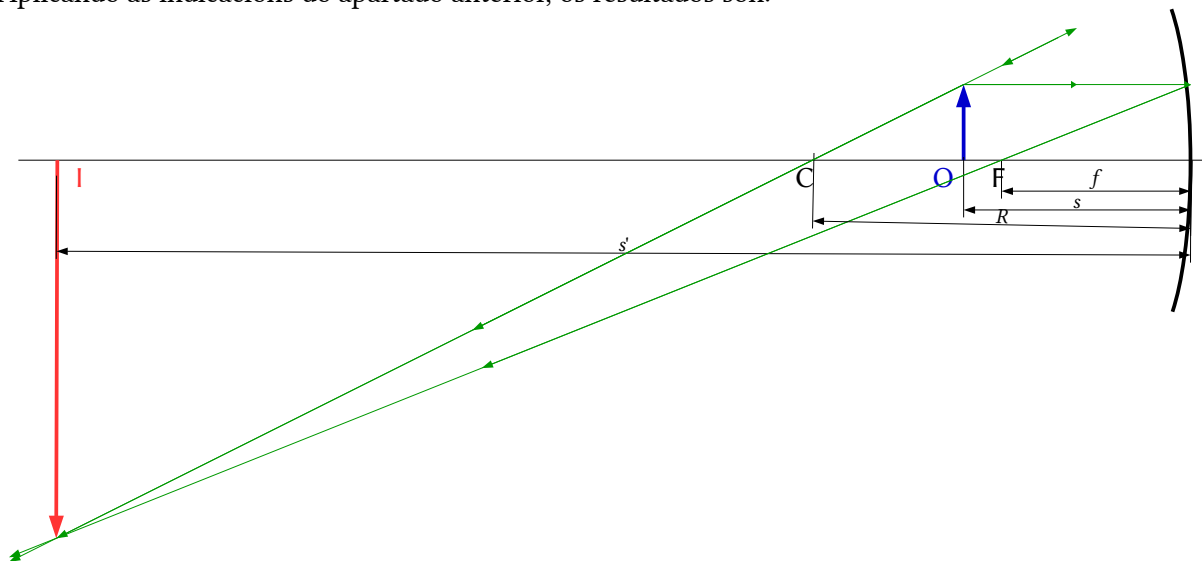
$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{0,33[\text{m}]}{-1,0[\text{m}]} = -0,33$$

E calcúlase a altura da imaxe:

$$y' = A_L \cdot y = -0,33 \cdot 5,0 \text{ cm} = -1,7 \text{ cm}$$

A imaxe é real ($s' < 0$), invertida ($A_L < 0$) e menor ($|A_L| < 1$).

b) Aplicando as indicacións do apartado anterior, os resultados son:



$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,30 [\text{m}]} = \frac{1}{-0,25 [\text{m}]}$$

$$s'_2 = -1,5 \text{ m}$$

A imaxe atópase a 1,5 m á esquerda do espello.

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{1,5[\text{m}]}{-0,30[\text{m}]} = -5,0$$

$$y' = A_L \cdot y = -5,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = -25 \text{ cm}$$

A imaxe é real ($s' < 0$), invertida ($A_L < 0$) e maior ($|A_L| > 1$).

Análise: En ambos os casos, os resultados dos cálculos coinciden cos debuxos.

5. Dado un espello esférico de 50 cm de radio e un obxecto de 5 cm de altura situado sobre o eixe óptico a unha distancia de 30 cm do espello, calcula analítica e graficamente a posición e tamaño da imaxe:
- Se o espello é cóncavo.
 - Se o espello é convexo.

(P.A.U. Xuño 06)

Rta.: a) $s'_1 = -1,5 \text{ m}$; $y'_1 = -0,25 \text{ m}$; b) $s'_2 = 0,14 \text{ m}$; $y'_2 = 0,023 \text{ m}$

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura do espello cóncavo

Radio de curvatura do espello convexo

Tamaño do obxecto

Posición do obxecto

Incógnitas

Posición das imaxes que dan ambos os espellos

Cifras significativas: 2

$R = -0,50 \text{ m}$

$R = +0,50 \text{ m}$

$y = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$

$s_1 = -0,30 \text{ m}$

s'_1, s'_2

Incógnitas

Tamaño das imaxes que dan ambos os espellos

$$y'_1, y'_2$$

Outros símbolos

Distancia focal do espello

$$f$$

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Aumento lateral nos espellos

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

Relación entre a distancia focal e o radio de curvatura

$$f = R / 2$$

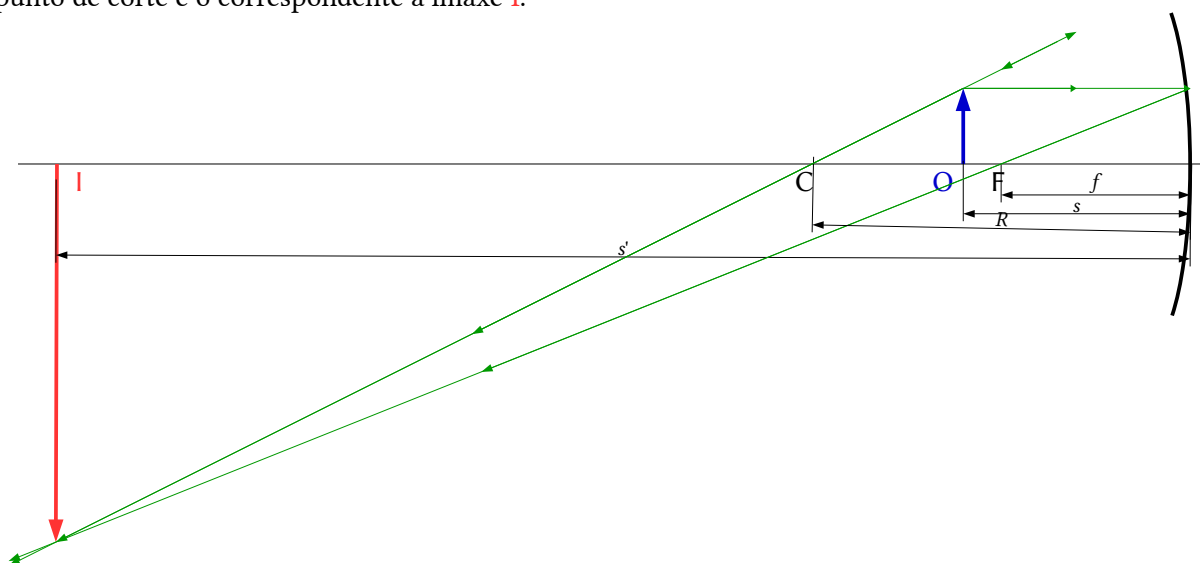
Solución:

a) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes do espello e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara ao espello que se reflicte de maneira que o raio reflectido pasa polo foco **F** (que se atopa á metade da distancia entre o espello e o seu centro **C**).

- Outro cara ao espello, que se reflicte sen desviarse pasando polo centro **C** de curvatura do espello.

O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.



Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda do espello teñen signo negativo.

Úsase a ecuación dos espellos:

Calcúlase a distancia focal, que é a metade do radio do espello.

$$f = R / 2 = -0,50 \text{ [m]} / 2 = -0,25 \text{ m}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{s'_1} + \frac{1}{-0,30 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a posición da imaxe:

$$s'_1 = -1,5 \text{ m}$$

A imaxe atópase a 1,50 m á esquerda do espello.

Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{1,5 \text{ [m]}}{-0,30 \text{ [m]}} = -5,0$$

E calcúlase a altura da imaxe:

$$y' = A_L \cdot y = -5,0 \cdot 5,0 \text{ cm} = -25 \text{ cm} = -0,25 \text{ m}$$

A imaxe é real ($s' < 0$), invertida ($A_L < 0$) e maior ($|A_L| > 1$).

b) Aplícanse as indicacións do apartado anterior, pero tendo en conta que como os raios non se cortan, prolónganse alén do espello ata que se cortan. O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.

Os resultados son:

$$f = R / 2 = 0,50 \text{ [m]} / 2 = 0,25 \text{ m}$$

$$\frac{1}{s'_2} + \frac{1}{-0,30 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,25 \text{ [m]}}$$

$$s'_2 = 0,14 \text{ m}$$

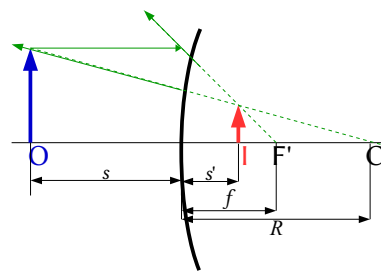
A imaxe atópase a 0,14 m á dereita do espello.

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,14 \text{ [m]}}{-0,30 \text{ [m]}} = 0,45$$

$$y' = A_L \cdot y = 0,45 \cdot 5,0 \text{ cm} = 2,3 \text{ cm} = 0,023 \text{ m}$$

A imaxe é virtual ($s' > 0$), dereita ($A_L > 0$) e menor ($|A_L| < 1$).

Análise: En ambos os casos, os resultados dos cálculos coinciden cos debuxos.



6. Un obxecto de 3 cm está situado a 8 cm dun espello esférico cóncavo e produce unha imaxe a 10 cm á dereita do espello:

- Calcula a distancia focal.
- Debuxa a marcha dos raios e obtén o tamaño da imaxe.
- En que posición do eixe hai que colocar o obxecto para que non se forme imaxe?

(P.A.U. Xuño 08)

Rta.: a) $f = -0,40 \text{ m}$; b) $y' = 3,8 \text{ cm}$

Datos (convenio de signos DIN)

Posición do obxecto

Posición da imaxe

Tamaño do obxecto

Incógnitas

Distancia focal do espello

Tamaño da imaxe

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

Aumento lateral nos espellos

Relación entre a distancia focal e o radio de curvatura

Cifras significativas: 3

$$s = -8,00 \text{ cm} = -0,0800 \text{ m}$$

$$s' = 10,0 \text{ cm} = -0,100 \text{ m}$$

$$y = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$$

$$f$$

$$y'$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

Solución:

a) Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda do espello teñen signo negativo.

