

Problema (¿cómo repartir el tesoro?): Un grupo de estudiantes ha encontrado un tesoro y quieren repartirlo entre el mayor número de compañeros de manera que cada persona reciba la misma cantidad de tesoro. El tesoro consiste en 42 barras de platino, 70 barras de oro y 112 de plata. ¿Cuál es ese número máximo de estudiantes para repartir el tesoro?

Para solucionar este problema lo que hay que hacer es ver de cuántas formas podemos dividir las barras de cada metal precioso en grupos con el mismo número de barras. Esto será calcular el máximo común divisor.

Por ejemplo, 70 puede separarse en 35 grupos de dos barras, en 14 grupos de 5 barras, en 10 grupos de 7 barras, en 7 grupos de 10 barras, en 5 grupos de 14 barras, en 2 grupos de 35 barras o en un grupo de 70 barras.

Esto es debido a que la descomposición factorial de 70 es $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$.

Lo mismo habría que hacer con 42 y con 112, y ver cuáles son los números de grupos coincidentes y tomar el mayor.

Teniendo en cuenta que $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ y $112 = 2^4 \cdot 7$,

Por tanto, tenemos que el máximo común divisor de 42, 70 y 112 es $2 \cdot 7 = 14$, luego **se puede repartir el tesoro entre 14 personas.**

El problema de la piscina:

Tenemos una piscina con un volumen de 48 unidades cúbicas de agua que tiene dos conductos de entrada y uno de salida. El primer conducto de entrada la llenaría por sí solo en 12 horas. El segundo la llenaría en 6 horas. El tercero la vaciaría en 8 horas. Si la piscina está vacía y se abren los tres conductos a la vez, ¿cuántas horas tardaría en llenarse?



El primer conducto de entrada introduce 48 u^3 en 12 horas, es decir, tiene una velocidad de llenado de **4 u^3 por hora**. El segundo conducto de entrada introduce 48 u^3 en 6 horas, que viene a ser una velocidad de llenado de **8 u^3 por hora** y el tercero vacía la piscina (los 48 u^3) en 8 horas, es decir, una velocidad de vaciado de **6 u^3 por hora**.

Si **llamamos X al tiempo** que tardaría en llenarse la piscina con los tres grifos en funcionamiento, la ecuación a resolver será:

$$4x + 8x - 6x = 48 \Leftrightarrow 6x = 48 \Leftrightarrow x = 8$$

Tardará en llenarse 8 horas

· Un antiguo problema árabe

De noche, el palacio Harezhamed lo custodiaban tres guardianes que se situaban en distintos puntos del palacio. Un día, un ladrón llamado Beshain entro y robo un gran saco de cerezas. Al intentar salir de palacio, Beshain fue interceptado por uno de los guardianes. Este le detuvo y le cogió la mitad de las cerezas y cuatro más. Cuando continuo huyendo tropezó con el segundo guardián quien le quitó la mitad de las cerezas que le quedaban y cuatro más. Al final tropezó con el tercer y último guardián quien actúo igual que los otros dos: le quitó la mitad de las cerezas y cuatro más. Si al final se quedó con una sola cereza, ¿cuantas cerezas había robado Beshain?

Si llamamos X al número de cerezas que robó Beshain, tenemos:

El primer guardián le coge $\frac{x}{2} + 4$. Por tanto a Beshain le quedan: $x - \left(\frac{x}{2} + 4\right) = \frac{x}{2} - 4$.

El segundo guardián le quita la mitad de las que le quedaban y cuatro más:

$$\frac{\left(\frac{x}{2}-4\right)}{2} + 4, \text{ por tanto le quedan } \frac{x}{2} - 4 - \left(\frac{x}{4} - 2 + 4\right) = \frac{x}{4} - 6.$$

El tercer guardián actúa igual que los anteriores y le saca la mitad y 4 más:

$$\frac{\frac{x}{4}-6}{2} + 4 \text{ por tanto le quedan: } \frac{x}{4} - 6 - \left(\frac{x}{8} - 3 + 4\right) = \frac{x}{8} - 7.$$

Si lo que le queda es igual a una cereza tenemos que: $\frac{x}{8} - 7 = 1 \leftrightarrow \frac{x}{8} = 8 \leftrightarrow x=64$

Beshain había robado 64 cerezas.



· En todos los números de tres cifras de la siguiente lista, la segunda cifra es la misma:

1A2; 2A3; 3A4; 3A5; 4A5; 5A6.

Su suma es 2005. ¿Cuál es la segunda cifra?

$$\text{Tenemos que } (2+3+4+5+5+6) + (A+A+A+A+A+A) \times 10 + (1+2+3+3+4+5) \times 100 = 2005$$

A ocupa el lugar de las decenas por tanto está multiplicado por 10 y la tercera cifra son las centenas por tanto su suma la multiplicamos por 100. Esa operación sabemos que da 2005, resolvemos la ecuación:

$$25+60A+1800=2005$$

$$60A=180$$

$$A=3$$

El ***Zhui Zhang Suan shu*** ("El arte matemático en nueve secciones") es el libro matemático más importante de la cultura china clásica. Contiene 250 problemas sobre agricultura, repartos de bienes, contribuciones, etc.

Este es uno de ellos:

"Dado un campo de forma rectangular que tiene de anchura $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{12}$ y de área 1, hallar la fracción que da su longitud."

Calculamos la anchura:

$$\begin{aligned}
 &1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} = \\
 &= \frac{27720 + 13860 + 9240 + 6930 + 5544 + 4620 + 3960 + 3465 + 3080 + 2772 + 2520 + 2310}{27720} \\
 &= \frac{86021}{27720}
 \end{aligned}$$

(*El m.c.m de (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12)=27720)

Por tanto como el área= largo x ancho , tenemos que el área es la unidad:

$$1 = \text{largo} \cdot \frac{86021}{27720}$$

$$\text{largo} = \frac{27720}{86021}$$