



NOME

GRUPO

0. Expresión escrita / expresión matemática / presentación

2 1. Calcular a área lateral e a área total dunha pirámide recta de base cuadrada, de 13 cm de aresta lateral e 10 cm de aresta da base.

No desenvolvemento da pirámide aparecen catro triángulos isósceles mais a base cuadrada.

Para calcular a área de cada unha das caras laterais precisamos coñecer a altura do triángulo, e como obtemos dous triángulos rectángulos, utilizando o Teorema de Pitágoras resulta:

$$13^2 = h^2 + 5^2 \Leftrightarrow h^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Leftrightarrow$$

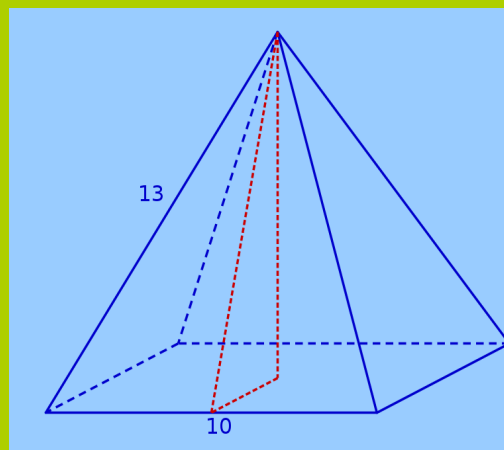
$$\Leftrightarrow h = \sqrt{144} = 12$$

Ao ser catro caras laterais, a área lateral da

$$\text{pirámide é: } A_L = 4 \cdot \frac{10 \cdot 12}{2} = 2 \cdot 120 = 240 \text{ cm}^2$$

$$\text{A área da base é } A_B = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$\text{Logo a área total será a suma: } A_T = A_L + A_B = 240 + 100 = 340 \text{ cm}^2$$



1.5 2. Calcular a cantidade de chapa que precisamos para fabricar un bidón de forma cilíndrica sen tapa superior, que teña 1,5 m de altura e 40 cm de raio da base.

[Nota: dar o resultado en m^2 con unha cifra decimal significativa.]

A base do bidón é un círculo de 40 cm de raio e a cara lateral é un rectángulo de base igual á lonxitude da circunferencia e altura 1,5 m.

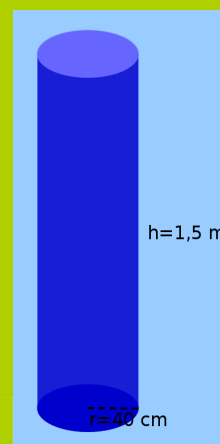
Logo o primeiro que calcularemos será a lonxitude da circunferencia:

$$L = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 40 = 80\pi \approx 251 \text{ cm} = 2,51 \text{ m}$$

$$\text{Así, a área lateral é } A_L = 2,51 \cdot 1,5 = 3,765 \text{ m}^2 \approx 3,8 \text{ m}^2$$

$$\text{A área da base é } A_B = \pi r^2 = \pi \cdot 40^2 = 1.600 \cdot \pi \approx 5.027 \text{ cm}^2 \approx 0,5 \text{ m}^2$$

Como o bidón non ten tapa, a súa área total é $A_T = A_L + A_B = 3,8 + 0,5 = 4,3 \text{ m}^2$, que será a cantidade de chapa que se consumirá na fabricación.



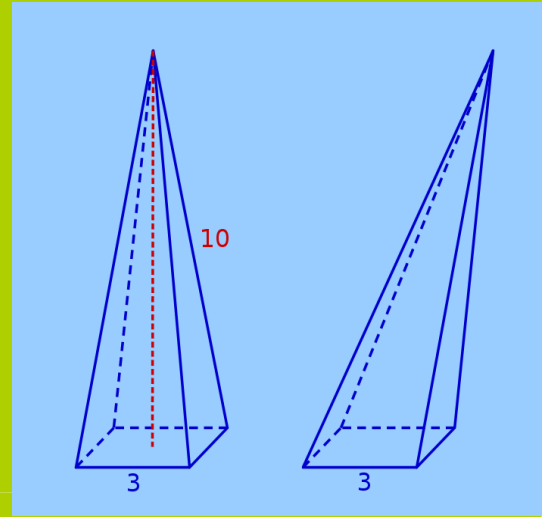
3. Unha pirámide recta ten base cuadrada de 3 cm de lado e altura 10 cm . Calcular o volume de outra pirámide que só se diferencia da anterior en que é oblíqua. Razoar a resposta.

O volume dunha pirámide calcula-se multiplicando a área da súa base pola altura e dividindo entre 3: $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$.