Úsase a ecuación dos espellos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{0,100 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,0800 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

E calcúlase a incógnita:

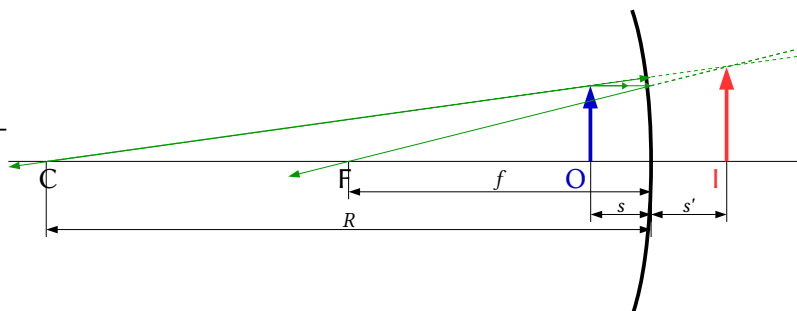
$$f = -0,400 \text{ m}$$

b) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes do espello e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara ao espello que se reflicte de maneira que o raio reflectido pasa polo foco **F** (que se atopa á metade da distancia entre o espello e o seu centro **C**).

- Outro cara ao espello, que se reflicte sen desviarse pasando polo centro **C** de curvatura do espello.

Como os raios non se cortan, prolónganse alén do espello ata que as súas prolongacións córtanse. O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.



Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = \frac{-0,100[\text{m}]}{-0,0800[\text{m}]} = 1,25$$

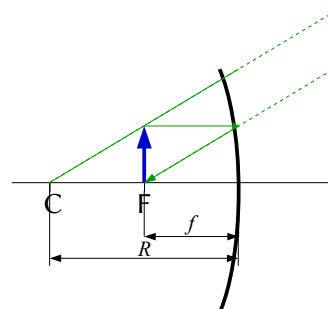
E calcúlase a altura da imaxe:

$$y' = A_L \cdot y = 1,25 \cdot 3,00 \text{ cm} = 3,75 \text{ cm} = 0,0375 \text{ m}$$

A imaxe é virtual ($s' > 0$), dereita ($A_L > 0$) e maior ($|A_L| > 1$).

Análise: Os resultados están de acordo co debuxo.

c) No foco. Os raios que saen dun obxecto situado no foco saen paralelos e non se cortan, polo que non se forma imaxe.



7. Un espello ten 1,5 de aumento lateral cando a cara dunha persoa está a 20 cm dese espello.
- Razoa se ese espello é plano, cóncavo ou convexo.
 - Debuxa o diagrama de raios.
 - Calcula a distancia focal do espello.

(A.B.A.U. Set. 18)

Rta.: c) $f = -60 \text{ cm}$

Datos (convenio de signos DIN)

Posición do obxecto

Aumento lateral

Incógnitas

Distancia focal do espello

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

Aumento lateral nos espellos

Relación entre a distancia focal e o radio de curvatura

Cifras significativas: 3

$s = -20,0 \text{ cm} = -0,200 \text{ m}$

$A_L = 1,50$

f

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

Solución:

c) Emprégase a ecuación do aumento lateral para establecer a relación entre a distancia obxecto s e a distancia imaxe s' .

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s} = 1,5$$

Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda do espello teñen signo negativo.

$$s' = -1,5 s = -1,5 \cdot (-0,20 [\text{m}]) = 0,30 \text{ m}$$

Úsase a ecuación dos espellos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{0,300 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,200 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

E calcúlase a incógnita:

$$f = -0,600 \text{ m}$$

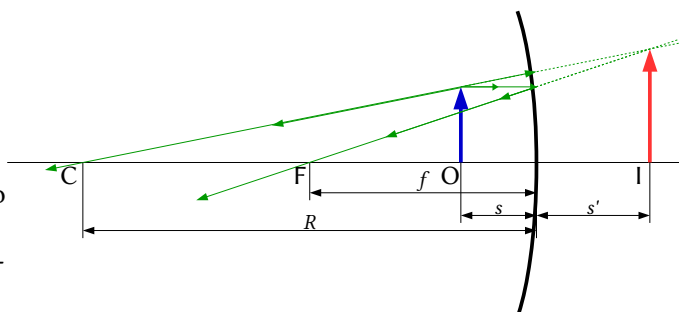
a) O espello é cóncavo, posto que a distancia focal é negativa. O foco está á esquerda do espello.

b) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes do espello e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara ao espello que se reflicte de maneira que o raio reflectido pasa polo foco **F** (que se atopa á metade da distancia entre o espello e o seu centro **C**).

- Outro cara ao espello, que se reflicte sen desviarse pasando polo centro **C** de curvatura do espello.

Como os raios non se cortan, prológanse alén do espello ata que as súas prolongacións córtanse. O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.



● Lentes

1. Un obxecto de 1,5 cm de altura sitúase a 15 cm dunha lente diverxente que ten unha focal de 10 cm. Determina a posición, tamaño e natureza da imaxe:

- a) Graficamente.
- b) Analiticamente.
- c) Pódense obter imaxes reais cunha lente diverxente?

(P.A.U. Set. 09)

Rta.: b) $s' = -6,0 \text{ cm}$; $y' = 6,0 \text{ mm}$

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño do obxecto

Posición do obxecto

Distancia focal da lente

Incógnitas

Posición da imaxe

Tamaño da imaxe

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes

Aumento lateral nas lentes

Cifras significativas: 2

$$y = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$$

$$s = -15 \text{ cm} = -0,15 \text{ m}$$

$$f = -10 \text{ cm} = -0,10 \text{ m}$$

$$s'$$

$$y'$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

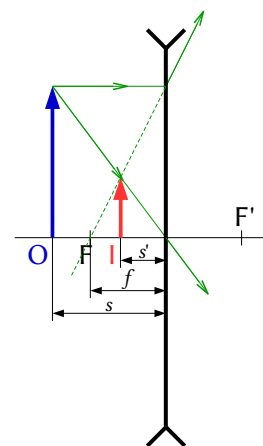
Solución:

a) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes da lente e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara á lente que a atravesa e se refracta de maneira que a prolongación do raio refractado pasa polo foco **F**.

- Outro cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.

Como os raios non se cortan, prológanse ata que as súas prolongacións córtanse. O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.



b) Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda da lente teñen signo negativo. Para unha lente diverxente, $f = -0,10$ m.

Úsase a ecuación das lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,15 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a posición da imaxe:

$$s' = -0,060 \text{ m}$$

Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0,060 \text{ [m]}}{-0,15 \text{ [m]}} = 0,40$$

E calcúlase a altura da imaxe:

$$y' = A_L \cdot y = 0,40 \cdot 0,015 \text{ m} = 0,0060 \text{ m} = 6,0 \text{ mm}$$

Análise: A imaxe é virtual xa que s' é negativa, é dicir fórmase á esquerda de lente que é a zona onde se forman as imaxes virtuais nas lentes. O signo positivo do tamaño ou indica que a imaxe é dereita. Os resultados numéricos coinciden co debuxo.

c) As imaxes producidas polas lentes diverxentes son sempre virtuais. Da ecuación das lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{s}$$

$$s' = \frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{s}}$$

Aplicando o criterio de signos, $s < 0$, e nas lentes diverxentes $f < 0$, polo que

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{s} < 0$$

Por tanto, $s' < 0$ sempre. A imaxe vaise formar á esquerda da lente e vai ser virtual (os raios de luz atravesan as lentes e forman as imaxes reais á dereita delas)

2. Un obxecto de 3 cm de altura sitúase a 75 cm dunha lente delgada converxente e produce unha imaxe a 37,5 cm á dereita da lente:

- Calcula a distancia focal.
- Debuxa a marcha dos raios e obtén o tamaño da imaxe.
- En que posición do eixe hai que colocar o obxecto para que non se forme imaxe?

(P.A.U. Xuño 08)

Rta.: a) $f = 0,25$ m; b) $y' = -1,5$ cm

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño do obxecto

Posición do obxecto

Posición da imaxe

Incógnitas

Distancia focal da lente

Cifras significativas: 3

$y = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$

$s = -75,0 \text{ cm} = -0,750 \text{ m}$

$s' = 37,5 \text{ cm} = 0,375 \text{ m}$

f'

Incógnitas

Tamaño da imaxe

 y' **Ecuacións**

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Aumento lateral nas lentes

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

a) Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda da lente teñen signo negativo.

Úsase a ecuación das lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Substitúense os datos:

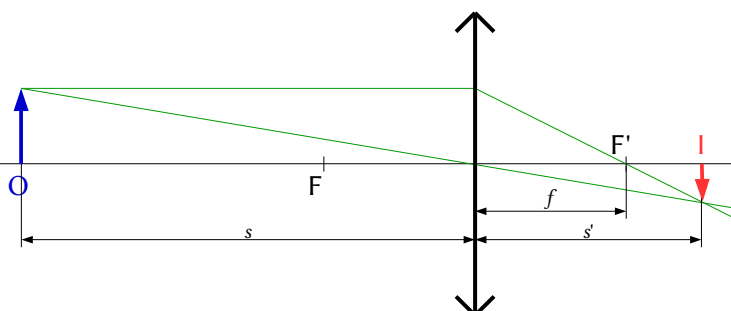
$$\frac{1}{0,375 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,750 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

E calcúlase a distancia focal:

$$f = 0,250 \text{ m}$$

*Análise: A distancia focal dá positiva, que está de acordo co dato de que a lente é converxente.*b) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes da lente e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara á lente que a atravesa e se refracta de maneira que o raio refractado pasa polo foco F' .
- Outro cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.

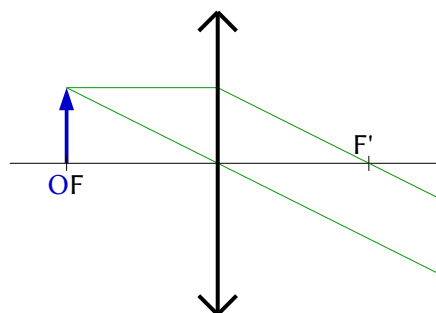
O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.

Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{0,375 \text{ [m]}}{-0,750 \text{ [m]}} = -0,50$$

E calcúlase a altura da imaxe:

$$y' = A_L \cdot y = -0,50 \cdot 0,030 \text{ [m]} = -0,0150 \text{ m} = -1,50 \text{ cm}$$

Análise: O signo negativo indícanos que a imaxe é invertida. Os resultados numéricos coinciden co debuxo.

c) No foco. Os raios que saen dun obxecto situado no foco saen paralelos e non se cortan, polo que non se forma imaxe.

3. Unha lente diverxente de distancia focal 10 cm forma unha imaxe de 2 cm de altura. Se o tamaño do obxecto é 10 cm:

- Calcula la distancia á que se atopa o obxecto da lente.
- Debuxa a marcha dos raios.
- A miopía é un defecto visual. Explica como se pode corrixir.

Rta.: a) $s = 0,40 \text{ m}$

(P.A.U. Set. 16)

Datos (convenio de signos DIN)

Distancia focal da lente

Altura do obxecto

Altura da imaxe

Incógnitas

Posición do obxecto

Outros símbolos

Posición do obxecto

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes

Aumento lateral nas lentes

Cifras significativas: 2

$$f = -10 \text{ cm} = -0,10 \text{ m}$$

$$y = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

$$y' = 2,0 \text{ cm} = 0,020 \text{ m}$$

 s s'

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

a) Do aumento lateral podemos establecer a relación matemática entre as distancias s do obxecto á lente e s' da imaxe á lente.

$$A_L = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{s'}{s} = \frac{0,020 \text{ [m]}}{0,10 \text{ [m]}} = 0,20$$

$$s' = 0,20 s$$

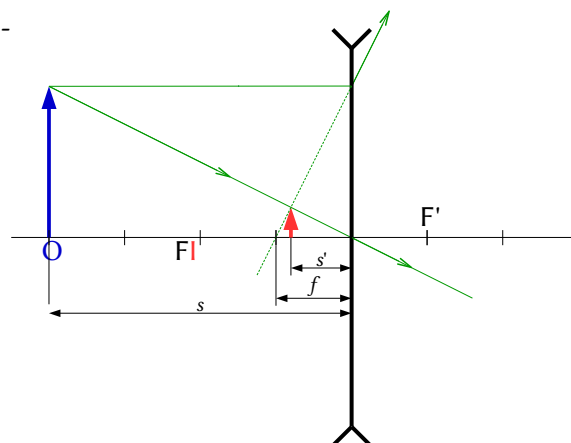
$$\frac{1}{0,20 \cdot s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}}$$

$$s' = -0,40 \text{ m}$$

b) No debuxo represéntase o obxecto O antes da lente e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara á lente que a atravesa e se refracta de maneira que a prolongación do raio refractado pasa polo foco F .

- Outro cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse. Como os raios non se cortan, el punto de corte das súas prolongacións é o correspondente á imaxe I .



c) Con lentes diverxentes. Véxase:

<http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/fisicaInteractiva/OptGeometrica/Instrumentos/ollo/ollo.htm#miopia>

4. Unha lente converxente proxecta sobre unha pantalla a imaxe dun obxecto. O aumento é de 10 e a distancia do obxecto á pantalla é de 2,7 m.

- Determina as posicións da imaxe e do obxecto.
- Debuxa a marcha dos raios.
- Calcula a potencia da lente.

(P.A.U. Set. 12)

Rta.: a) $s = -0,245 \text{ m}$; $s' = 2,45 \text{ m}$; c) $P = 4,48 \text{ dioptrías}$

Datos (convenio de signos DIN)

Aumento da lente

Distancia entre o obxecto e a súa imaxe

Incógnitas

Posición do obxecto e da imaxe

Potencial da lente

Cifras significativas: 3

$$A_L = 10,0$$

$$d = 2,70 \text{ m}$$

 s, s' P

Outros símbolos

Distancia focal da lente

 f **Ecuacións**

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Aumento lateral nas lentes

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Potencia dunha lente

$$P = \frac{1}{f}$$

Solución:

a) Do aumento lateral podemos establecer a relación matemática entre as distancias s do obxecto á lente e s' da imaxe á lente.

$$A_L = \frac{s'}{s}$$

$$s' = 10,0 s$$

A distancia do obxecto á pantalla (onde se forma a imaxe) é a suma das dúas distancias (sen ter en conta os signos):

$$|s| + |s'| = 2,70 \text{ m}$$

Tendo en conta que, polo criterio de signos, a distancia do obxecto á lente é negativa, $s < 0$, pero a distancia da imaxe, cando é real, á lente é positiva $s' > 0$, queda

$$-s + s' = 2,70 \text{ m}$$

Aínda que nos din que o aumento é 10, o signo correcto é -10 , polo que, a relación co signo adecuado entre as dúas distancias é:

$$s' = -10,0 s$$

Substituíndo s' e despexando s , queda

$$-s - 10,0 s = 2,70 \text{ m}$$

$$s = \frac{2,70 \text{ [m]}}{-11,0} = -0,245 \text{ m}$$

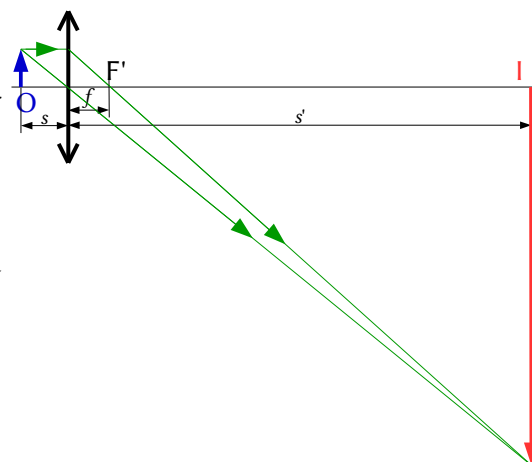
$$s' = -10,0 s = 2,45 \text{ m}$$

b) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes da lente e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara á lente que a atravesa e se refracta de maneira que o raio refractado pasa polo foco F' .

- Outro cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.

O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.



c) A potencia da lente é a inversa da distancia focal (expresada en metros) e pode calcularse da ecuación das lentes.

$$\frac{1}{2,45 \text{ [m]}} - \frac{1}{-0,245 \text{ [m]}} = \frac{1}{f} = P$$

$$P = 4,48 \text{ dioptrías}$$

5. Un obxecto de 3 cm de altura colócase a 20 cm dunha lente delgada de 15 cm de focal. Calcula analítica e graficamente a posición e tamaño da imaxe:

- Se a lente é converxente.
- Se a lente é diverxente.

(P.A.U. Set. 06)

Rta.: a) $s' = 0,60$ m; $y' = -9,0$ cm; b) $s' = -0,086$ m; $y' = 1,3$ cm

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño do obxecto

Posición do obxecto

Distancia focal da lente

Incógnitas

Posición da imaxe en ambas as lentes

Tamaño da imaxe en ambas as lentes

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes

Aumento lateral nas lentes

Cifras significativas: 2 $y = 3,0$ cm = 0,030 m $s = -20$ cm = -0,20 m $f = 15$ cm = 0,15 m s_1', s_2'
 y_1', y_2'

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

a) Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda da lente teñen signo negativo. Para a lente converxente, $f = +0,15$ m:

Úsase a ecuación das lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,15 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a posición da imaxe:

$$s' = 0,60 \text{ m}$$

Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

6. Un obxecto de 3 cm sitúase a 20 cm dunha lente cuxa distancia focal é 10 cm:

a) Debuxa a marcha dos raios si a lente é converxente.

b) Debuxa a marcha dos raios si a lente é diverxente.

c) En ambos os casos calcula a posición e o tamaño da imaxe.

(P.A.U. Xuño 12)

Rta.: c) $s' = 0,20$ m; $y' = -3,0$ cm; d) $s' = -0,067$ m; $y' = 1,0$ cm

Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño do obxecto

Posición do obxecto

Distancia focal da lente

Incógnitas

Posición da imaxe en ambas as lentes

Tamaño da imaxe en ambas as lentes

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes

Aumento lateral nas lentes

Cifras significativas: 2 $y = 3,0$ cm = 0,030 m $s = -20$ cm = -0,20 m $f = 10$ cm = 0,10 m s_1', s_2'
 y_1', y_2'

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Solución:

a) No debuxo represéntase o obxecto **O** antes da lente e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara á lente que a atravesa e se refracta de maneira que o raio refractado pasa polo foco F' .

- Outro cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.

O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.

Análise: A imaxe é real xa que s' é positiva, é dicir á dereita da lente que é a zona onde se forman as imaxes reais nas lentes. O signo negativo do tamaño indícanos que a imaxe é invertida. Os resultados numéricos coinciden co debuxo.

b) No debuxo, como os raios non se cortan, prolónganse ata que as súas prolongacións córtanse. O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.

Análise: A imaxe é virtual xa que s' é negativa, é dicir á esquerda da lente que é a zona onde se forman as imaxes virtuais nas lentes. O signo positivo do tamaño indícanos que a imaxe é dereita. Os resultados numéricos coinciden co debuxo.

c) Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda da lente teñen signo negativo. Para a lente converxente, $f = +0,10$ m.

Úsase a ecuación das lentes:

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{0,10 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a posición da imaxe:

$$s' = 0,20 \text{ m}$$

Para calcular a altura da imaxe úsase a ecuación do aumento lateral:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{y'}{0,030 \text{ [m]}} = \frac{0,20 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}} = -1$$

E calcúlase a altura da imaxe:

$$y' = A_L \cdot y = -1,0 \cdot 0,030 \text{ m} = -0,030 \text{ m} = -3,0 \text{ cm}$$

Para a lente diverxente, $f = -0,10$ m.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,20 \text{ [m]}} = \frac{1}{-0,10 \text{ [m]}}$$

$$s' = -0,067 \text{ m}$$

$$\frac{y'}{0,030 \text{ [m]}} = \frac{-0,067 \text{ [m]}}{-0,20 \text{ [m]}}$$

$$y' = 0,010 \text{ m} = 1,0 \text{ cm}$$

7. Quérese formar unha imaxe real e de dobre tamaño dun obxecto de 1,5 cm de altura. Determina:

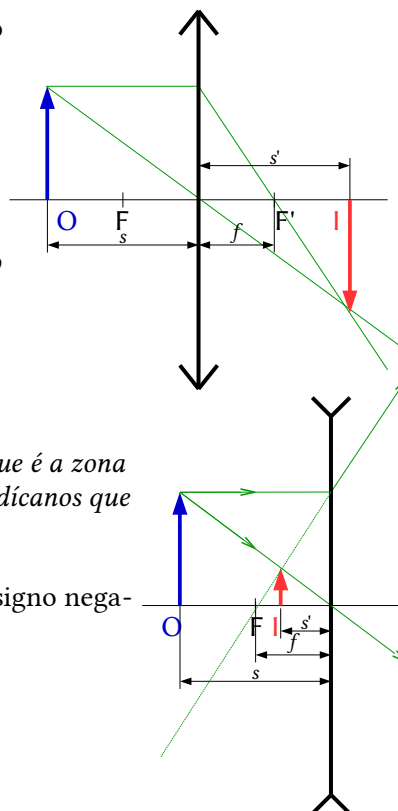
a) A posición do obxecto si úsase un espello cóncavo de $R = 15$ cm.

b) A posición do obxecto si úsase unha lente converxente coa mesma distancia focal que o espello.

c) Debuxa a marcha dos raios para os dous apartados anteriores.

(P.A.U. Xuño 11)

Rta.: a) $s_e = -11$ cm; b) $s_l = -11$ cm



Datos (convenio de signos DIN)

Tamaño do obxecto

Aumento lateral

Radio do espello cóncavo

Incógnitas

Posición do obxecto ante o espello

Posición do obxecto ante a lente

Outros símbolos

Distancia focal do espello e da lente

Tamaño da imaxe

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

Aumento lateral nos espellos

Relación entre a distancia focal e o radio de curvatura

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes

Aumento lateral nas lentes

Cifras significativas: 2

$$y = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$$

$$A_L = -2,0$$

$$R = -15 \text{ cm} = -0,15 \text{ m}$$

 s_e s_l f y'

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

$$f = R / 2$$

Solución:

a) Se a imaxe é real e de tamaño dobre, ten que ser invertida, polo que o aumento lateral será negativo.

$$A_L = -2,0$$

Aplicando a ecuación do aumento lateral atópase a relación entre as distancias do obxecto e imaxe:

$$A_L = -s' / s \Rightarrow s' = 2,0 s$$

A distancia focal vale:

$$f_e = R / 2 = -0,075 \text{ m}$$

Aplicase a ecuación dos espellos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{2,0 s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,075 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a distancia do obxecto:

$$s_e = 3 \cdot \frac{(-0,075 \text{ [m]})}{2} = -0,11 \text{ m}$$

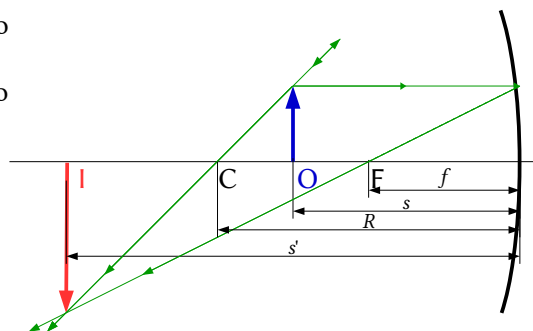
No debuxo represéntase o obxecto **O** antes do espello e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara ao espello que se reflicte de maneira que o raio reflectido pasa polo foco **F** (que se atopa á metade da distancia entre o espello e o seu centro **C**).

- Outro cara ao espello, que se reflicte sen desviarse pasando polo centro **C** de curvatura do espello.

Como os raios non se cortan, prológanse alén do espello ata que as súas prolongacións córtanse. O punto de corte é o correspondente á imaxe **I**.

Análise: Nun espello, a imaxe é real se se forma á esquerda do espello, xa que os raios que saen reflectidos só se cortan á esquerda.



b) Se a lente é converxente, a distancia focal é positiva.

$$f_l = 0,075 \text{ m}$$

Como a imaxe é real o aumento lateral é negativo.

$$A_L = -2,0 = s' / s$$

$$s' = -2,0 s$$

Aplicase a ecuación dos espellos:

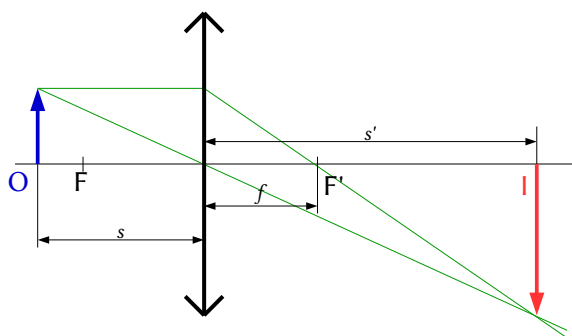
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{-2,0s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0,075 \text{ [m]}}$$

E calcúlase a distancia do obxecto:

$$s_1 = \frac{-3 \cdot 0,075 \text{ [m]}}{2} = -0,11 \text{ m}$$



◆ CUESTIÓNS

● Espellos.

1. A imaxe formada nos espellos é:

- A) Real se o espello é convexo.
- B) Virtual se o espello é cóncavo e a distancia obxecto é menor que a focal.
- C) Real se o espello é plano.

(P.A.U. Set. 06)

Solución: B

Como se ve na figura.

As ecuacións dos espellos son::

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Despexando s'

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{s-f}{s \cdot f}$$

$$s' = \frac{f \cdot s}{s-f}$$

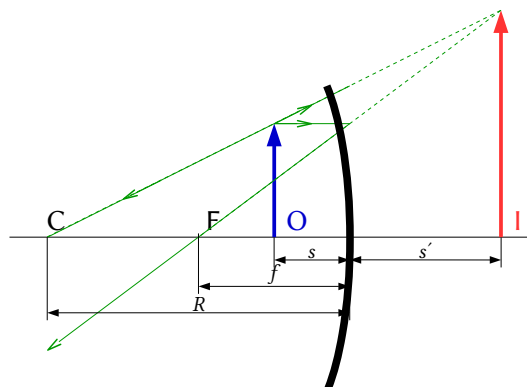
Como as coordenadas s e f son negativas, se $|s| < |f|$

$$s > f$$

Por tanto

$$s' = (-)(-) / (+) > 0$$

A imaxe é virtual (fórmase detrás do espello)



2. Se cun espello quere se obter unha imaxe maior que o obxecto, haberá que empregar un espello:

- A) Plano.
- B) Cóncavo.
- C) Convexo.

(P.A.U. Set. 08)

Solución: B

Nos espellos planos o tamaño da imaxe é igual e nos convexas é sempre menor. Haberá que usar un espello cóncavo e situar o obxecto dentro da distancia focal, como se ve na figura.

As ecuacións dos espellos son:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

Para que a imaxe sexa maior, o aumento lateral ten que ser, en valor absoluto, maior que a unidade, e por tanto:

$$|s'| > |s|$$

Despexando f

$$f = \frac{1}{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s}}$$

Se $|s'| > |s|$

$$\frac{1}{|s'|} < \frac{1}{|s|}$$

A coordenada s é negativa e se a s' é positiva, (o que ocorre cando a imaxe é virtual e fórmase á dereita do espello)

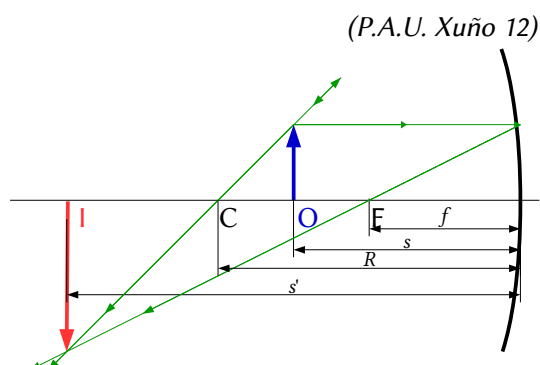
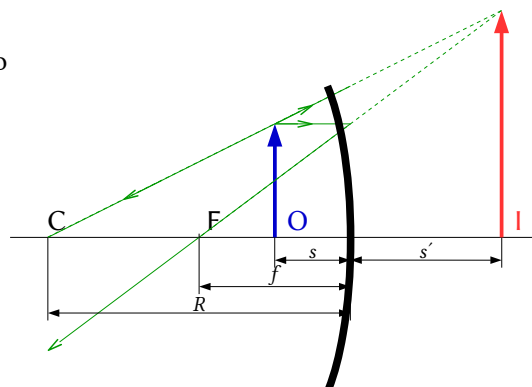
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} < 0$$

Por tanto $f < 0$, o que indica que o espello debe ser cóncavo.

3. Se un espello forma unha imaxe real invertida e de maior tamaño que o obxecto, trátase dun espello:
- Cóncavo e o obxecto está situado entre o foco e o centro da curvatura.
 - Cóncavo e o obxecto está situado entre o foco e o espello.
 - Convexo co obxecto en calquera posición.

Solución: A

Nos espellos convexas o tamaño da imaxe é sempre menor. Haberá que usar un espello cóncavo e situar o obxecto entre o centro de curvatura e o foco como se ve na figura.

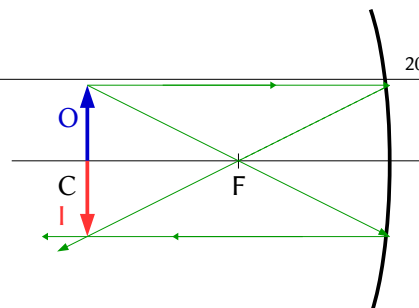


4. Para obter unha imaxe na mesma posición na que está colocado o obxecto, que tipo de espello e en que lugar ten que colocarse o obxecto?:
- Cóncavo e obxecto situado no centro de curvatura.
 - Convexo e obxecto situado no centro de curvatura.
 - Cóncavo e obxecto situado no foco.

(P.A.U. Set. 11)

Solución: A

O resultado vese na figura, na que **O** é o obxecto, **I** a imaxe, **C** o centro de curvatura e **F** o foco do espello cóncavo.