No caso da pirámide recta é:

$$V = \frac{3^2 \cdot 10}{3} = \frac{9 \cdot 10}{3} = 30\text{ cm}^3$$

A segunda pirámide só se distingue da anterior por ser oblíqua, e polo Teorema de Cavalieri, os seus volumes deben ser iguais, así que o volume da segunda pirámide tamén será 30 cm^3 .



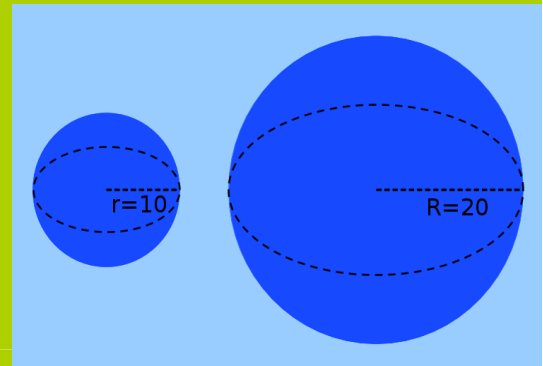
4. Dous asteroides esféricos teñen raios de 10 km e 20 km respectivamente. Calcular os seus volumes e responder á seguinte cuestión: pensas que a razón entre os seus volumes é a mesma que a que existe entre os seus raios? Razoar a resposta.

[Nota: dar o resultado en km^3 aproximando ás unidades.]

O volume dunha esfera é $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, así que os volumes dos dous asteroides serán:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1.000 = \frac{4.000\pi}{3} \approx 4.189\text{ km}^3$$

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 20^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8.000 = \frac{32.000\pi}{3} \approx 33.510\text{ km}^3$$



A razón dos volumes é $\frac{V_2}{V_1} = 8$ mentres que a

razón entre os raios é $\frac{20}{10} = 2$, que é a razón de semellanza.

A razón dos volumes é o cubo da razón de semellanza: $\frac{V_2}{V_1} = 2^3$.

5. Calcular a altura que debe ter un bote con forma de prisma regular de base hexagonal, se queremos que a súa capacidade sexa de 20 l , sabendo que o lado da base é de 10 cm .
[Nota: dar o resultado en cm con unha cifra decimal significativa.]

O volume dun prisma rectangular é a área da súa base pola altura: $V = A_B \cdot h$.

A base é un hexágono regular, polo que a súa área é $A_B = \frac{P \cdot a}{2}$, onde P é o perímetro e a é a apotema.

Obtemos a apotema utilizando o Teorema de Pitágoras:

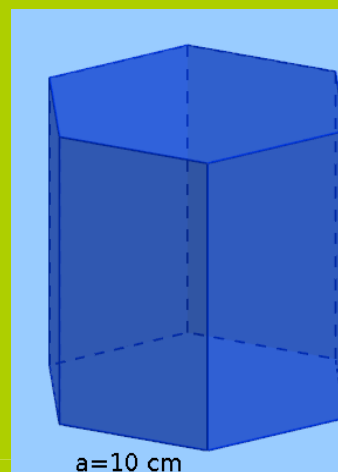
$$10^2 = a^2 + 5^2 \Leftrightarrow a^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = \sqrt{75} \approx 8,66\text{ cm}$$

Así que a área da base será:

$$A_B = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8,66}{2} \approx 260\text{ cm}^2$$

Polo tanto o volume do bote debe ser $V = 260 \cdot h = 20.000\text{ cm}^3 \Leftrightarrow h = \frac{20.000}{260} \approx 76,9\text{ cm}$



6. Calcular o volume que ocupará unha maceta con forma de tronco de cono, de 15 cm de altura e raios das bases superior e inferior, 12 cm e 9 cm respectivamente.

Ao ser un tronco de cono, debemos calcular as alturas do cono completo, mais do cono que foi retirado. Chamando H e h a ambas alturas, e R e r aos raios maior e menor do tronco, resultan dous triángulos semellantes, e polo tanto:

$$\frac{H}{h} = \frac{R}{r} \Leftrightarrow r \cdot H = R \cdot h \Leftrightarrow 9H = 12h$$

Como ademais a relación entre esas alturas é $H = h + 15$, podemos pór:

$$9(h + 15) = 12h \Leftrightarrow 9h + 135 = 12h \Leftrightarrow 3h = 135 \quad h = 45\text{ cm}$$

Así que a altura do cono completo é $H = 45 + 15 = 60\text{ cm}$ e a do bico é $h = 45\text{ cm}$.

Logo os volumes de ambos conos serán:

$$V_c = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{3} = \frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 60}{3} = 2.880\pi \quad \text{e} \quad V_c = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 9^2 \cdot 45}{3} = 1.215\pi$$

Así que o volume da maceta é $V = V_c - V_c = 2.880\pi - 1.215\pi = 1.665\pi \approx 5.231\text{ cm}^3$.