5. Se se desexa obter unha imaxe virtual, dereita e menor que o obxecto, úsase:

- A) Un espello convexo.
- B) Unha lente converxente.
- C) Un espello cóncavo.

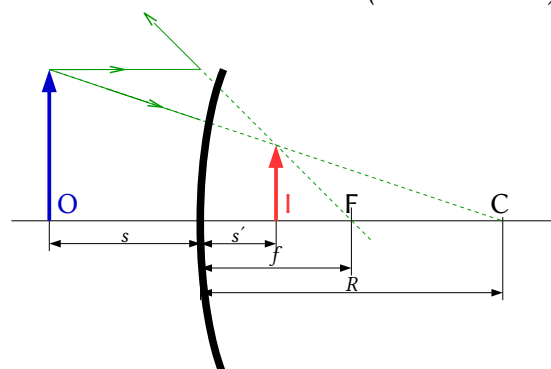
(P.A.U. Xuño 13)

Solución: A

Véxase a marcha dos raios.

A imaxe fórmase detrás do espello, polo que é virtual.

O tipo de imaxe é independente da distancia do obxecto ao espello.



6. Un espello cóncavo ten 80 cm de radio de curvatura. A distancia do obxecto ao espello para que a súa imaxe sexa dereita e 4 veces maior é:

- A) 50 cm.
- B) 30 cm.
- C) 60 cm.

(P.A.U. Set. 13)

Datos (convenio de signos DIN)

Radio de curvatura

Aumento lateral

Incógnitas

Posición do obxecto

Outros símbolos

Distancia focal do espello

Posición da imaxe

Tamaño do obxecto

Tamaño da imaxe

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

Aumento lateral nos espellos

Cifras significativas: 3

$R = -80,0 \text{ cm} = -0,800 \text{ m}$

$A_L = 4,00$

s

f

s'

y

y'

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

Solución: B

A distancia focal do espello é a metade do radio de curvatura. Como o espello é cóncavo o foco atópase á esquerda, e, polo convenio de signos, a distancia focal é negativa

$$f = R / 2 = -0,400 \text{ m}$$

O aumento lateral en espellos é

$$A_L = -\frac{s'}{s} = 4,00$$

$$s' = -4,00 \text{ s}$$

Substitúense f , s' na ecuación dos espellos

$$\frac{1}{-4,00 \text{ s}} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,400 \text{ [m]}}$$

Multiplicando ambos os lados por $(-4,00 \text{ s})$ queda unha ecuación sinxela

$$1 - 4,00 = 10 \text{ s}$$

A solución é:

$$s = -0,300 \text{ m}$$

7. Queremos ver unha imaxe da nosa cara para afeitarnos ou maquillarnos. A imaxe debe ser virtual, dereita e ampliada 1,5 veces. Se colocamos a cara a 25 cm do espello. Que tipo de espello debemos empregar?:

- A) Convexo.
B) Cóncavo.
C) Plano.

(P.A.U. Xuño 16)

Datos (convenio de signos DIN)

Posición do obxecto

Aumento lateral

Incógnitas

Distancia focal do espello

Outros símbolos

Posición da imaxe

Tamaño do obxecto

Tamaño da imaxe

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nos espellos

Aumento lateral nos espellos

Cifras significativas: 2

$$s = -25 \text{ cm} = -0,25 \text{ m}$$

$$A_L = 1,5$$

f

s'

y

y'

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$$

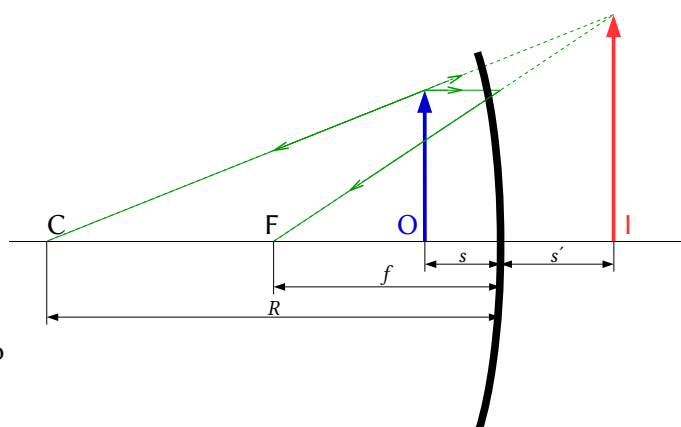
Solución: B

No debuxo represéntase o obxecto O antes do espello e desde o seu punto superior débúxanse dous raios:

- Un horizontal cara ao espello que se reflicte de maneira que o raio reflectido pasa polo foco F (que se atopa á metade da distancia entre o espello e o seu centro C).

- Outro cara ao espello, que se reflicte sen desviarse pasando polo centro C de curvatura do espello.

Como os raios non se cortan, prológanse alén do espello ata que as súas prolongacións córtanse. O punto de corte é o correspondente á imaxe I .



a) Para calcular a posición da imaxe úsase a expresión do aumento lateral

$$A_L = 1,5 = -s' / s$$

$$s' = -1,5 s = -1,5 \cdot (-25 \text{ cm}) = +37,5 \text{ cm} = +0,375 \text{ m}$$

A imaxe atópase a 37,5 cm á dereita do espello.

Análise: Nun espello, a imaxe é virtual se se forma á dereita do espello, xa que os raios que saen reflectidos só se cortan á esquerda.

b) Úsase a ecuación dos espellos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Substitúense os datos:

$$\frac{1}{0,375 \text{ [m]}} + \frac{1}{-0,25 \text{ [m]}} = \frac{1}{f}$$

E calcúlase a distancia focal:

$$f = -0,75 \text{ m} = -75 \text{ cm}$$

Análise: O signo negativo indica que o espello é cóncavo, xa que o seu foco e o seu centro de curvatura atópanse á esquerda do espello. O espello ten que ser cóncavo, xa que os espellos convexos dan unha imaxe virtual pero menor que o obxecto. Os resultados de s' e f están de acordo co debuxo.

8. Dous espellos planos están colocados perpendicularmente entre si. Un raio de luz que se despraza nun terceiro plano perpendicular aos dous, reflíctese sucesivamente nos dous espellos. O raio reflectido no segundo espello, con respecto ao raio orixinal:

- A) É perpendicular.
- B) É paralelo.
- C) Depende do ángulo de incidencia.

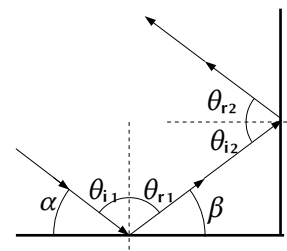
(P.A.U. Set. 04)

Solución: B

Véxase a figura. Se se chama α ao ángulo que forma o raio co espello horizontal, o ángulo con que sae o raio reflectido no espello vertical respecto da horizontal, tamén vale α .

Cúmprese que:

$$\begin{aligned}\beta &= \pi - \alpha \\ \theta_{i2} &= -\beta = -\alpha \\ \theta_{r2} &= -\theta_{i2} = \alpha\end{aligned}$$



● Lentes.

1. Para aumentar a potencia dunha lente biconvexa simétrica situada no aire deberíamos:

- A) Aumentar os raios de curvatura e diminuír o índice de refracción do material da lente.
- B) Diminuír os raios de curvatura e aumentar o índice de refracción do material da lente.
- C) Aumentar os raios de curvatura sen variar o índice de refracción do material da lente.

(A.B.A.U. Xuño 19)

Solución: B

A fórmula do construtor de lentes é:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

f é a distancia focal da lente, n é o índice de refracción do material da lente e R_1 e R_2 son os raios de curvatura das caras anterior e posterior da lente.

A potencia dunha lente é a inversa da distancia focal.

$$P = \frac{1}{f}$$

Para aumentar a potencia, ou sexa, diminuír a distancia focal, haberá que empregar un material con maior o índice de refracción e diminuír os raios para aumentar a curvatura das caras da lente.

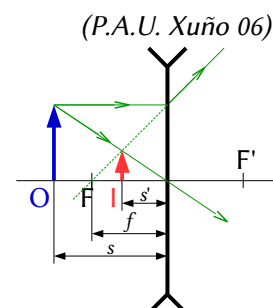
2. Nas lentes diverxentes a imaxe sempre é:

- A) Dereita, maior e real.
- B) Dereita, menor e virtual.
- C) Dereita, menor e real.

Solución: B

Dereita, menor e virtual.

De acordo coa representación gráfica:



3. Se se desexa formar unha imaxe virtual, dereita e de menor tamaño que o obxecto, débese utilizar:

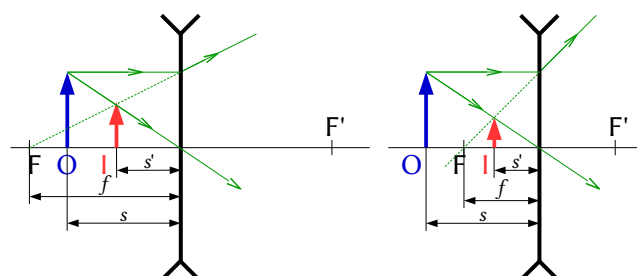
- A) Un espello cóncavo.
- B) Unha lente converxente.
- C) Unha lente diverxente.

(P.A.U. Xuño 07)

Solución: C

Os debuxos mostran a formación de imaxes nos casos en que o obxecto se atopa despois do foco obxecto e antes do foco obxecto.

En todos os casos a imaxe é virtual, dereita e menor que o obxecto.



4. Para obter unha imaxe virtual, dereita e de maior tamaño que o obxecto se usa:

- A) Unha lente diverxente.
- B) Unha lente converxente.
- C) Un espello convexo.

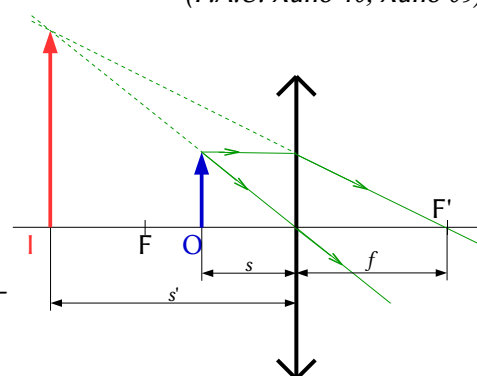
(P.A.U. Xuño 10, Xuño 09)

Solución: B

O diagrama mostra a formación da imaxe cando o obxecto atópase dentro da distancia focal.

As outras opcións:

A e B. Falsas. As lentes diverxentes e os espellos convexos sempre producen imaxes virtuais, dereitas pero de menor tamaño que o obxecto.



5. A distancia focal dun sistema formado por unha lente converxente de 2 dioptrías e outra diverxente de 4,5 dioptrías é:

- A) 2,5 m.

B) $-0,65$ m.C) $-0,4$ m.

(A.B.A.U. Xul. 19)

Solución: C

Como non dan a distancia entre as lentes, supoño que están unidas. Nese caso:

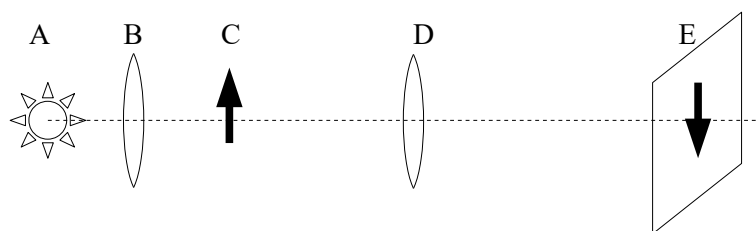
$$P = P_1 + P_2 = 2 + (-4,5) = -2,5 \text{ dioptrías}$$

$$P = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{P} = \frac{1}{-2,5 [\text{m}^{-1}]} = -0,4 \text{ m}$$

♦ LABORATORIO

1. Fai un esquema da práctica de óptica, situando o obxecto, a lente e a imaxe, debuxando a marcha dos raios.

(P.A.U. Set. 15)

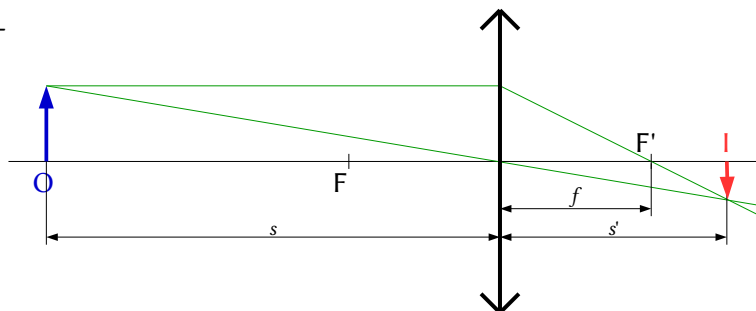
Solución:

A é a fonte luminosa, B unha lente converxente que se sitúa de forma que a fonte luminosa estea no foco, para que os raios saian paralelos. C é o obxecto, D a lente converxente da que queremos achar a distancia focal e E a imaxe do obxecto.

Para obter unha imaxe real, que se poida recoller nunha pantalla, o obxecto debe situarse antes do foco. Neste caso a imaxe é sempre invertida.

Se colocamos o obxecto a unha distancia maior que a distancia focal, $|s| > |f|$, a imaxe que se forma é real e invertida e situada a unha distancia s' que se rexe pola relación:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

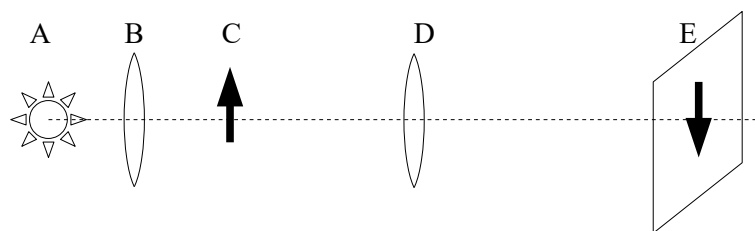


2. Na práctica de óptica, púidose determinar a distancia focal da lente? Como?

(P.A.U. Xuño 14, Set. 06)

Solución:

Si. Fíxose a montaxe da figura e foise variando a posición da lente D e movendo a pantalla E até obter unha imaxe enfocada.



Medíanse os valores de s (distancia do obxecto á lente $s = CD$) e s' (distancia da imaxe á lente $s' = DE$)
Aplicábase a ecuación das lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Calculábase a distancia focal f para cada medida.

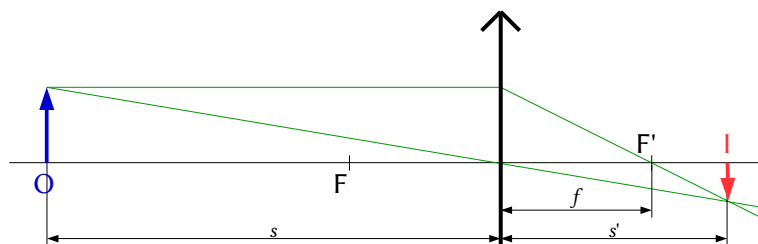
Logo calculábase o valor mediu dos valores calculados da distancia focal.

3. Dispónse dunha lente converxente e quérese obter a imaxe dun obxecto. Debuxa a marcha dos raios para determinar onde debe colocarse o obxecto para que a imaxe sexa:
- Menor, real e invertida.
 - Maior, real e invertida.

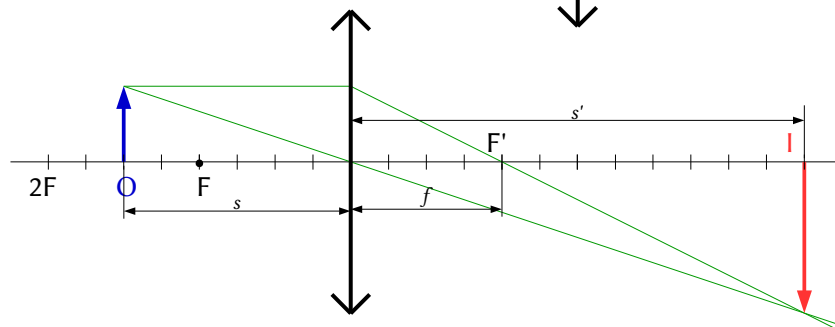
(A.B.A.U. Xuño 17)

Solución:

a)



b)

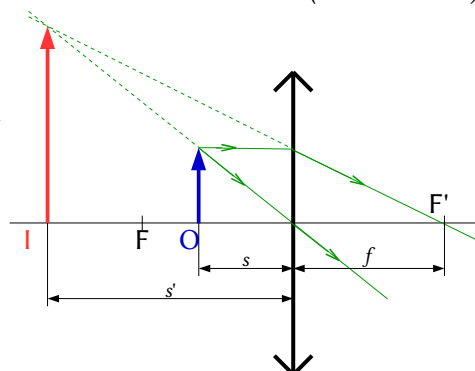


4. No laboratorio traballas con lentes converxentes e recolles nunha pantalla as imaxes dun obxecto. Explica o que sucede, axudándoches do diagrama de raios, cando sitúas o obxecto a unha distancia da lente inferior á súa distancia focal.

(P.A.U. Set. 14)

Solución:

Se colocamos o obxecto á distancia inferior á distancia focal, a imaxe fórmase antes da lente, é virtual e non se pode recoller nunha pantalla.



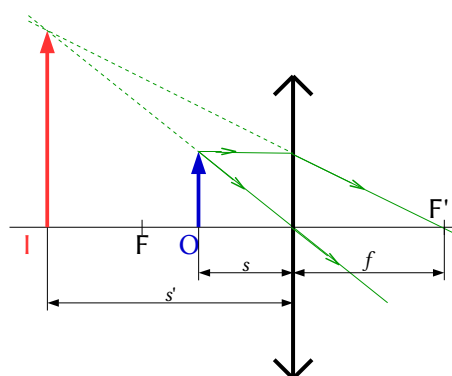
5. Na práctica da lente converxente debuxa a marcha dos raios e a imaxe formada dun obxecto cando:
- Sitúase no foco.
 - Sitúase entre o foco e o centro óptico.

(P.A.U. Xuño 10)

Solución:

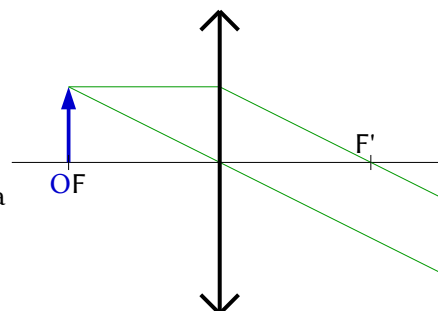
a) Neste caso non se forma imaxe, porque os raios saen paralelos despois de atravesar a lente.

b) A imaxe é virtual, dereita e maior, e situada entre $-\infty$ e o foco.



Hai que facer constar que nada disto pódese facer na práctica. Cando o obxecto ponse no foco, a imaxe non se forma (fórmase no infinito), e cando se pon entre o foco e a lente, a imaxe é virtual, e non se pode recoller nunha pantalla para facer medidas.

Pero se se fai no laboratorio, en ambos os casos unha imaxe parece que se forma na pantalla só que non é unha imaxe definida. Como non podemos obter unha imaxe definida, podería ser que tomásemos as imaxes que se forman na pantalla como imaxes reais.

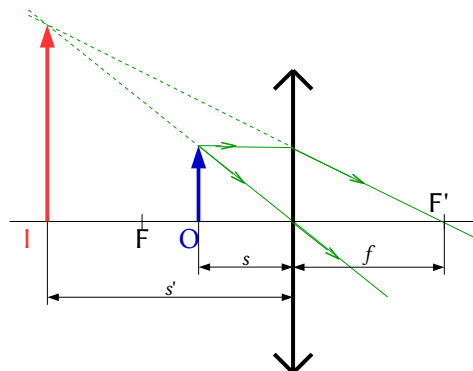


6. Na práctica de óptica xeométrica traballas con lentes converxentes e obtés imaxes nunha pantalla variando a distancia entre o obxecto e a lente. Xustifica con diagramas de raios os casos nos que non obtés imaxes na pantalla.

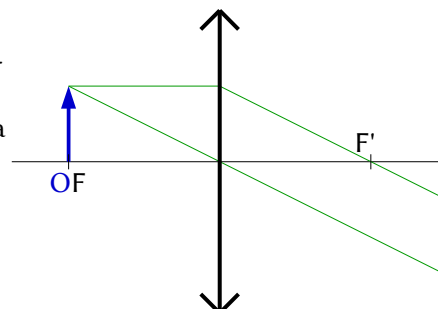
(A.B.A.U. Xul. 19)

Solución:

Se colocamos o obxecto a unha distancia igual á distancia focal non se forma imaxe porque os raios saen paralelos despois de atravesar a lente.



Se colocamos o obxecto a unha distancia menor que a distancia focal non se forma imaxe na pantalla porque os raios non se cortan despois de atravesar a lente. Prolongando os raios obtemos un punto de corte que corresponde á imaxe virtual, que non se ve na pantalla,

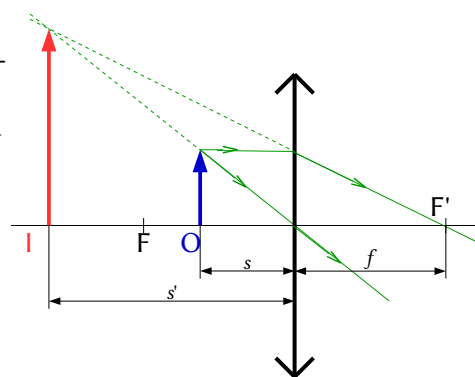


7. Na práctica da lente converxente explica se hai algunha posición do obxecto para a que a imaxe sexa virtual e dereita, e outra para a que a imaxe sexa real e invertida e do mesmo tamaño que o obxecto.

(P.A.U. Xuño 04)

Solución:

As imaxes virtuais non se poden recoller nunha pantalla. Na práctica de laboratorio con lentes converxentes sitúase un obxecto (unha placa cun símbolo 1 na traxectoria dos raios paralelos) a unha certa



distancia dunha lente converxente, e cunha pantalla búscase a posición da imaxe nítida. Non se pode, por tanto, obter unha imaxe virtual.

Teoricamente a posición do obxecto para que unha lente converxente dunha imaxe virtual e dereita, pode calcularse das ecuacións das lentes

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Se a imaxe é dereita, $y' > 0$, e se é virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f} = \frac{f - s'}{s' \cdot f}$$

$$s = \frac{s' \cdot f}{f - s'}$$

Como $f > 0$ e $s' < 0$

$$f - s' > |s'|$$

$$|s| = f \frac{|s'|}{f - s'} < f$$

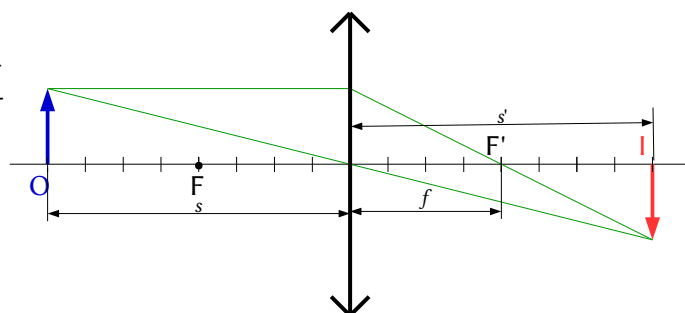
Para que a imaxe sexa virtual o obxecto debe atoparse dentro da distancia focal.

En canto á imaxe real, as ecuacións das lentes dannos que a posición do obxecto para que a imaxe sexa real e invertida e do mesmo tamaño ($y' = -y$) é:

$$s' = -s$$

$$2/s = 1/f$$

$$s = 2f$$



O esquema da marcha dos raios é o da figura.

8. Dispónse dun proxector cunha lente delgada converxente, e deséxase proxectar unha transparencia de forma que a imaxe sexa real e invertida e maior que o obxecto. Explica como facelo. (Fai un debuxo mostrando a traxectoria dos raios)

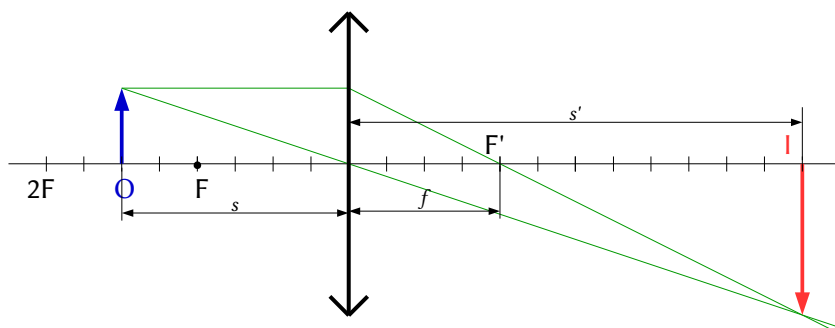
(P.A.U. Xuño 05)

Solución:

Se a diapositiva (obxecto) atópase a unha distancia s da lente comprendida entre

$$|f| < |s| < |2f|$$

A imaxe que se forma é real, invertida e maior, como se ve na figura.



9. Na práctica da lente converxente, fai un esquema da montaxe experimental seguido no laboratorio, explicando brevemente a misión de cada un dos elementos empregados.

(P.A.U. Set. 05)

Solución: Véxase o exercicio de [setembro de 2006](#)

10. Cun banco óptico de lonxitude l , obsérvase que a imaxe producida por unha lente converxente é sempre virtual. Como se pode interpretar isto?

(P.A.U. Set. 10, Xuño 07)

Solución:

A distancia focal da lente é maior que a metade da lonxitude do banco óptico.

$$f > l/2$$

As imaxes virtuais non se poden recoller nunha pantalla. Na práctica de laboratorio con lentes converxentes sitúase un obxecto (unha placa cun símbolo 1 na traxectoria dos raios paralelos) a unha certa distancia dunha lente converxente, e cunha pantalla búscase a posición da imaxe nítida. Non se pode, por tanto, obter unha imaxe virtual.

Teoricamente a posición do obxecto para que unha lente converxente dunha imaxe virtual e dereita, pode calcularse das ecuacións das lentes

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se a imaxe é dereita, $y' > 0$, e se é virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{f' - s'}{s' \cdot f'}$$

$$s = \frac{s' \cdot f'}{f' - s'}$$

Como $f' > 0$ e $s' < 0$

$$f' - s' > |s'|$$

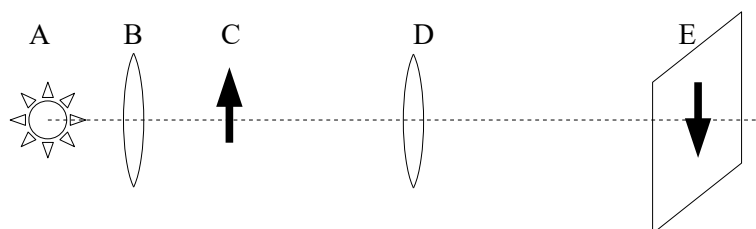
$$|s| = f' \frac{|s'|}{f' - s'} < f'$$

Para que a imaxe sexa virtual o obxecto debe atoparse dentro da distancia focal.

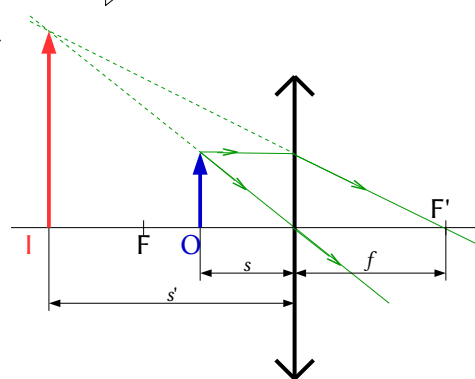
11. Fai un esquema da práctica de óptica, situando o obxecto, a lente e a imaxe, e debuxando a marcha dos raios para obter unha imaxe dereita e de maior tamaño que o obxecto.

(P.A.U. Set. 07)

Solución:



A é a fonte luminosa, B unha lente converxente que se sitúa de forma que a fonte luminosa estea no foco, para que os raios saian paralelos. C é o obxecto, D a lente converxente da que queremos achar a distancia focal e E a imaxe do obxecto.



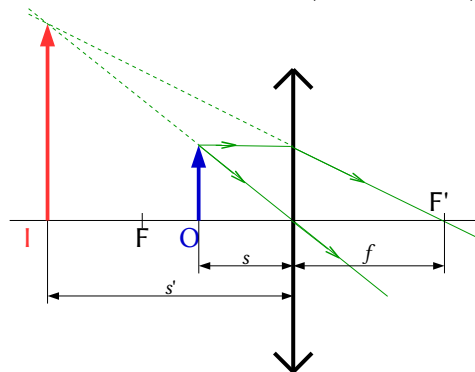
Para obter unha imaxe real, que se poida recoller nunha pantalla, o obxecto debe situarse antes do foco. Neste caso a imaxe é sempre invertida.

Para obter unha imaxe dereita e de maior tamaño que o obxecto, hai que situar o obxecto dentro da distancia focal da lente, pero a imaxe será virtual e non poderá recollese nunha pantalla.

12. Debuxa a marcha dos raios nunha lente converxente, cando a imaxe producida é virtual.

(P.A.U. Set. 08)

Solución:



13. Se na práctica de óptica xeométrica a lente converxente ten unha distancia focal imaxe de +10 cm, a que distancias da lente podes situar o obxecto para obter imaxes sobre a pantalla, se se cumpre que $|s| + |s'| = 80$ cm? Debuxa a marcha dos raios.

Rta.: $s_1 = -0,117$ m, $s_2 = -0,683$ m

(P.A.U. Set. 13)

Datos (convenio de signos DIN)

Distancia focal da lente

Distancia entre o obxecto e a súa imaxe

Incógnitas

Posición do obxecto

Outros símbolos

Tamaño do obxecto

Posición da imaxe

Tamaño da imaxe

Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes

Cifras significativas: 3

$f' = 10,0$ cm = 0,100 m

$d = 80,0$ cm = 0,800 m

s

y

s'

y'

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Solución:

Úsase a ecuación:

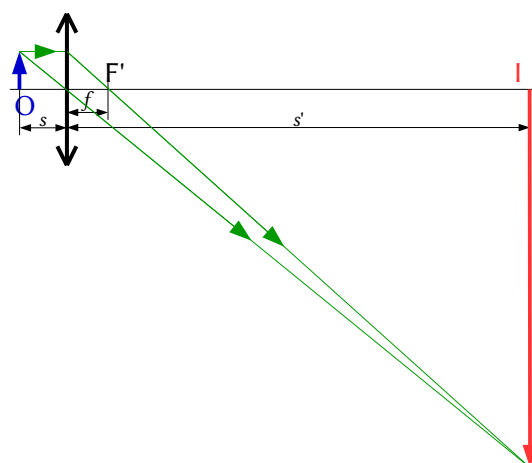
$$|s| + |s'| = 0,800 \text{ m}$$

Tendo en conta que, polo criterio de signos, a distancia do obxecto á lente é negativa, $s < 0$, pero a distancia da imaxe, cando é real, é positiva $s' > 0$, queda

$$-s + s' = 0,800 \text{ m}$$

Substituíndo f e s' na ecuación das lentes, queda

$$\begin{aligned} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} &= \frac{1}{f'} \\ \frac{1}{s+0,800 \text{ [m]}} - \frac{1}{s} &= \frac{1}{0,100 \text{ [m]}} \\ \frac{1}{s+0,800} &= \frac{1}{s} + \frac{1}{0,100} = \frac{s+0,100}{0,100 s} \\ 0,100 s &= (s+0,100)(s+0,800) \end{aligned}$$



$$s^2 + 0,800 s + 0,0800 = 0$$

$$s_1 = -0,117 \text{ m}$$

$$s_2 = -0,683 \text{ m}$$

O debuxo representa de forma aproximada a primeira solución.

14. Medíronse no laboratorio os seguintes valores para as distancias obxecto e imaxe dunha lente converxente:
Determina o valor da potencia da lente. Estima a súa incerteza.

(A.B.A.U. Xuño 18)

N.º exp,	1	2	3	4
s(cm)	33,9	39,0	41,9	49,3
s'(cm)	84,7	64,3	58,6	48,0

Solución:

Substitúense os valores de s e s' na ecuación das lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Calcúlase o inverso da distancia focal (potencia) e o valor da distancia focal para cada par de datos.

s (cm)	s' (cm)	s (m)	s' (m)	1/s (m ⁻¹)	1/s' (m ⁻¹)	1/f (m ⁻¹)	f (m)
-33,9	84,7	-0,339	0,847	-2,95	1,18	4,13	0,242
-39,0	64,3	-0,390	0,643	-2,56	1,56	4,12	0,243
-41,9	58,6	-0,419	0,586	-2,39	1,71	4,09	0,244
-49,3	48,0	-0,493	0,480	-2,03	2,08	4,11	0,243

O valor medio da potencia é: $P = 1 / f = 4,11 \text{ m}^{-1} = 4,11$ dioptrías.

A estimación das incertezas limitase ao uso apropiado das cifras significativas.

$$P = (4,11 \pm 0,01) \text{ dioptrías.}$$

15. Medíronse no laboratorio os seguintes valores para as distancias obxecto e imaxe dunha lente converxente:
Determina o valor da potencia da lente e estima a súa incerteza.

s (cm)	50	60	70	90
s' (cm)	200	125	95	70

(A.B.A.U. Set. 17)

Solución:

Substitúense os valores de s e s' na ecuación das lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Calcúlase o inverso da distancia focal (potencia) e o valor da distancia focal para cada par de datos.

s (cm)	s' (cm)	s (m)	s' (m)	1/s (m ⁻¹)	1/s' (m ⁻¹)	1/f (m ⁻¹)	f (m)
-50	200	-0,50	2,00	-2,00	0,50	2,50	0,40
-60	125	-0,60	1,25	-1,67	0,80	2,47	0,41
-70	95	-0,70	0,95	-1,43	1,05	2,48	0,40
-90	70	-0,90	0,70	-1,11	1,43	2,54	0,39

Calcúlase o valor medio da potencia:

$$\bar{P} = (2,50 + 2,47 + 2,48 + 2,54) / 4 = 2,497 \text{ m}^{-1} = 2,50 \text{ dioptrías.}$$

Como os datos só teñen 2 cifras significativas estímase a incerteza para que o resultado teña o mesmo número de cifras significativas.

A potencia da lente sería:

$$\bar{P} = (2,5 \pm 0,1) \text{ dioptrías.}$$

16. Medíronse no laboratorio os seguintes valores para a distancia obxecto-imaxe dunha lente converxente:

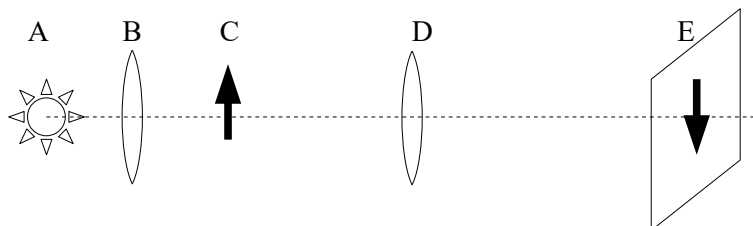
$s(\text{cm})$	39,0	41,9	49,3	59,9	68,5
$s'(\text{cm})$	64,3	58,6	48,8	40,6	37,8

- a) Calcula o valor da potencia da lente.
b) Explica a montaxe experimental utilizado.

(P.A.U. Set. 16)

Solución:

- b) A montaxe é o da figura.



A é a fonte luminosa, B unha lente converxente que se sitúa de forma que a fonte luminosa estea no foco, para que os raios saian paralelos. C é o obxecto, D a lente converxente da que queremos achar a distancia focal e E a imaxe do obxecto.

Vaise variando a posición da lente D e movendo a pantalla E até obter unha imaxe enfocada.

- a) Substitúense os valores de s e s' na ecuación das lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Calcúlase o inverso da distancia focal (potencia) e o valor da distancia focal para cada par de datos.

s (cm)	s' (cm)	s (m)	s' (m)	$1/s$ (m^{-1})	$1/s'$ (m^{-1})	$1/f$ (m^{-1})	f (m)
-39,0	64,3	-0,390	0,643	-2,56	1,56	4,12	0,243
-41,9	58,6	-0,419	0,586	-2,39	1,71	4,09	0,244
-49,3	48,8	-0,493	0,488	-2,03	2,05	4,08	0,245
-59,9	40,6	-0,599	0,406	-1,67	2,46	4,13	0,242
-68,5	37,8	-0,685	0,378	-1,46	2,65	4,11	0,244

O valor medio da potencia é: $P = 1/f = 4,11 \text{ m}^{-1} = 4,11 \text{ dioptrías.}$

ACLARACIÓNS

Os datos dos enunciados dos problemas non adoitan ter un número adecuado de cifras significativas, ben porque o redactor pensa que a Física é unha rama das Matemáticas e os números enteiros son números «exactos» (p. ex. a velocidade da luz: $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ cre que é 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) ou porque aínda non se decatou de que se pode usar calculadora no exame e parécelle máis sinxelo usar $3 \cdot 10^8$ que 299 792 458 m/s).

Por iso supuxen que os datos teñen un número de cifras significativas razoables, case sempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en certos casos, cunha incerteza desmedida. Así que cando tomo un dato como $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ e reescribo como:

Cifras significativas: 3

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

O que quero indicar é que supoño que o dato orixinal ten tres cifras significativas (non que as teña en realidade) para poder realizar os cálculos cunha incerteza máis pequena que a que tería nese caso.

($3 \cdot 10^8$ m/s ten unha soa cifra significativa, e unha incerteza relativa do 30 %. Como as incertezas adóitanse acumular ao longo do cálculo, a incerteza final sería inadmisíbel. Entón, para que realizar os cálculos? Cunha estimación sería suficiente).

Cuestións e problemas das [Probos de avaliación do Bacharelato para o acceso á Universidade](#) (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galicia.

[Respostas](#) e composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algúns cálculos fixéronse cunha [folla de cálculo](#) OpenOffice (ou LibreOffice) do mesmo autor.

Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Procurouse seguir as [recomendacións](#) do *Centro Español de Metrología* (CEM)



Sumario

ÓPTICA XEOMÉTRICA

PROBLEMAS.....	1
<i>Espellos</i>	1
<i>Lentes</i>	10
CUESTIÓNES.....	18
<i>Espellos</i>	18
<i>Lentes</i>	22
LABORATORIO.....	24
ACLARACIÓNS.....	31

Índice de probas A.B.A.U. e P.A.U.

2004.....	
1. ^a (xuño).....	26
2. ^a (set.).....	3, 22
2005.....	
1. ^a (xuño).....	27
2. ^a (set.).....	5, 27
2006.....	
1. ^a (xuño).....	6, 23
2. ^a (set.).....	15, 18, 24
2007.....	
1. ^a (xuño).....	23, 28
2. ^a (set.).....	28
2008.....	
1. ^a (xuño).....	8, 11
2. ^a (set.).....	18, 29
2009.....	
1. ^a (xuño).....	23
2. ^a (set.).....	2, 10
2010.....	
1. ^a (xuño).....	23, 26
2. ^a (set.).....	28
2011.....	
1. ^a (xuño).....	16
2. ^a (set.).....	19
2012.....	
1. ^a (xuño).....	15, 19
2. ^a (set.).....	13
2013.....	
1. ^a (xuño).....	20
2. ^a (set.).....	20, 29
2014.....	
1. ^a (xuño).....	1, 24
2. ^a (set.).....	25
2015.....	
2. ^a (set.).....	24
2016.....	
1. ^a (xuño).....	21
2. ^a (set.).....	12, 31
2017.....	
1. ^a (xuño).....	25
2. ^a (set.).....	30
2018.....	
1. ^a (xuño).....	30
2. ^a (set.).....	9
2019.....	
1. ^a (xuño).....	22
2. ^a (xul.).....	24, 26